

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость. — Механика жидкости и газа (Итоги науки и техники), 1978, т. 11.
3. Clever R. M., Busse F. H. Instabilities of longitudinal convection rolls in an inclined layer. — J. Fluid Mech., 1977, vol. 81, pt 1.
4. Clever R. M., Busse F. H., Kelly R. E. Instabilities of longitudinal convection rolls in Couette flow. — Z. angew. Math. und Phys., 1977, vol. 28, N 5.
5. Busse F. H. On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below. — J. Math. and Phys., 1967, vol. 46, N 2.
6. Clever R. M., Busse F. H. Transition to time-dependent convection. — J. Fluid Mech., 1974, vol. 65, pt 4.
7. Busse F. H., Clever R. M. Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate Prandtl number. — J. Fluid Mech., 1979, vol. 94, pt 2.
8. Kvernfold O. Rayleigh-Bénard convection with one free and one rigid boundary. — Geophys. and Astrophys. Fluid Dyn., 1979, vol. 12, N 3-4.
9. Tveiterei M., Palm F. Convection due to internal heat sources. — J. Fluid Mech., 1976, vol. 76, pt 3.
10. Тарунин Е. Л. Определение границы конвективной устойчивости равновесия методом сеток. — В сб.: Алгоритмы и программы для ЭВМ. Пермь, 1978, деп. ВИНТИ 31.05.78, № 1803-78.
11. Возовой Л. П., Непомнящий А. А. Применение метода сеток для исследования устойчивости пространственно-периодических движений. — В сб.: Численные методы динамики вязкой жидкости. Новосибирск, 1979.
12. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Вторичные стационарные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5.
13. Тарунин Е. Л. О вторичных стационарных конвективных течениях в вертикальном слое. — Учен. зап. Пермск. ун-та, № 293. Гидродинамика. 1974, вып. 4.
14. Непомнящий А. А. О вторичных конвективных движениях в плоском вертикальном слое. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 4.
15. Непомнящий А. А. О типах вторичных конвективных течений в вертикальном слое. — В сб.: Конвективные течения и гидродинамическая устойчивость. Свердловск, УНЦ АН СССР, 1979.
16. Непомнящий А. А. О нестационарных вторичных конвективных движениях в вертикальном плоском слое. — В сб.: Конвективные течения. Вып. 1. Пермь: изд. ПГПИ, 1979.
17. Займаи Дж. М. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974.
18. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
19. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
20. Возовой Л. П., Непомнящий А. А. Нестационарные конвективные течения в вертикальном слое. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 5.

УДК 533.6.013.2

### АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

В. В. Боголепов, И. И. Липатов

(Москва)

В работе [1] построена классификация режимов течений около малых двумерных неровностей на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого газа, при стремлении характерного числа Рейнольдса  $Re$ , посчитанного по параметрам набегающего потока и характерной длине тела  $l$ , к бесконечности. При использовании известного метода сращиваемых асимптотических разложений установлены основные параметры подобия, определяющие физические особенности течений, вид уравнений и краевых условий. В частности, получено, что неровности с характерной протяженностью  $\varepsilon^{3/2} < b/l < \varepsilon^{3/4}$  и характерным поперечным размером  $a/l \sim O[\varepsilon(b/l)^{1/3}]$ , где  $\varepsilon = Re^{-1/2}$ , обтекаются пристеночной сдвиговой дозвуковой частью невозмущенного пограничного слоя и течение около таких неровностей в первом приближении при  $\varepsilon \rightarrow 0$  описывается уравнениями пограничного слоя Прандтля для несжимаемого газа. Распределение давления при этом определяется в процессе счета из условия взаимодействия неровности с пристеночной частью невозмущенного пограничного слоя, т. е. для рассматриваемого режима течения в первом приближении нет взаимодействия с внешним потоком и изменение толщины неровности компенсируется изменением тол-

щины вытеснения пристеночной части невозмущенного пограничного слоя. Поэтому за исследуемым режимом течения начинает закрепляться название «компенсационного».

