на $1/\gamma$ завышается множитель при — ω. Как показывают данные таблицы, ошибки компенсируют друг друга и формула (4) дает удовлетворительную точность. На рис. 2 и 3 штрих-пунктиром изображено распределение переменных при постоянных коэффициентах переноса, а штрихами — при постоянной плотности.

Зависимость коэффициентов диффузии и теплопроводности от температуры приводит к сокращению ширины фронта пламени по сравнению с шириной, вычисленной для постоянных коэффициентов при температуре горения. Теплопроводность и диффузия при низких температурах меньше, и предварительный прогрев распространяется на меньшую область. Для малых γ в зоне реакции распределение переменных практически одинаково, для больших γ появляется различие. Переменность плотности тоже приводит к сокращению ширины фронта пламени, так как тепло, поступающее для подогрева, расходуется на нагревание более плотного газа, чем газ при температуре горения. Для малых γ все изменения происходят в зоне подогрева, для больших γ различие появляется и в зоне реакции. Отсутствие существенных изменений в зоне реакции объясняет слабое влияние на скорость горения зависимости плотности и коэффициентов переноса от температуры.

Поступила в редакцию
27/VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. Докл. АН СССР, 1938, **19**, 693.
2. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ЖФХ, 1938, **12**, 1.
3. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 1948, **22**, 1.
4. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.

УДК 536.46

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ПЛАМЕНИ МЕТОДОМ БОМБЫ ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

В. С. Бабкин, Ю. Г. Кононенко
(Новосибирск)

Для определения нормальной скорости распространения пламени методом бомбы постоянного объема предложено большое число приближенных уравнений [1, 2, 3]. Поэтому при практическом выборе уравнения, отвечающего определенным требованиям точности, необходима оценка, которая может быть получена при сравнении результатов расчета скорости пламени по различным уравнениям.

Роллис и Тремир [1] сравнивали уравнения разных авторов по данным измерений давления и радиуса пламени при опыте со стехиометрической смесью ацетилена с воздухом. Такой метод сравнения обладает некоторым недостатком, связанным с различным проявлением возможных экспериментальных ошибок в измерениях давления и радиуса пламени на результатах расчета по уравнениям различных форм. Кроме того, различие методов, которыми получены эти уравнения, затрудняет конкретный анализ сделанных предположений.

В работе [2] анализ уравнений был выполнен на начальном участке распространения пламени в связи с тем, что ряд уравнений предложен только для ранней стадии процесса горения. В основе анализа использовался известный факт равенства местного коэффициента расширения E_u, определяемого как отношение видимой скорости пламени S к нормальной S_u, коэффициенту расширения при постоянном начальном давлении E_i.

В работах [1, 2] было показано, что в идентичных условиях разные уравнения могут давать значительно отличающиеся результаты особенно на стадии с большим ростом давления.

С целью дальнейшего и более корректного анализа в настоящей работе проводится расчет и сравнение нормальных скоростей раздельно по уравнениям различных форм, а именно по уравнениям с производной от плотности (давления) и радиуса пламени, но с различными соотношениями для весовой доли продуктов сгорания n, представляющими частные случаи общего решения. Такой метод оправдан тем, что именно точность соотношения для доли (или другой величины, характеризующей продукты сгорания) обусловливает теоретическую точность уравнения скорости пламени, а экспериментальные ошибки не влияют на результаты сравнения.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ДОЛИ n

В соответствии с [3], предполагая постоянство массы газа

$$\omega_b < \sigma_b > + \, \omega_u \sigma = 1 \tag{1}$$

и объема

$$\omega_b + \omega_u = 1, \tag{2}$$

получаем:

$$< \sigma_b > = \frac{\sigma n}{\sigma + n - 1} \tag{3}$$

(обозначения см. [3]).

