

2. Слобожанин Л. А. Об устойчивости цилиндрического равновесного состояния вращающейся жидкости.— В сб.: Математическая физика и функциональный анализ. Вып. 2. Харьков: изд. ФТИНТ АН УССР, 1971.
3. Братухин Ю. К., Маурин Л. Н. Равновесные фигуры вращающегося жидкого цилиндра.— ПММ, 1968, т. 32, № 4.
4. Слобожанин Л. А. Об одной задаче ветвления цилиндрического равновесного состояния вращающейся жидкости.— В сб.: Математическая физика и функциональный анализ. Вып. 2. Харьков: изд. ФТИНТ АН УССР, 1971.
5. Логинов Б. В. Дополнение к статье Л. А. Слобожанина «Об одной задаче ветвления цилиндрического равновесного состояния вращающейся жидкости.— В сб.: Математическая физика и функциональный анализ. Вып. 3. Харьков: изд. ФТИНТ АН УССР, 1972.
6. Пухначев В. В. Ветвление вращательно-симметричных решений, описывающих течения вязкой жидкости со свободной поверхностью.— ПМТФ, 1973, № 2.
7. Chandrasekhar S. The stability of a rotation liquid drop.— Proc. Roy. Soc. London, ser. A, 1965, vol. 286, N 1404. Рус. пер. Чандрасекхар С. Сб. пер. Механика, 1966, № 5.
8. Беляева М. А., Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д. Гидростатика в слабых силовых полях.— В сб.: Введение в динамику тела с жидкостью в условиях невесомости. М.: изд. ВЦ АН СССР, 1968.
9. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.—Л.: Физматгиз, 1962.

УДК. 533

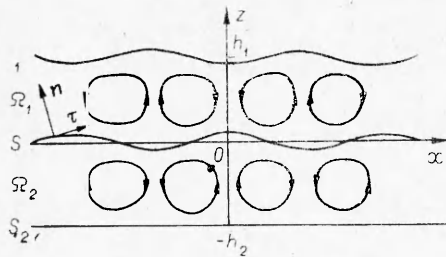
О ВЛИЯНИИ МЕЖФАЗНЫХ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ СИЛ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

А. И. Жакин
(Харьков)

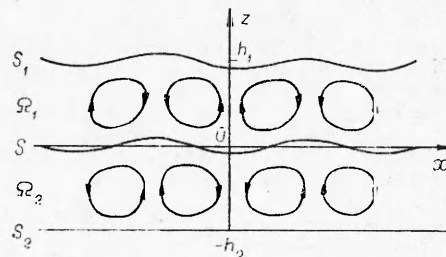
Кулоновские силы приводят в движение слабопроводящую поляризующуюся жидкость посредством объемных сил [1—5] и тангенциальных поверхностных напряжений [2, 6]. Если первый тип течений имеет пороговый характер [1—5], то второй тип может развиваться в полях любой, сколь угодно малой напряженности электрического поля при наличии движения вдоль свободной поверхности жидкости поверхностного заряда [6]. Время накопления поверхностного заряда на свободной поверхности имеет порядок времени релаксации свободного заряда $t_e = \epsilon/\sigma$ [7]. Если характерные времена задачи t_0 удовлетворяют условию $t_0 \ll t_e$, то поверхностным зарядом можно пренебречь, в этом случае основную роль будут играть поляризационные силы (например, в задачах стабилизации свободной поверхности жидкого диэлектрика электрическим полем [2, 8, 9]). При $t_0 \geq t_e$ кулоновскими поверхностными силами пренебречь нельзя, и их учет приводит к выводу о возможности электроконвективных течений.

В данной работе рассматриваются основные закономерности беспороговой электроконвекции на примере течения слабопроводящей поляризующейся жидкости под действием поверхностных сил, вызываемых специальной геометрией электродов.