В [2] также описана постановка краевой задачи для «компенсационного» режима обтекания неровностей и получено решение в следе за финитной неровностью на поверхности тела. Полное решение нелинейной краевой задачи получено в [3]. В [4] построена классификационная схема режимов течений около малых неровностей, а в [5] исследованы решения для различных режимов обтекания неровностей при стремлении местных параметров подобия к своим предельным значениям.

В данной работе исследуются автомоделные решения «компенсационного» режима обтекания малых неровностей на поверхности тела.

1. «Компенсационный» режим обтекания малых неровностей описывается следующей краевой задачей (см., например, [3]):

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \Pi \psi''' &= p + \psi' \cdot \psi' - \psi \cdot \psi'', \quad \Pi H'' / \text{Pr} = -\psi \cdot H' + H \cdot \psi', \\ \Pi &= \mu_w b_1 / A \rho_w a_1^3, \quad \psi = \psi' = H = 0 \quad (y = f(x)), \\ \psi'' &\rightarrow 1, \quad H \rightarrow \sqrt{2\psi}, \quad p(x) \rightarrow \psi - y^2/2 (y \rightarrow \infty), \quad f(x) \rightarrow 0, \quad p(x) \rightarrow 0, \\ \psi &\rightarrow y^2/2, \quad H \rightarrow y (x \rightarrow -\infty), \end{aligned}$$

где  $x, y$  — обычные декартовы координаты;  $( ) \cdot$  и  $( )'$  — дифференцирование по продольной и поперечной переменным;  $\psi(x, y), H(x, y)$  и  $p(x)$  — функция тока, возмущение энтальпии относительно ее значения на поверхности тела и давление;  $\text{Pr}$  и  $f(x)$  — число Прандтля и отнормированная форма неровности;  $\mu_w, \rho_w$  и  $A$  — значения коэффициента динамической вязкости, плотности и напряжения трения у поверхности тела в невозмущенном пограничном слое в точке, где находится малая неровность;  $a_1$  и  $b_1$  — поперечный и продольный размеры неровности. В принятых переменных напряжение трения  $\tau$  и тепловой поток  $q$  в невозмущенном пограничном слое у поверхности тела равны 1.

Вводятся новые переменные

$$\begin{aligned} y &= c(x)N + f(x), \quad p(x) = d(x) - f^2(x)/2, \\ \psi(x, y) &= d(x)\varphi(x, N) + c^2(x)N^2/2 + c(x)f(x)N, \\ H(x, y) &= d(x)g(x, N)/c(x) + c(x)N_x \end{aligned}$$

в которых краевая задача (1.1) принимает удобный для исследования вид

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \Pi \varphi''' &= \frac{c^3 d \cdot}{d} - [c(cf) \cdot N + c^2 c \cdot N^2 + cd \cdot \varphi] \varphi'' + \left[ c^2 f \cdot + \frac{c \cdot f}{d} (cd \cdot - \right. \\ &\left. - c \cdot d) + \frac{c^3 d \cdot}{d} N + (cd \cdot - c \cdot d) \varphi' \right] \varphi' - \frac{c^3 d \cdot}{d} \varphi + c^3 \left[ \varphi' \cdot \left( N + \frac{f}{c} + \frac{d}{c^2} \varphi' \right) - \right. \\ &\left. - \varphi \cdot \left( 1 + \frac{d}{c^2} \varphi'' \right) \right], \\ \frac{\Pi}{\text{Pr}} g'' &= -\frac{c^4 f \cdot}{d} N - \frac{c^3 d \cdot}{d} \varphi + c^2 c \cdot N \varphi' - c^3 \varphi \cdot - [c(cf) \cdot N + c^2 c \cdot N^2 + cd \cdot \varphi + \\ &+ cd \varphi \cdot] g' + \left( \frac{c^3 d \cdot}{d} - c^2 c \cdot \right) \left( N + \frac{f}{c} + \frac{d}{c^2} \varphi' \right) g + c^3 g \cdot \left( N + \frac{f}{c} + \frac{d}{c^2} \varphi' \right), \\ \varphi(x, 0) &= 0, \quad \varphi'(x, 0) = -cf/d, \quad \varphi''(x, \infty) = 0, \quad \varphi(x, \infty) = 1, \\ g(x, 0) &= 0, \quad g'(x, \infty) = 0, \quad f(x) \rightarrow 0, \quad d(x) \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow -\infty). \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что в краевой задаче (1.2) условие взаимодействия  $\varphi(x, \infty) = 1$  не повышает порядок производных по продольной координате  $x$ , входящих в краевую задачу (1.2), уравнения остаются параболическими и в их решении не учитывается передача возмущений вверх по потоку.