Относительная средняя по массе температура продуктов сгорания определяется как

$$< \theta_b > = \frac{1}{n} \int_0^n \theta_b \, dn_f, \tag{4}$$

где $\theta_b(\pi, \pi_f) = \frac{T_b}{M_b} \Big/ \frac{T_i}{M_i}$ — температура элемента массы dn_f при относительном давлении $\pi = p/p_i$, которая связана с температурой того же элемента dn_f непосредственно на фронте пламени при давлении[1] π_f соотношением адиабатического сжатия

$$\theta_b(\pi, \pi_f) = \theta_{bf}(\pi_f) \left(\frac{\pi}{\pi_f}\right)^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}} = \theta_{bf}(\pi_f) \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bf}}\right)^{\frac{\gamma_u(\gamma_b - 1)}{\gamma_b}},$$

причем $\pi_f \leqslant \pi$.

---

[1] В дальнейшем термин «относительный» для соответствующих величин опущен.

В свою очередь, температуру на фронте пламени θ_{bf} можно записать, предполагая, что прирост температуры $\theta_{bf} - E_i$ пропорционален приросту температуры свежей смеси в результате адиабатического сжатия

$$\varkappa = \frac{\theta_{bf} - E_i}{\theta_u - 1} \tag{5}$$

в виде

$$\theta_{bf} = E_i - \varkappa \sigma_f^{\gamma_u - 1} - \varkappa,$$

где σ_f — плотность свежей смеси при давлении π_f; $E_i = \frac{T_b}{M_b} / \frac{T_i}{M_i}$ — коэффициент расширения продуктов сгорания при постоянном давлении $\pi = 1$; M — молекулярный вес; $\gamma = c_p / c_v$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме; $\varkappa$ — коэффициент пропорциональности.

Таким образом, равенство (4), принимая во внимание уравнение состояния сгоревшего газа

$$\pi = \langle \sigma_b \rangle \langle \theta_b \rangle,$$

можно представить в виде

$$\frac{n \pi}{\langle \sigma_b \rangle} = \int\limits_0^n \theta_{bf} \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bf}} \right)^{\frac{\gamma_u (\gamma_b - 1)}{\gamma_b}} dn_f$$

или после преобразования, с учетом уравнения (3)

$$\sigma^{\gamma_u - 1} (n + \sigma - 1) = \int\limits_0^n \theta_{bf} \sigma_{bf}^{\frac{\gamma_u (1 - \gamma_b)}{\gamma_b}} dn_f. \tag{6}$$

Дифференцирование уравнения (6) и дальнейшие преобразования приводят к линейному дифференциальному уравнению

$$\frac{dn}{d\sigma} = \frac{\gamma_u \sigma - (1 - n)(\gamma_u - \gamma_b)}{\sigma G}, \tag{7}$$

где

$$G = \gamma_b \left[(E_i - \varkappa) \sigma^{1 - \gamma_u} + \varkappa - 1 \right].$$

Решение этого уравнения при начальном условии $\sigma = 1$, $n = 0$ имеет вид

$$1 - n = \frac{1}{\gamma_b^{1-\alpha} (\sigma^{\gamma_u - 1} G)^{\alpha}} \Big\{ \gamma_b (E_i - 1)^{\alpha} - (E_i - \varkappa)^{\alpha - 1} \times$$

$$\times \Big[\sigma^{\gamma_u} F \left(1 - \alpha, \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \frac{1 - \varkappa}{E_i - \varkappa} \sigma^{\gamma_u - 1} \right) -$$

$$- F \left(1 - \alpha, \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \frac{1 - \varkappa}{E_i - \varkappa} \right) \Big] \Big\}, \tag{8}$$

где $\alpha = \frac{\gamma_u - \gamma_b}{\gamma_b (\gamma_u - 1)(1 - \varkappa)}$; $F(\alpha, \beta, \gamma, z)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