1. Постановка задачи. Рассмотрим две несжимаемые вязкие слабопроводящие поляризующиеся несмешивающиеся жидкости, расположенные между двумя горизонтальными бесконечными электродами и разделенные свободной поверхностью S . Введем декартову систему координат так, как указано на фиг. 1, 2, и обозначим Ω_i области, занимаемые жидкостями, $S_1 = (-\infty < x < \infty, z = h_1 + a \cos \omega x)$ — верхний изогнутый электрод, $S_2 = (-\infty < x < \infty, z = -h_2)$ — нижний плоский



Ф и г. 1



Ф и г. 2

электрод. Здесь и в дальнейшем индексы 1, 2 относятся к величинам, определенным соответственно в областях Ω_1, Ω_2 .

Движение жидкостей описывается уравнениями электрогидродинамики

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \rho_i (\partial \mathbf{v}_i / \partial t + (\mathbf{v}_i \nabla) \mathbf{v}_i) &= -\nabla p_i + \eta_i \Delta \mathbf{v}_i + q_i \mathbf{E}_i - \rho_i g \mathbf{e}_z, \\ \operatorname{div} \mathbf{v}_i &= 0, \operatorname{div} \varepsilon_i \mathbf{E}_i = 4\pi q_i, \mathbf{E}_i = -\nabla \varphi_i, \\ \partial q_i / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{j}_i &= 0 \text{ в } \Omega_i, \end{aligned}$$

где ρ_i — плотность; p_i — полное давление [8]; $\mathbf{j}_i = \sigma_i \mathbf{E}_i + q_i \mathbf{v}_i$ — плотность тока; η_i, σ_i — постоянные коэффициенты динамической вязкости и проводимости; q_i — объемная плотность зарядов; φ_i — потенциал электрического поля; ε_i — диэлектрическая проницаемость; g — ускорение свободного падения ($i = 1, 2$).

Граничные условия для системы уравнений (1.1) следуют из условий прилипания, задания потенциала на электродах, кинематических, динамических и электродинамических условий на свободной поверхности и имеют вид [6, 8]

$$(1.2) \quad \begin{aligned} S_1 : \mathbf{v}_1 &= 0, \varphi_1 = U = \text{const}; S_2 : \mathbf{v}_2 = 0, \varphi_2 = 0; \\ S : \langle \mathbf{v} \rangle &= 0, \partial f / \partial t = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} |\nabla f|^{1/2}, \varphi_1 = \varphi_2, \\ \langle \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \rangle &= 4\pi q_S, \partial q_S / \partial t + \operatorname{div}_S \mathbf{i} - H q_S \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} + \langle \mathbf{j} \mathbf{n} \rangle = 0, \\ -\langle p \rangle + \langle \tau_{ik} \rangle n_i n_k + \langle T_{ik} \rangle n_i n_k &= -2\alpha H, \\ \langle \tau_{ik} \rangle n_i \tau_k + q_S E_\tau &= 0, \mathbf{i} = \sigma_S \mathbf{E}_\tau + q_S \mathbf{v}_\tau, \end{aligned}$$

где div_S — поверхностная дивергенция; \mathbf{i} — поверхностный ток; σ_S — коэффициент поверхностной проводимости; $\mathbf{E}_\tau, \mathbf{v}_\tau$ — тангенциальные компоненты векторов \mathbf{E}, \mathbf{v} на поверхности S ; $\mathbf{n} = (n_i), \tau = (\tau_i)$ — нормальный и касательный орты поверхности S ; H — средняя кривизна S ; α — постоянный коэффициент поверхностного натяжения; q_S — поверхностная плотность зарядов; $T_{ik} = \varepsilon E_i E_k / 4\pi - \varepsilon E^2 \delta_{ik} / 8\pi$ — тензор напряжений Максвелла без стрикционных компонент [8]; $\tau_{ik} = \eta (\partial v_i / \partial x_k + \partial v_k / \partial x_i)$ — тензор вязких напряжений; $\langle F \rangle = F_1 - F_2$ — скачок некоторой величины F при переходе через поверхность S ; $z = f(t, x, y)$ — уравнение поверхности S .