Так как неровность взаимодействует только с дозвуковой частью невозмущенного пограничного слоя, то при обтекании вмятины на поверхности тела ( $f(x) < 0$ ) возмущение давления будет положительным:  $\Delta p > 0$  и  $d(x) > f^2(x)/2 > 0$ . Если же неровность будет выпуклой ( $f(x) > 0$ ), то

$\Delta p < 0$  и  $d(x) < 0$ . В дальнейшем всюду верхний знак относится к случаю обтекания выпуклой неровности, нижний — к случаю обтекания вмятины.

Принимается следующий вид произвольной нормировочной функции  $c(x) > 0$ :

$$c(x) = D [\mp d(x)]^\gamma.$$

Очевидно, что только при  $f(x) = \pm[\mp d(x)]^{1-\gamma}$  краевые условия исследуемой задачи (1.2) принимают автомодельный вид

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = D, \quad \varphi''(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 1, \\ g(0) = 0, \quad g'(\infty) = 0. \end{aligned}$$

Для существования нетривиального автомодельного решения краевой задачи (1.2) необходимо выполнение условия

$$(1.4) \quad c^3(x)d'(x)/d(x) = \beta.$$

Интегрирование дифференциального уравнения (1.4) дает (постоянную интегрирования можно сделать равной нулю с помощью смещения начала координат  $x = 0$ )

$$(1.5) \quad \begin{aligned} d(x) = \mp(3\beta\gamma x/D^3)^{1/3\gamma}, \quad f(x) = \pm(3\beta\gamma x/D^3)^{1/3\gamma-1/3}, \\ c(x) = (3\beta\gamma x)^{1/3}. \end{aligned}$$

Теперь можно получить оценку для изменения возмущений напряжения трения или теплового потока у поверхности неровности относительно своих значений в невозмущенном пограничном слое у поверхности тела

$$(1.6) \quad (\tau - 1) \sim (q - 1) \sim d(x)/c^2(x) \sim x^{1/3\gamma-2/3}.$$

Из соотношений (1.5) видно, что произведение  $\beta\gamma x$  должно быть  $> 0$ , т. е. при различных сочетаниях знаков величин  $\beta$ ,  $\gamma$  и координаты  $x$  могут реализоваться различные автомодельные решения краевой задачи (1.2).

2. Пусть сначала  $x, \beta, \gamma > 0$ , т. е. исследуется распространение возмущений вниз по потоку и при этом возмущения давления возрастают по абсолютной величине  $|d(x)| > 0$ . Условимся называть такие течения течениями сжатия.

Оценка порядков членов, входящих в уравнения краевой задачи (1.2), по степеням  $x$  показывает, что при использовании соотношений (1.5) и значении  $\gamma = 1/2$  уравнения (1.2) сводятся к нелинейным автомодельным уравнениям для всех  $x > 0$ :