Из условия в конце процесса горения $\sigma = \sigma_e$, $(\pi = \pi_e)$, $n = 1$ уравнение (8) дает соотношение между коэффициентом расширения E_i и конечной плотностью (давлением)

$$\sigma_e^{\gamma_u} F\left(1 - \alpha, \ \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \ \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \ \frac{1 - \varkappa}{E_i - \varkappa} \sigma_e^{\gamma_u - 1}\right) =$$

$$= F\left(1 - \alpha, \ \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \ \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \ \frac{1 - \varkappa}{E_i - \varkappa}\right) + \gamma_b (E_i - \varkappa) \left(\frac{E_i - 1}{E_i - \varkappa}\right)^{\alpha}. \quad (9)$$

ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ

Случай $\varkappa = c_{pu} / c_{pb}$. Коэффициент $\varkappa$ является функцией теплоемкостей свежего газа и продуктов сгорания, изменяется от состава и состояния смеси, но по предположению остается постоянным в процессе горения. Из физического смысла следует, что в зависимости от величины γ_b и γ_u, коэффициент может изменяться от нуля до единицы. Было показано [3], что точным термодинамическим условиям на фронте пламени отвечает случай с $\varkappa = c_{pu} / c_{pb} = \dfrac{\gamma_u (\gamma_b - 1)}{\gamma_b (\gamma_u - 1)}$.

При этом из уравнений (8) и (9) следует выражение для доли n через коэффициент расширения E_i

$$n = \frac{\sigma + \dfrac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} (1 - \sigma^{1 - \gamma_u}) - 1}{G} \quad (10)$$

и через конечную плотность σ_e (давление π_e)

$$1 - n = \frac{\sigma_e^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u}}{\sigma_e^{\gamma_u} - 1 - \dfrac{\gamma_u - \gamma_b}{\gamma_u - 1} (\sigma^{\gamma_u - 1} - 1)}. \quad (11)$$

Кроме того, может быть получено соотношение Фламма и Махе в зависимости от E_i и π_e

$$1 - n = \frac{\sigma_e^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u}}{\sigma^{\gamma_u - 1} G} \quad (12)$$

и соотношение, из которого исключено γ_b:

$$1 - n = \frac{\sigma_e^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u}}{\sigma_e^{\gamma_u} - 1 - \dfrac{\sigma^{\gamma_u - 1} - 1}{\gamma_u - 1} \left(\gamma_u - \dfrac{\sigma_e^{\gamma_u} - 1}{E_i - 1}\right)}. \quad (13)$$

В рамках сделанных предположений уравнения (10)—(13) являются строгими и идентичными, однако, как будет показано ниже, эти предположения недостаточно точно отражают реальный процесс горения.

Случай $\varkappa = c_{vu} / c_{vb}$ базируется на предположении, что на фронте пламени сохраняется внутренняя энергия [4], которая в действительности изменяется на величину $R\left(\dfrac{T_{bf}}{M_b} - \dfrac{T_u}{M_i}\right)$. Этот случай следует рассматривать как приближенный. Соответствующее выражение для n можно записать в виде

$$1 - n = \frac{1}{\gamma_b^{\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_0}} \left(\sigma^{\gamma_u - 1} G\right)^{\frac{1}{\gamma_b}}} \Bigg\{ \gamma_b (E_i - 1)^{\frac{1}{\gamma_b}} - \left(E_i - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1}\right)^{\frac{1 - \gamma_b}{\gamma_b}} \times$$

$$\times \left[\sigma^{\gamma_u} F\left(\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}, \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \frac{\gamma_u - \gamma_b}{\gamma_u - 1} \sigma^{\gamma_u - 1} \Big/ \left(E_i - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1}\right)\right) - \right.$$

$$\left. - F\left(\frac{\gamma_b - 1}{\gamma_b}, \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1}, \frac{2\gamma_u - 1}{\gamma_u - 1}, \frac{\gamma_u - \gamma_b}{\gamma_u - 1} \Big/ \left(E_i - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1}\right)\right)\right] \Bigg\}. \quad (14)$$

Случай $\varkappa=0$. Предельный случай реализуется при $\gamma_b = 1$. Температура продуктов сгорания постоянна и равна T_{bi} в течение всего процесса. Конечное давление в бомбе равно коэффициенту расширения при давлении $\pi=1$.