2. Решение стационарной задачи. Стремясь выявить наиболее существенные черты электроконвекции, будем предполагать малость кривизны верхнего электрода, т. е. считать, что характерный радиус его кривизны значительно больше толщин h_1, h_2 и амплитуды изгиба a :

$$\mu \sim a^2 \omega^2 \sim a h_1 \omega^2 \sim a h_2 \omega^2 \ll 1.$$

В этом случае задачу (1.1), (1.2) можно решать методами теории возмущений, представляя

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i &= \mathbf{v}_{i0} + \mathbf{v}_{i1} + \mathbf{v}_{i2} + \dots, & p_i &= p_{i0} + p_{i1} + p_{i2} + \dots, \\ \varphi_i &= \varphi_{i0} + \varphi_{i1} + \varphi_{i2} + \dots, & f &= f_1 + f_2 + \dots, \end{aligned}$$

где члены $v_{ik}, p_{ik}, \Phi_{ik}, f_k$ ($i = 1, 2$) имеют k -й порядок малости по μ , а Φ_{i0}, p_{i0} — решение, описывающее распределение потенциала поля и давления при плоском верхнем электроде.

Можно получить

$$\begin{aligned} \Phi_{i0} &= a_{i1}z + a_{i2}, \quad p_{i0} = c_i - \rho_i gz, \quad a_{i2}, \quad c_i = \text{const}, \\ a_{11} &= \sigma_2 U / \gamma, \quad a_{21} = \sigma_1 U / \gamma, \quad \gamma \equiv \sigma_1 h_2 + \sigma_2 h_1 \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

Для первого приближения получаем следующую задачу:

$$\begin{aligned} (2.1) \quad & -\nabla p_{i1} + \eta_i \Delta v_{i1} = 0, \quad \text{div } v_{i1} = 0, \quad \Delta \Phi_{i1} = 0 \quad \text{в } D_i, \\ & v_{i1} = (v_{xi1}, v_{zi1}, 0) \quad (i = 1, 2), \\ & D_1 = (-\infty < x < \infty, 0 \leq z \leq h_1), \quad D_2 = (-\infty < x < \infty, \\ & \quad -h_2 \leq z \leq 0); \\ & \text{при } z = h_1 \quad v_{11} = 0, \quad \Phi_{11} = -aa_{11} \cos \omega x, \\ & \quad \text{при } z = -h_2 \quad v_{21} = 0, \quad \Phi_{21} = 0, \\ & \text{при } z = 0 \quad v_{z11} = v_{z21} = 0, \quad v_{x11} = v_{x21}, \quad \Phi_{11} - \Phi_{21} = (a_{21} - a_{11})f_1, \\ & \sigma_1 \frac{\partial \Phi_{11}}{\partial z_1} - \sigma_2 \frac{\partial \Phi_{21}}{\partial z} + \sigma_s^1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Phi_{11} + a_{11}f_1) - q_{s0} \frac{\partial v_{x11}}{\partial x} = 0, \\ & \alpha f_1'' + g \langle \rho \rangle - (p_{11} - p_{21}) + 2 \frac{\partial}{\partial z} (\eta_1 v_{z11} - \eta_2 v_{z21}) + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_1 a_{11} \Phi_{11} - \\ & \quad - \epsilon_2 a_{21} \Phi_{21}) = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial z} (\eta_1 v_{x11} - \eta_2 v_{x21}) - q_{s0} \frac{\partial}{\partial x} (\Phi_{21} + a_{21}f_1) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $q_{s0} = -(\epsilon_1 \sigma_2 - \epsilon_2 \sigma_1) U / 4\pi \gamma$, а штрих обозначает производную по x .

Переходя к функции тока

$$v_{xi1} = -\partial \psi_i / \partial z, \quad v_{zi1} = \partial \psi_i / \partial x \quad (i = 1, 2)$$