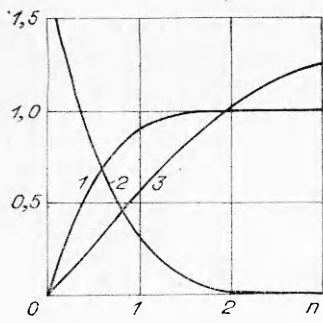
$$(2.1) \quad \begin{aligned} \Pi\varphi''' = \beta \left[ 1 - \left( \pm \frac{N}{D} + \frac{N^2}{2} \mp \frac{\varphi}{D^2} \right) \varphi'' + \left( \pm \frac{1}{D} + N \mp \frac{\varphi'}{2D^2} \right) \varphi' - \varphi \right], \\ \frac{\Pi}{\Gamma} g'' = \beta \left[ \frac{DN}{2} - \varphi + \frac{N\varphi'}{2} - \left( \pm \frac{N}{D} + \frac{N^2}{2} \mp \frac{\varphi}{D^2} \right) g' + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left( \pm \frac{1}{D} + N \mp \frac{\varphi'}{D^2} \right) g \right], \end{aligned}$$

решение которых должно удовлетворять краевым условиям (1.3). В новых переменных

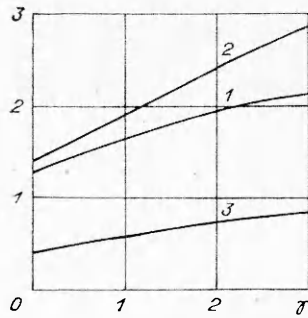
$$N = (\Pi/\beta)^{1/3}n, \quad g(N) = (\beta/\Pi)^{1/3}G(n)$$

уравнения (2.1) и краевые условия (1.3) принимают вид, удобный для численного интегрирования:

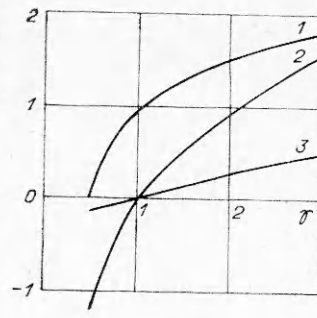
$$(2.2) \quad \begin{aligned} \varphi''' = 1 - \left( \pm \frac{n}{E} + \frac{n^2}{2} \mp \frac{\varphi}{E^2} \right) \varphi'' + \left( \pm \frac{1}{E} + n \mp \frac{\varphi'}{2E^2} \right) \varphi' - \varphi, \\ \frac{G''}{\Gamma} = \frac{En}{2} - \varphi + \frac{n\varphi'}{2} - \left( \pm \frac{n}{E} + \frac{n^2}{2} \mp \frac{\varphi}{E^2} \right) G' + \frac{1}{2} \left( \pm \frac{1}{E} + n \mp \frac{\varphi'}{E^2} \right) G, \\ \varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = E, \quad \varphi''(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 1, \quad G(0) = 0, \\ G'(\infty) = 0, \quad E = D(\Pi/\beta)^{1/3}. \end{aligned}$$



Ф и г . 1



Ф и г . 2



Ф и г . 3

Численное интегрирование краевой задачи (2.2) позволяет определить величину параметра  $E$ , найти форму обтекаемой неровности  $f(x) = \pm (3\Pi x/2E^3)^{1/3}$ , распределение возмущения давления  $d(x) = \mp f^2(x)$  и величины возмущения напряжения трения  $\tau - 1 = \mp \varphi''(0)/E^2$  и теплового потока  $q - 1 = \mp G'(0)/E^2$ :

$$\begin{aligned} \tau - 1 &= 0,7350, \quad q - 1 = 0,1972 \quad (f(x) = 0,6775(\Pi x)^{1/3}), \\ \tau - 1 &= -0,7182, \quad q - 1 = -0,2569 \quad (f(x) = -0,9503(\Pi x)^{1/3}) \end{aligned}$$

для всех  $x > 0$ . Профили функций  $\varphi(n)$ ,  $\varphi'(n)$  и  $-G(n)$  для  $f(x) > 0$  представлены на фиг. 1 (кривые 1—3), во всех расчетах принималось  $Pr = 0,71$ . Если же  $\gamma \neq 1/2$ , то краевая задача (1.2) будет иметь автомодельный вид только при  $x^{1/3\gamma-2/3} \ll 1$ , т. е. при  $x \gg 1$  для  $\gamma > 1/2$  и при  $x \ll 1$  для  $\gamma < 1/2$ :

$$\begin{aligned} (2.3) \quad \varphi''' &= 1 - \gamma n^2 \varphi'' + n \varphi' - \varphi, \\ G''/Pr &= (1 - \gamma)En - \varphi + \gamma n \varphi' - \gamma n^2 G' + (1 - \gamma)nG, \\ \varphi(0) &= 0, \quad \varphi'(0) = E, \quad \varphi''(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 1, \quad G(0) = 0, \\ G'(\infty) &= 0. \end{aligned}$$