Из уравнений (8) и (9) получим

$$n = \frac{\sigma^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u - 1}}{E_i - \sigma^{\gamma_u - 1}} \quad (15)$$

и

$$n = \frac{\sigma^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u - 1}}{\sigma_e^{\gamma_u} - \sigma^{\gamma_u - 1}}. \quad (16)$$

Случай $\varkappa=1$. Второй предельный случай характеризуется равенством прироста относительной температуры на фронте пламени приросту температуры свежего газа в результате адиабатического сжатия. При этом очевидно, что $\gamma_b = \gamma_u$ и из (8) и (9) имеем

$$n = \frac{\sigma^{\gamma_u - 1}}{\gamma_u (E_i - 1)} \quad (17)$$

и

$$n = \frac{\sigma^{\gamma_u} - 1}{\sigma_e^{\gamma_u} - 1},$$

(формула Льюиса и Эльбе) (18)

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ С РАЗЛИЧНЫМИ СООТНОШЕНИЯМИ ДЛЯ n

Основные уравнения нормальной скорости пламени содержат кроме экспериментально определяемых величин по крайней мере одну из переменных, относящихся к области продуктов сгорания, например весовую долю и ее производную $\frac{dn}{d\sigma}$. Поэтому анализ суммарного отклонения вычисленной скорости S_u от истинной можно разделить на анализ экспериментальной погрешности и погрешности из-за приближенного характера расчетной величины n. Эти ошибки, конечно, не исчерпывают другие возможные источники погрешности S_u, например, в результате отсутствия равновесного состояния в продуктах сгорания, теплопотерь и т. д. Однако только раздельное рассмотрение этих источников позволит повысить точность метода бомбы постоянного объема.

С целью сравнительного анализа расчетной погрешности, обусловленной долей n, была вычислена скорость пламени S_u и местный коэффициент расширения E_u по полученным ранее формулам для n. Поскольку следует ожидать неодинаковой роли n и $\frac{dn}{d\sigma}$ в уравнениях различных форм, использовались два из основных уравнений, наиболее пригодных для целей анализа: уравнение с производной плотности (давления) [3]

$$S_u = \frac{a \cdot \frac{dn}{d\sigma}}{3\sigma^{1/3}(\sigma + n - 1)^{2/3}} \cdot \frac{d\sigma}{dt} \tag{19}$$

и уравнение с производной радиуса пламени

$$S_u = S / E_u = S \Big/ \left(1 + \frac{1-n}{\sigma} \Big/ \frac{dn}{d\sigma}\right). \tag{20}$$

В этих уравнениях расчетная часть ошибки в S_u может быть легко выделена, если вычислять S_u и E_u при одинаковых экспериментальных условиях, но изменять n в соответствии с различной степенью приближения. В качестве экспериментальных данных для этого использовалась запись давления при опыте со стехиометрической смесью *н*-гептана с воздухом [5]. Условия опыта: начальная температура смеси $T_i = 423°$К, начальное давление $p_i = 8$ *атм*. Также были использованы данные термодинамического расчета $E_i = 6{,}07$, $\pi_e = 6{,}98$ и средние для всего процесса $\gamma_u = 1{,}32$, $\gamma_b = 1{,}25$. Результаты по S_u и E_u приведены в табл. 1 и 2. В данном примере γ_b не равно 1 или γ_u, поэтому уравнения с $\varkappa = 0$ и $\varkappa = 1$ рассматриваются как приближенные. При этом сравнение результатов по ним показывает изменение S_u (E_u) с изменением γ_b, т. е. при различной степени отклонения действительного γ_b от принимаемого в расчете.