и исключая давление, из (2.1) будем иметь

$$(2.2) \quad \Delta^2 \psi_i = 0, \quad \Delta \Phi_{i1} = 0 \quad \text{в } D_i \quad (i = 1, 2);$$

$$(2.3) \quad \text{при } z = h_1 \quad \psi_1 = A_1, \quad \partial \psi_1 / \partial z = 0, \quad \Phi_{11} = -aa_{11} \cos \omega x;$$

$$(2.4) \quad \text{при } z = -h_2 \quad \psi_2 = A_1, \quad \partial \psi_2 / \partial z = 0, \quad \Phi_{21} = 0;$$

$$(2.5) \quad \text{при } z = 0 \quad \psi_1 = \psi_2 = A_1, \quad \partial \psi_1 / \partial z = \partial \psi_2 / \partial z, \quad \Phi_{11} - \Phi_{21} = \\ = (a_{21} - a_{11})f_1;$$

$$(2.6) \quad \sigma_1 \frac{\partial \Phi_{11}}{\partial z} - \sigma_2 \frac{\partial \Phi_{21}}{\partial z} + \sigma_s \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Phi_{11} + a_{11}f_1) + q_{s0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \psi_2 = 0;$$

$$(2.7) \quad (\alpha f_1'' + \langle \rho \rangle g f_1)'' + \left(\Delta \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + 2 \frac{\partial^4}{\partial z \partial x^3} \right) (\eta_1 \psi_1 - \eta_2 \psi_2) + \\ + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} (\epsilon_1 a_{11} \Phi_{11} - \epsilon_2 a_{21} \Phi_{21}) = 0;$$

$$(2.8) \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\eta_1 \psi_1 - \eta_2 \psi_2) + q_{s0} \frac{\partial}{\partial x} (\Phi_{21} + a_{21}f_1) = 0,$$

где $A_1 = \text{const}$.

Разыскивая решение в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= \frac{1}{\text{sh} \omega h_1} (-aa_{11} \text{sh} \omega z + A_3 G_1(z)) \cos \omega x, \\ \Phi_{21} &= A_4 \frac{G_2(z)}{G_{20}} \cos \omega x, \quad f_1 = A_2 \cos \omega x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A_5 \left(\frac{zG_1(z)}{\omega h_1} - (h_1 - z) \frac{\text{sh } \omega z}{G_{10}} \right) \sin \omega x + A_1, \\ \psi_2 &= A_6 \left(\frac{zG_2(z)}{\omega h_2} - (h_2 + z) \frac{\text{sh } \omega z}{G_{20}} \right) \sin \omega x + A_1, \\ G_1(z) &= \text{sh } \omega(h_1 - z), \quad G_2(z) = \text{sh } \omega(h_2 + z), \\ G_{10} &= G_1(0), \quad G_{20} = G_2(0),\end{aligned}$$

получаем, что уравнения (2.2), условия (2.3), (2.4) и первое условие в (2.5) выполняются тождественно, а оставшиеся условия при $z = 0$ дают следующую линейную неоднородную систему уравнений пятого порядка для определения коэффициентов A_i ($i = 2, 3, \dots, 6$):

$$\begin{aligned}(2.9) \quad & A_5 \left(\frac{G_{10}}{\omega h_1} - \frac{\omega h_1}{G_{10}} \right) - A_6 \left(\frac{G_{20}}{\omega h_2} - \frac{\omega h_2}{G_{20}} \right) = 0, \\ & A_3 - A_4 - (a_{21} - a_{11}) A_2 = 0, \\ & [(\sigma_S \omega + \sigma_1 \text{cth } \omega h_1) A_3 + \sigma_2 \text{cth } \omega h_2 \cdot A_4 + \sigma_S a_{11} \omega A_2 - \\ & - q_{S0} \left(\frac{G_{20}}{\omega h_2} - \frac{\omega h_2}{G_{20}} \right) A_6 = - \frac{a a_{11} \sigma_1}{G_{10}}, \\ & (\alpha \omega^2 - \langle \rho \rangle g) A_2 + 2\omega \left(\eta_1 \frac{\omega h_1}{G_{10}} A_5 - \eta_2 \frac{\omega h_2}{G_{20}} A_6 \right) + \\ & + \frac{\omega}{4\pi} (\varepsilon_1 a_{11} \text{cth } \omega h_1 A_2 + \varepsilon_2 a_{21} \text{cth } \omega h_2 \cdot A_4) = - \frac{a a_{11}^2 \varepsilon_1 \omega}{4\pi G_{10}}, \\ & 2\eta_1 \left(\frac{\text{ch } \omega h_1}{\omega h_1} - \frac{1}{G_{10}} \right) A_5 + 2\eta_2 \left(\frac{\text{ch } \omega h_2}{\omega h_2} - \frac{1}{G_{20}} \right) A_6 + q_{\varepsilon 0} (A_4 + a_{21} A_2) = 0.\end{aligned}$$