Численное решение краевой задачи (2.3) получено в широком диапазоне изменения величины  $\gamma > 0$ . На фиг. 2 показаны зависимости  $E$ ,  $-\varphi''(0)$  и  $-G'(0)$  от величины  $\gamma$  (кривые 1—3); зависимости  $f(x)$ ,  $d(x)$ ,  $\tau - 1$  и  $q - 1$  в этом случае будут определяться соотношениями

$$\begin{aligned} f(x) &= \pm (3\Pi \gamma x/E^3)^{1/3\gamma-1/3}, \quad d(x) = \mp (3\Pi \gamma x/E^3)^{1/3\gamma}, \\ \tau - 1 &= \mp [\varphi''(0)/E^2] (3\Pi \gamma x/E^3)^{1/3\gamma-2/3}, \quad q - 1 = \mp [G'(0)/E^2] \times \\ &\quad \times (3\Pi \gamma x/E^3)^{1/3\gamma-2/3}. \end{aligned}$$

Из полученных результатов важно отметить, что для  $x \gg 1$  при обтекании неровностей ( $x^{-1/3} < |f(x)| < x^{1/3}$ ) возмущения давления возрастают  $1 < |d(x)| < x^{2/3}$ , а возмущения напряжения трения (или теплового потока) убывают  $x^{-2/3} < |\tau - 1| < 1$ . В частности, при обтекании уступа ( $f(x) = +1$ )  $d(x) \sim x^{1/3}$  и  $(\tau - 1) \sim (q - 1) \sim x^{-1/3}$ , т. е. возмущения напряжения трения и теплового потока очень слабо убывают с ростом  $x$ .

3. Пусть теперь  $x > 0$ , но  $\beta, \gamma < 0$ , т. е. возмущения давления уменьшаются по абсолютной величине  $|d(x)| < 0$  вниз по потоку. Условимся называть такие течения течениями разрежения. При этом также справедливы соотношения (1.5) и (1.6), если знаки  $\beta$  и  $\gamma$  поменять в них на противоположные:

$$\begin{aligned} d(x) &= \mp (3\beta \gamma x/D^3)^{-1/3\gamma}, \quad f(x) = \pm (3\beta \gamma x/D^3)^{-1/3\gamma-1/3}, \\ c(x) &= (3\beta \gamma x)^{1/3}, \quad (\tau - 1) \sim (q - 1) \sim x^{-1/3\gamma-2/3} \end{aligned}$$

и далее полагать  $\beta, \gamma > 0$ . Можно видеть, что в этом случае исходная кра-

вая задача (1.2) принимает автомодельный вид только при  $x \gg 1$ :

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \varphi''' &= -1 - \gamma n^2 \varphi'' - n\varphi' + \varphi, \\ G''/Pr &= -(1 + \gamma)En + \varphi + \gamma n\varphi' - \gamma n^2 G' - (1 + \gamma)nG, \\ \varphi(0) &= 0, \quad \varphi'(0) = E, \quad \varphi''(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 1, \quad G(0) = 0, \\ G'(\infty) &= 0. \end{aligned}$$