Таблица 1

Результаты расчета S_u с различными соотношениями для доли продуктов сгорания

t, *мсек*	π	$\frac{d\pi}{dt}$, *сек*$^{-1}$	σ	Уравнение								
				(15)	(14)	(10)	(17)	(16)	(11)	(18)	(13)	(12)
				$\gamma_b/\varkappa$								
				1/0	1,25/0,781	1,25/0,825	1,32/1	1/0	1,25/0,725	1,32/1	1,18/0,631	1,25/0,825
23,1	1,41	51,9	1,30	47,0	43,4	43,4	42,7	40,3	45,6	47,0	44,2	39,5
27,2	1,71	88,1	1,50	56,0	50,0	49,9	48,6	47,7	52,5	53,7	51,3	47,2
30,3	2,05	129	1,72	63,6	55,2	55,0	53,2	54,4	57,9	58,7	57,0	52,9
32,6	2,39	178	1,93	73,0	61,8	61,6	59,3	62,4	64,7	65,4	64,2	59,8
34,7	2,83	228	2,20	78,2	64,7	64,5	61,8	66,8	67,9	68,1	67,6	63,0
36,5	3,26	278	2,45	82,4	66,9	66,6	63,5	70,2	70,1	70,0	70,2	65,4
38,2	3,79	338	2,74	87,1	69,4	69,1	65,6	74,1	72,8	72,3	73,1	68,1
39,7	4,28	415	3,01	96,0	75,4	75,1	71,1	81,6	79,0	78,3	79,7	74,1
41,1	5,00	511	3,39	103	79,6	79,3	74,7	87,6	83,4	82,3	84,5	78,4
42,5	5,78	633	3,78	113	85,9	85,5	80,3	95,9	90,0	88,4	91,5	84,7
43,1	6,13	718	3,95	122	92,2	91,8	86,1	104	96,6	94,7	98,4	91,0

Рассмотрим результаты, полученные с основными соотношениями для n — (10), (14), (15) и (17). Табл. 1 показывает, что все значения S_u в идентичных экспериментальных условиях различны, причем изменение S_u можно поставить в зависимость от γ_b и $\varkappa$. Максимальная скорость пламени получена при $\gamma_b = 1$, а минимальная — при $\gamma_b = \gamma_u$.

Таблица 2

Результаты расчета E_u с различными соотношениями для доли продуктов сгорания

t, *мсек*	Уравнение								
	(15)	(14)	(10)	(17)	(16)	(11)	(18)	(13)	(12)
	$\gamma_b/\varkappa$								
	1/0	1,25/0,781	1,25/0,825	1,32/1	1/0	1,25/0,825	1,32/1	1,18/0.631	1.25/0,825
23,1	4,02	4,30	4,30	4,36	4,62	4,10	3,98	4,23	4,10
27,2	3,24	3,56	3,57	3,64	3,73	3,40	3,33	3,48	3,40
30,3	2,68	3,00	3,00	3,08	3,06	2,87	2,82	2,92	2,87
32,6	2,29	2,60	2,60	2,68	2,62	2,49	2,46	2,52	2,49
34,7	1,94	2,23	2,23	2,30	2,21	2,13	2,11	2,15	2,13
36,5	1,69	1,96	1,96	2,03	1,92	1,87	1,86	1,89	1,87
38,2	1,48	1,71	1,72	1,78	1,67	1,65	1,64	1,65	1,64
39,7	1,33	1,54	1,55	1,60	1,50	1,48	1,48	1,49	1,48
41,1	1,16	1,35	1,36	1,41	1,31	1,30	1,30	1,30	1,30
42,5	1,04	1,20	1,20	1,25	1,16	1,16	1,16	1,16	1,16
43,1	0,993	1,15	1,15	1,19	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11

Из физического смысла ясно, что это крайне возможные скорости пламени. Все другие значения скорости (включая и действительное), соответствующие промежуточным γ_b и $\varkappa$, должны находиться в этих пределах в зависимости от γ_b ближе к одному или другому пределу (колонки (10) и (14)). С ростом давления различие в предельных значениях постепенно возрастает.