Эта система уравнений имеет решение тогда и только тогда, когда ее определитель не равен нулю. В дальнейшем остановимся подробнее на физическом смысле равенства нулю определителя, а пока считаем, что он отличен от нуля. В этом случае решение системы (2.9) имеет вид

$$\begin{aligned}(2.10) \quad & A_2 = \frac{a \omega \sigma_2 U^2}{4\pi \gamma^2 G_{10}} \frac{\sigma_1 a_1 - \varepsilon_1 \sigma_2 a_2}{D} \quad (\gamma \equiv \sigma_1 h_2 + \sigma_2 h_1), \\ & A_6 = q_{S0} \frac{a \omega h_2 \sigma_1 \sigma_2 G_{20} U}{\gamma G_{10} D} \left[\alpha \omega^2 - \langle \rho \rangle g + \frac{\omega (\varepsilon_1 \sigma_2^2 - \varepsilon_2 \sigma_1^2) \text{cth } \omega h_2 U^2}{4\pi \gamma^2} \right], \\ & A_4 = - a_{21} A_2 \frac{b}{\omega h_2 G_{20}} A_6, \quad A_3 = A_4 + (a_{21} - a_{11}) A_2, \\ & b \equiv \eta_1 (\text{sh } 2\omega h_1 - 2\omega h_1) \frac{G_{20}^2 - \omega^2 h_2^2}{G_{10}^2 - \omega^2 h_1^2} + \eta_2 (\text{sh } 2\omega h_2 - 2\omega h_2), \\ & A_5 = \frac{h_1 G_{10}}{h_2 G_{20}} \frac{G_{20}^2 - \omega^2 h_2^2}{G_{10}^2 - \omega^2 h_1^2} A_6, \\ & D = (\alpha \omega^2 - \langle \rho \rangle g) a_2 - [(\varepsilon_1 \sigma_2^2 \text{cth } \omega h_1 + \varepsilon_2 \sigma_1^2 \text{cth } \omega h_2) a_2 - \\ & - \sigma_1 \sigma_2 (\text{cth } \omega h_1 + \text{cth } \omega h_2) a_1] \omega U^2 / 4\pi \gamma^2, \\ & a_1 = (\varepsilon_1 \sigma_2 \text{cth } \omega h_1 + \varepsilon_2 \sigma_1 \text{cth } \omega h_2) b + 2\omega^2 (\varepsilon_1 \sigma_2 - \varepsilon_2 \sigma_1) \times \\ & \times \left[\frac{\eta_1 h_1^2 (G_{20}^2 - \omega^2 h_2^2)}{G_{10}^2 - \omega^2 h_1^2} - \eta_2 h_2^2 \right], \\ & a_2 = (\sigma_S \omega + \sigma_1 \text{cth } \omega h_1 + \sigma_2 \text{cth } \omega h_2) b + q_{S0}^2 (\text{sh }^2 \omega h_2 - \omega^2 h_2^2).\end{aligned}$$

3. Анализ решения. Из полученного решения видно, что электроконвективного движения нет ($A_5 = A_6 = 0$) в следующих случаях: 1) если проводимость хотя бы одной жидкости равна нулю ($\sigma_1 = 0$, либо $\sigma_2 = 0$); 2) отсутствует поверхностный заряд на свободной поверхности: $\varepsilon_1\sigma_2 - \varepsilon_2\sigma_1 = 0$; 3) поверхностная проводимость σ_S достаточно велика $\sigma_S \rightarrow \infty$; 4) хотя бы одна из жидкостей является идеальным проводником ($\sigma_1 = \infty$, $\sigma_2 = \text{const}$, либо $\sigma_2 = \infty$, $\sigma_1 = \text{const}$).