Численное решение краевой задачи (3.1) получено в широком диапазоне изменения величины  $\gamma > 0$ , зависимости  $E$ ,  $-\varphi''(0)$  и  $-G'(0)$  от величины  $\gamma$  представлены на фиг. 3 (кривые 1—3). Зависимости  $f(x)$ ,  $d(x)$ ,  $\tau - 1$  и  $q - 1$  в этом случае будут определяться соотношениями

$$\begin{aligned} f(x) &= \pm (3\Pi\gamma x/E^3)^{-1/3\gamma-1/3}, \quad d(x) = \mp (3\Pi\gamma x/E^3)^{-1/3\gamma}, \\ \tau - 1 &= \mp [\varphi''(0)/E^2] (3\Pi\gamma x/E^3)^{-1/3\gamma-2/3}, \quad q - 1 = \\ &= \mp [G'(0)/E^2] (3\Pi\gamma x/E^3)^{-1/3\gamma-2/3}, \end{aligned}$$

из которых видно, что для течений разрежения все возмущения затухают с ростом продольной координаты  $x$  при  $\gamma > 0$ . Результаты численных расчетов показывают, что при  $\gamma = 1$   $\varphi''(0) = G'(0) = 0$  и, значит,

$$d(x) \sim x^{-1/3}, \quad \tau = q = 1 \quad (f(x) \sim x^{-2/3}).$$

Кроме того, оказывается, что при  $\gamma = 1/2$   $E = 0$ . Из этого следует, что решение краевой задачи (3.1) имеет смысл только при  $\gamma \geq 1/2$ , когда  $E \geq 0$ , так как значение  $E = 0$  соответствует предельному случаю — течению в следе за финитной неровностью на поверхности тела, т. е. для  $f(x) \equiv 0$  при  $x \gg 1$  (в этом случае во всех формулах надо сразу положить  $f(x) = f'(x) = 0$ , а потом использовать соотношения  $D = 1$  и  $E = (\Pi/\beta)^{1/3}$ ). Именно такой пример течения рассматривался в [2], при этом возмущения затухают с ростом продольной координаты  $x$  по следующим законам:

$$d(x) \sim x^{-2/3}, \quad (\tau - 1) \sim (q - 1) \sim x^{-4/3}.$$

Это еще означает, что при обтекании неровностей  $f(x) \leq x^{-1}$  при  $x \gg 1$  затухание возмущений определяется уже взаимодействием пристеночной части невозмущенного пограничного слоя с поверхностью тела  $f(x) \equiv 0$ , а не с самой неровностью.

При  $\gamma = 1$  решение краевой задачи (3.1) для функции  $\varphi(n)$  удается получить в явном виде

$$(3.2) \quad \varphi''(n) = \varphi''(0) \left( 1 - n \exp\left(-\frac{n^3}{3}\right) \int_0^n \xi \exp\left(\frac{\xi^3}{3}\right) d\xi \right) - n \exp\left(-\frac{n^3}{3}\right).$$

Однако это решение неоднозначно, так как величина  $\varphi''(0)$  остается неопределенной. Если  $\varphi''(0) \neq 0$ , то из анализа решения (3.2) следует  $\varphi''(n) \sim \sim \varphi''(0)/n^3$  ( $n \rightarrow \infty$ ).

С другой стороны, результаты численных расчетов показывают, что в окрестности точки  $\gamma = 1$  величина  $\varphi''(0)$  меняет свой знак (см. фиг. 3), и поэтому можно считать, что существует решение, в котором  $\varphi''(0) = 0$  при  $\gamma = 1$ . Тогда возмущения напряжения трения затухают по экспоненциальному закону при  $n \rightarrow \infty$  и величина  $E = 3^{-1/3}\Gamma(2/3) = 0,93889$  (результаты численных расчетов дают  $E = 0,93887$ ).

Отдельные аналитические результаты можно получить еще при использовании преобразования Фурье по продольной координате  $x$  для линеаризованной краевой задачи (1.2) для функции  $\varphi(x, N)$ . После ряда несложных выкладок (см., например, [2]) получается следующая зависимость величины  $E$  от  $\gamma$ :

$$(3.3) \quad E = \left[ (3\gamma)^{1/3} \Gamma(+1/3\gamma + 1) \theta^{-4/3} \Gamma^{-1}(\pm 1/3\gamma + 2/3) \right],$$

где  $\theta = [-3A\varphi'(0)]^{3/4} \approx 0,8272$ ;  $\gamma \geq 0$ ; только здесь знак  $+$  соответствует решению краевой задачи (2.3), знак  $-$  — решению краевой задачи (3.1).