Как показывает табл. 2, аналогичная картина наблюдается и для коэффициента E_u при изменении γ_b, $\varkappa$ и π. Табл. 3 дополняет отмеченные тенденции в отношении предельных величин n, $\frac{dn}{d\sigma}$ и E_u. Видно, что если эти величины при $\sigma=1$ удовлетворяют необходимым условиям соответственно $0{,}1/(E_i - 1)$ и E_i, то при $\sigma = \sigma_e$ различаются в зависимости от γ_b и $\varkappa$.

нии возрастает зависимость S_u по уравнениям (19) и (20) от γ_b. (Ис-
и E_u по мере протекания процесса означает, что в этом же направле-
Таким образом, увеличение расхождения предельных значений S_u

Таблица 3

Значения n, $\frac{dn}{d\sigma}$ и E_u при $\sigma=1$ и $\sigma=\sigma_e$ при различных соотношениях для доли продуктов сгорания

Параметры	Уравнение								
	(15)	(14)	(10)	(17)	(16)	(11)	(18)	(13)	(12)
	$\gamma_b/\varkappa$								
	1/0	1,25/0,781	1,25/0,825	1,32/1	1/0	1,25/0,825	1,32/1	1,18/0.631	1,25/0,825
n_i	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,056
n_e	1,205	0,946	0,943	0,895	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$\left(\frac{dn}{d\sigma}\right)_i$	0,197	0,197	0,197	0,197	0,167	0,209	0,221	0,197	0,198
$\left(\frac{dn}{d\sigma}\right)_e$	0,479	0,343	0,341	0,316	0,393	0,362	0,354	0,370	0,341
E_{ui}	6,07	6,07	6,07	6,07	6,98	5,78	5,53	6,07	5,77
E_{ue}	0,902	1,036	1,038	1,077	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

пользование приближенных соотношений, таких как (15) и (17), более оправдано на ранней стадии процесса.) Этот вывод на основе аналогичного анализа, некоторые результаты которого приведены в табл. 4, можно распространить и в отношении величин n и $\frac{dn}{d\sigma}$.

Уравнение (10), являясь в рамках принятых предположений точным, не приводит, как видно из табл. 3, к необходимым значениям $n_e = 1$ и $E_{ue} = 1$. Это отражает тот факт, что в действительности γ_b является переменной величиной. Действительно, по предположению в течение всего процесса отношения теплоемкостей постоянны. Но вывод соотношения (10) допускает использование средней в пределах от 0 до n величины γ_b. Поэтому в начальной фазе горения, когда состояние газов изменяется незначительно, отношение теплоемкостей продуктов сгорания будет слабо отличаться от его значения γ_{bi} при $\sigma=1$. С другой стороны, в конце процесса горения, как показывает табл. 3, для того чтобы n_e и E_{ue} равнялись единице, необходимо в расчете принять значение γ_b меньше чем 1,25. Полагая в соотношении (10) $n=1$ при $\sigma = \sigma_e$, найдем это условие:

$$\gamma_b = \frac{\sigma_e^{\gamma_u} - 1}{E_i - 1}, \qquad (21)$$

т. е. 1,18 для рассматриваемого примера.