Возникновение электроконвективных ячеек объясняется тем, что при движении поверхностного заряда вдоль тангенциальной компоненты поля на свободной поверхности возникают тангенциальные напряжения

$$(3.4) \quad \tau_{n\tau} = \left\langle \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) n_i \tau_k \right\rangle = -q_S E_\tau,$$

что и приводит к развитию течения. Подобный тип движения наблюдался в экспериментах с плоскими электродами, один из которых был устроен так, что потенциал на нем менялся периодически вдоль оси x [6].

Таким образом, движение поверхностного заряда вдоль свободной поверхности может быть одной из причин беспороговой электроконвекции. Отсюда ясно, что это явление необходимо учитывать при анализе ЭГД-движений в слабопроводящих жидкостях со свободной поверхностью, находящихся в неоднородных электрических полях, например, в системе соосных цилиндрических электродов [10] или в системе электродов типа острие — плоскость [4].

Очевидно, при достаточно большом напряжении на электродах выражение для D , которое с точностью до не обращающегося в нуль множителя совпадает с детерминантом системы (2.9), обращается в нуль. Решение при этом неограниченно возрастает, что означает неустойчивость поверхности S . Действительно, в силу малости искривленности верхнего электрода в первом приближении его можно считать плоским. Если исследовать на устойчивость поверхность S при плоском верхнем электроде по отношению к нормальным возмущениям (зависимость по x пропорциональна $\exp(ikx)$, где k — волновое число, связанное с длиной волны возмущения соотношением $\lambda = 2\pi/k$), то критическое напряжение, при котором поверхность S теряет устойчивость, определяется из условия равенства нулю выражения для $D = D(\omega, U, \sigma_1, \sigma_2, \dots)$, в котором вместо ω необходимо положить k . Таким образом, как только напряжение U достигает величины $U(k)$, определяемой из уравнения

$$D(\omega, U, \sigma_1, \sigma_2, \dots)|_{\omega=k} = 0,$$

а длина волны возмущения совпадает с периодом изгиба верхнего электрода $\omega = k$, возникает своеобразный «резонанс» и поверхность S теряет устойчивость. Отметим, что поверхность может потерять устойчивость и раньше, так как критическое напряжение U_* , определяемое как

$$U_* = \min_{k>0} U(k),$$

может быть меньше $U(k)|_{k=\omega}$.

В области напряжений $U < U_*$, когда и справедливо рассматриваемое приближение, знак D положителен ($D > 0$). Форма свободной поверхности тогда будет определяться знаком выражения $B = \sigma_1 a_1 - \varepsilon_1 \sigma_2 a_2$. Например, если $B > 0$ ($B < 0$), впадины (выпуклости) поверхности будут находиться против выпуклостей верхнего электрода. Направления вращения в электроконвективных ячейках при этом будут определяться только знаками выражений $\varepsilon_1 \sigma_2 - \varepsilon_2 \sigma_1$, $\varepsilon_1 \sigma_2^2 - \varepsilon_2 \sigma_1^2$.

Рассмотрим некоторые предельные случаи, считая для простоты толщины слоев жидкостей одинаковыми: $h_1 = h_2 = h$.

Пусть проводимость нижнего слоя жидкости значительно больше проводимости верхнего слоя: $\sigma_2 \gg \sigma_1$. Этому условию удовлетворяют, например, вода и бензин. Сохраняя в выражении для коэффициентов члены первого порядка малости по малому параметру σ_1/σ_2 , будем иметь

$$A_2 = -\frac{a\omega\varepsilon_1 E^2}{4\pi \operatorname{sh} \omega h D_-}, \quad A_6 = -\frac{a\omega h \varepsilon_1 \sigma_1 E^2 D_+}{a_2 D_-},$$

$$D_{\pm} = \alpha\omega^2 - \langle \rho \rangle g \pm \varepsilon_1 \omega \operatorname{cth} \omega h E^2 / 4\pi,$$

$$A_5 = A_6, \quad A_3 = -EA_2, \quad A_4 = O(\sigma_1/\sigma_2),$$

где

$$a_2 = (\sigma_S \omega + \sigma_2 \operatorname{cth} \omega h)(\operatorname{sh} 2\omega h - 2\omega h)(\eta_1 + \eta_2) + \varepsilon_1^2 E^2 (\operatorname{sh}^2 \omega h - \omega^2 h^2) / 16\pi^2;$$

$E \equiv U/h$; $O(\sigma_1/\sigma_2)$ — символ порядка.