Значения  $E$ , вычисленные по этой формуле, практически совпадают с результатами, представленными на фиг. 2, 3. В частности, для течения разрезания из (3.3) следует, что при  $\gamma = 1/2$   $E = 0$ .

4. Пусть  $x < 0$ , тогда, как следует из (1.5), величины  $\beta$  и  $\gamma$  должны иметь противоположные знаки. Так как при  $x \rightarrow -\infty$  толщина неровности  $f(x) \rightarrow 0$ , то  $|d(x)| > 0$  и, следовательно,  $\beta > 0$  и  $\gamma < 0$ .

Здесь, как и в п. 3, исходная краевая задача (1.2) может принимать автомодельный вид только при  $-x \gg 1$ :

$$(4.1) \quad \varphi''' = -1 + \gamma n^2 \varphi'' - n \varphi' + \varphi, \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = E, \\ \varphi''(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 1.$$

Необходимо отметить, что эта краевая задача отличается от (3.1) только знаком перед членом  $\gamma n^2 \varphi''$ .

Для функции  $z(n) = \varphi''(n) \exp(-\gamma n^3/6)$  при  $n \rightarrow \infty$  можно получить уравнение  $z'' - \gamma^2 n^4 z/4 = 0$ , решение которого выражается через модифицированные функции Бесселя [6]. Учитывая, что при  $n \rightarrow \infty$  функция  $z(n)$  должна убывать, можно получить

$$z(n) \sim n^{1/2} K_{1/6}(\gamma n^3/6).$$

Тогда из асимптотического представления функции  $K_{1/6}(\gamma n^3/6)$  при  $n \rightarrow \infty$  следует, что  $\varphi''(n) \rightarrow \text{const}$ . Краевое условие  $\varphi''(\infty) = 0$  дает тогда решение вида  $\varphi''(n) \equiv 0$ , которое не удовлетворяет остальным краевым условиям задачи (4.1), и, значит, краевая задача (4.1) решения не имеет. Это доказывает, что исходная краевая задача (1.2) не имеет автомодельных решений для неровностей, простирающихся неограниченно далеко вверх по потоку.

Поступила 21 VII 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Боголепов В. В., Нейланд В. Я. Обтекание малых неровностей на поверхности тела сверхзвуковым потоком вязкого газа. — Труды ЦАГИ, 1971, вып. 1363.
2. Hunt J. C. V. A theory for the laminar wake of two-dimensional body in boundary layer. — J. Fluid Mech., 1971, vol. 49, pt 1.
3. Боголепов В. В. Расчет взаимодействия сверхзвукового пограничного слоя с тонким препятствием. — Учен. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 6.
4. Боголепов В. В., Нейланд В. Я. Исследование локальных возмущений вязких сверхзвуковых течений. — В сб.: Аэромеханика. М.: Наука, 1976.
5. Боголепов В. В. Исследование предельных решений для случая обтекания малых неровностей на поверхности тела сверхзвуковым потоком вязкого газа. — Труды ЦАГИ, 1977, вып. 1812.
6. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979.

УДК 533.6.12

### О ВОЗМУЩЕНИЯХ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ОСЦИЛЛЯТОРАМИ В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ЗАКРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТАХ

Е. В. Богданова, О. С. Рыжов  
(Москва)

1. Следуя [1, 2], воспользуемся теорией свободного взаимодействия [3—5] для изучения длинноволновых возмущений на входе в плоский полубесконечный канал. Источником возмущений будем считать два гармонических осциллятора, расположенных на противоположных стенках. Чтобы задать характерную частоту генерируемых ими колебаний, введем малый параметр  $\varepsilon = R^{-1/5}$ , где число Рейнольдса  $R$  вычислено по ширине канала  $b^*$ , скорости  $U_\infty^*$  потока на его входе и кинематической вязкости