Таблица 4

Расхождение предельных величин на начальной и заключительной стадиях процесса

Предельные величины и их расхождения	π	
	1,41	6,13
$n_{(15)}$	0,065	1,013
$n_{(17)}$	0,062	0,767
Отклонение, %	4,6	24,3
$(dn/d\sigma)_{(15)}$	0,238	0,454
$(dn/d\sigma)_{(17)}$	0,215	0,306
Отклонение, %	9,7	32,6
$S_{u\,(15)}$	47,0	122
$S_{u\,(17)}$	42,7	86,1
Отклонение, %	9,1	29,4
$E_{u\,(15)}$	4,02	0,993
$E_{u\,(17)}$	4,36	1,19
Отклонение, %	7,8	16,6

Формулу (21) целесообразно использовать для компенсации γ_b не только при $\sigma = \sigma_e$, но и в области $\sigma < \sigma_e$. Результатом такой процедуры по существу и является соотношение (13), формально полученное в предыдущем разделе. Соответствующие ему расчетные величины приведены в табл. 1—3.

Такая компенсация несомненно улучшит уравнение (10) на поздней стадии процесса и не вызовет существенной ошибки при малых σ вследствие ослабления зависимости S_u от γ_b при уменьшении σ. Отражением этого являются правильные предельные значения величин, вытекающие из соотношения (13) при $\sigma=1$ (см. табл. 3). Следовательно, соотношение (13) обладает преимуществом перед другими соотношениями, которые дают удовлетворительные результаты или на ранней стадии процесса (основные соотношения) или на поздней стадии (дополнительные соотношения). К тому же при такой компенсации из рассмотрения исключается недостаточно четко определенная величина, требующая трудоемкого расчета.

Следует заметить, что поскольку подобная зависимость от γ_b наблюдается также для E_u, n и $\frac{dn}{d\sigma}$, то использование формулы (13) будет оправдано и в уравнениях S_u других форм, в том числе и в уравнении с двумя производными, хотя влияние компенсации будет различно в разных уравнениях.

Дополнительные соотношения (11), (16) и (18) также можно рассматривать как результат компенсации основных, достигнутый методом замены E_i на σ_e по уравнению (9) при необходимом условии $n=1$ в конце процесса. Поэтому аналогично формуле (13) дополнительные соотношения на поздней стадии дают более реальные и близкие друг к другу значения S_u, чем на той же стадии основные соотношения (см. табл. 1, 2). Но на начальной стадии расхождение получается большим. На пределе при $\sigma=1$, хотя n и равно нулю, производные $dn/d\sigma$ значительно отличаются от необходимой величины. Так, если соотношения (15) и (17) при $\sigma=1$ имеют правильные значения производных и равные $1/(E_i-1)$, то соответствующие дополнительные соотношения (16) и (18) дают на пределе $1/(\pi_e-1)$ и $\gamma_u/(\pi_e-1)$. Причина этого расхождения состоит в сильной зависимости S_u, а также E_u, n и $\frac{dn}{d\sigma}$ от E_i в течение всего процесса (в отличие от зависимости этих величин от γ_b).

Формула Фламма и Махе (12) соответствует частичной замене E_i на σ_e также при условии $n=1$. Эта замена привела в рассматриваемом примере к общему занижению S_u, определенному по уравнению (19), по сравнению с соотношениями (10) и (11), но к удовлетворительному результату по уравнению (20). Например, если при $\pi=1{,}41$ по (19) получено $S_u=39{,}5$ *см/сек* (при минимальном значении скорости 42,7 *см/сек*), то по (20) $E_{u\,(12)}=E_{u\,(11)}<E_{u\,(10)}$. Этот пример хорошо иллюстрирует вывод о том, что доля продуктов сгорания и ее производная могут играть различную роль в разных уравнениях. Действительно, из сравнения уравнений (19) и (20) следует, что в первом из них S_u растет с увеличением $\frac{dn}{d\sigma}$ и уменьшением n, тогда как во втором — с увеличением обеих величин. Сравним результаты расчета по формулам (11) и (12). Расчет показывает, что для всего процесса справедливы неравенства $n_{(12)}>n_{(11)}$ и $\left(\frac{dn}{d\sigma}\right)_{(12)}<\left(\frac{dn}{d\sigma}\right)_{(11)}$. Поэтому низкие скорости при расчете по (19) и (12) обусловлены не только заниженными значениями производной, но и более высокими значениями n, в то время как при расчете по уравнению (20) происходит взаимная компенсация погрешностей этих величин, в результате чего численные данные по формулам (11) и (12) практически совпадают. Таким же образом можно объяснить, почему, например, при $\pi=6{,}13$ уравнение (19) с соотношениями (11), (16), (18) дает различные значения скорости, а уравнение (20) — одинаковые местные коэффициенты расширения.