Критическое напряжение для данного случая определяется из условия

$$E_* = U_*/h = \min_{h>0} \left[\frac{4\pi (\alpha k^2 - \langle \rho \rangle g)}{\varepsilon_1 k \operatorname{cth} kh} \right]^{1/2}.$$

При $E < E_*$ коэффициент A_2 отрицателен, откуда следует, что форма свободной поверхности находится в «противофазе» форме верхнего электрода, т. е. над выпуклостями верхнего электрода расположены выпуклости свободной поверхности (см. фиг. 1). Такую форму поверхности можно объяснить тем, что под выпуклостями изогнутого электрода на свободной поверхности имеются максимумы концентрации поверхностного заряда, поэтому эти участки притягиваются сильнее, чем участки, расположенные под впадинами изогнутого электрода. Характер течения при этом таков, что в местах расположения выпуклостей свободной поверхности ($\cos \omega x < 0$) нижняя жидкость течет вниз, верхняя — вверх, а в местах впадин поверхности ($\cos \omega x > 0$) — наоборот, нижняя течет вверх, верхняя — вниз (см. фиг. 1).

В другом предельном случае $\sigma_1 \gg \sigma_2$ имеем

$$A_2 = \frac{a\omega\varepsilon_2 \sigma_2 E^2}{4\pi \operatorname{sh} \omega h} \frac{b \operatorname{cth} \omega h - 2\omega^2 h^2 (\eta_1 - \eta_2)}{(\alpha\omega^2 - \langle \rho \rangle g - \varepsilon_2 \omega \operatorname{cth} \omega h E^2 / 4\pi) a_2},$$

$$A_6 = \frac{a\omega h \varepsilon_2 \sigma_2 E^2}{4\pi a_2}, \quad A_5 = A_6, \quad A_3 = A_4 + EA_2, \quad A_4 = -EA_2 - \frac{bA_6}{\omega h \operatorname{sh} \omega h},$$

где

$$b = (\eta_1 + \eta_2)(\operatorname{sh} 2\omega h - 2\omega h);$$

$$a_2 = (\sigma_S \omega + \sigma_1 \operatorname{cth} \omega h) b + \varepsilon_2^2 E^2 (\operatorname{sh}^2 \omega h - \omega^2 h^2) / 16\pi^2,$$

в этом случае при $b \operatorname{cth} \omega h - 2\omega^2 h^2 (\eta_1 - \eta_2) > 0$ коэффициент A_2 положителен, поэтому может наблюдаться картина, обратная рассмотренному выше случаю: форма свободной поверхности «софазна» форме изогнутого электрода, а вращение в электроконвективных ячейках имеет противоположное направление (фиг. 2).

Рассмотрим теперь особенности электроконвекции при различных предельных значениях коэффициентов вязкости жидкостей.

При исчезающе малых η_1, η_2 баланс сил (3.1), казалось бы, должен приводить к резкому увеличению скорости течения. Однако при $\eta_1, \eta_2 \rightarrow 0$ коэффициенты решения конечны и имеют вид (2.10), где надо положить

$$a_1 = 0, \quad a_2 = q_{s0}^2 (\operatorname{sh}^2 \omega h_2 - \omega^2 h_2^2), \quad b = 0.$$

Таким образом, при малых коэффициентах вязкости η_1, η_2 стациона-

нарное поле скоростей от вязкости жидкостей не зависит. Объясняется это тем, что при $\eta_1, \eta_2 \rightarrow 0$ тангенциальная составляющая поля E_τ в (3.1) также стремится к нулю, сохраняя тот же порядок малости, что и правая часть (3.1).

В том случае, когда хотя бы одна из жидкостей обладает достаточно большой вязкостью, скорость течения будет убывать обратно пропорционально коэффициенту динамической вязкости, так как при $\eta_1 \rightarrow \infty$ ($\eta_2 \rightarrow \infty$) коэффициенты A_5, A_6 убывают как η_1^{-1} (η_2^{-1}).