В отношении формулы (14) можно отметить, что полученные по нему результаты незначительно лучше результатов по формуле (10) (см. табл. 1, 2). Это достигнуто, во-первых, значительным усложнением исходного соотношения и, во-вторых, произвольным уменьшением коэффициента $\varkappa$, который в данном случае не поставлен в соответствие с γ_b. Эти факторы, по-видимому, не оправдывают практическое использование формулы (14).

Таким образом, на основе общего решения рассмотрены различные выражения для доли продуктов сгорания n и показано, что предположение о постоянстве отношения теплоемкостей недостаточно хорошо выполняется на опыте. Соотношения в зависимости от входящих в них величин: коэффициента расширения E_i, конечного давления π_e и γ_b можно разделить на основные (10), (14), (15), (17), выражающие зависимость n от E_i, дополнительные, в которых E_i заменено на σ_e из условия $n=1$ в конце горения (11), (16), (18), и комбинированные (12), (13), из которых (12) получено в результате частичной замены E_i на σ_e, а (13) — путем замены γ_b на E_i и σ_e. Основные соотношения удовлетворяют необходимым и достаточным условиям в начале процесса горения и дают лучшие результаты на начальной стадии, тогда как соответствующие дополнительные — на заключительной стадии процесса. Соотношения с $\gamma_b = 1$ и $\gamma_b = \gamma_u$ (15), (17) отвечают предельным значениям скоростей и могут быть использованы для контроля результатов по другим выражениям для доли.

К удовлетворительным результатам для всего процесса приводит комбинированное соотношение (13), не содержащее γ_b. Другое комбинированное соотношение (12) (Фламма и Махе) дает различные результаты в уравнениях разных форм; удовлетворительные в уравнении с видимой скоростью пламени и низкие в уравнении с производной давления (плотности). Незначительное различие в результатах получено по формулам (10) и (14).

Поступила в редакцию
27/VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. C. J. Rallis and G. E. B. Tremeer. Combustion and Flame, 1963, 7, 1.
2. В. С. Бабкин, Л. С. Козаченко, И. Л. Кузнецов. ПМТФ, 1963, 6.
3. В. С. Бабкин, Ю. Г. Кононенко. ФГВ, 1967, 3, 2.
4. B. Lewis and G. von Elbe. Combustion. Flames and Explosions of Gases. N. Y.— London. Aademic Press, INC, 1961.
5. В. С. Бабкин, А. В. Вьюн, Л. С. Козаченко. ФГВ, 1967, 3, 3.

УДК 536.46

ВЫЧИСЛЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НОРМАЛЬНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ НА ЭВМ

Д. Б. Ахмедов, В. А. Лобышев, В. В. Померанцев
(Ленинград)

При исследовании процессов горения важно определение суммарных кинетических характеристик процессов. Экспериментальное определение этих величин с помощью анализа газовых проб, механически забираемых из реакционной зоны во время развития реакции, неприемлемо для изучения процессов, происходящих во фронте пламени. Известные в настоящее время прямые методы являются слишком грубыми и ненадежными, когда речь идет об изучении процессов, происходящих в зоне, измеряемой долями миллиметра, где сам процесс протекает значительно быстрее, чем в зонах, непосредственно прилегающих к фронту пламени.

В связи с этим весьма важное значение приобретают косвенные методы определения суммарных кинетических характеристик процесса, основанные на измерении нормальной скорости распространения пламени при соответствующих химико-физических условиях протекания процес-