Наиболее простой вид приобретает решение, когда поверхностное натяжение или сила тяжести столь велики, что поверхность не деформируется, т. е. в выражении для D в (2.10) члены, содержащие параметры α, g , являются главными. В этом случае имеем

$$A_2 = 0, \quad A_3 = A_4 = -\frac{h A_6}{\omega h_2 G_{20}}, \quad A_6 = \frac{a (\epsilon_2 \sigma_1 - \epsilon_1 \sigma_2) \sigma_1 \sigma_2 \omega h_2 G_{10} U^2}{a_2 (\sigma_1 h_2 + \sigma_2 h_1)^2 G_{20}},$$

где b, a_2 определяются по (2.10), а A_5 выражается через A_6 по (2.9). Отсюда видно, что направление вращения в электроконвективных ячейках определяется только знаком выражения $\epsilon_2 \sigma_1 - \epsilon_1 \sigma_2$, т. е. знаком поверхностного заряда. Запишем зависимость A_6 от проводимостей σ_1, σ_2 в явном виде, считая для простоты $\sigma_s = 0, h_1 = h_2 = h$:

$$A_6 = A_6(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{c_1 \sigma_1 \sigma_2 (\epsilon_2 \sigma_1 - \epsilon_1 \sigma_2)}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 [(\sigma_1 + \sigma_2) c_2 + c_3]},$$

$$c_1 = a \omega U^2 / h, \quad c_2 = (\eta_1 + \eta_2) (\text{sh } 2\omega h - 2\omega h) \text{cth } \omega h, \quad c_3 = q_{s0}^2 (\text{sh}^2 \omega h - \omega^2 h^2).$$

Если исследовать эту функцию на экстремум, то можно получить, что скорость течения будет максимальной при следующих соотношениях между проводимостями:

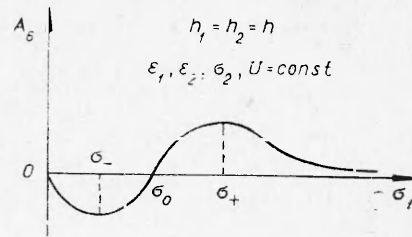
$$(3.2) \quad \sigma_1 = [(\epsilon_1 + \epsilon_2) \pm \sqrt{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 - \epsilon_1 \epsilon_2}] \sigma_2 / \epsilon_2 \equiv \sigma_\pm.$$

Два знака в правой части этого равенства соответствуют различным направлениям вращения в электроконвективных ячейках. Зафиксируем σ_2 и исследуем зависимость A_6 при изменении σ_1 . Как видно из фиг. 3, при малых σ_1 скорость течения также мала. С ростом σ_1 $A_6 < 0$, а скорость возрастает и достигает максимального значения при $\sigma_1 = \sigma_-$, которое определяется соотношением (3.2) при знаке минус. С дальнейшим ростом σ_1 скорость течения падает и обращается в нуль при $\sigma_1 = \sigma_0 \equiv \epsilon_1 \sigma_2 / \epsilon_2$, т. е. при нулевом поверхностном заряде. Дальнейший рост σ_1 приводит к тому, что жидкость опять начинает двигаться, но уже вращение ячеек будет в обратную сторону ($A_6 > 0$), и скорость вращения достигает максимального значения при $\sigma_1 = \sigma_+$, определяемого выражением (3.2) при верхнем знаке. Очевидно, аналогичные закономерности электроконвекции будут иметь место при изменении σ_2 и фиксированном σ_1 .

Поступила 29 V 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Остроумов Г. А. Изотермическое движение жидкости в электрическом поле. — Электронная обработка материалов, 1970, № 2.
2. Мелчер Дж. Электрогидродинамика. — Магнитн. гидродинамика, 1974, № 2.
3. Янговский Е. И. Об изотермической электроконвекции. — В кн.: VIII Рижское совещание по магнитной гидродинамике. Т. 1. Рига: Зинатне, 1975.



Ф и г. 3

4. Михайлов А. А., Стишков Ю. К. Некоторые электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках.— *Магнитн. гидродинамика*, 1977, № 2.
5. Gallagher T. I. Simple dielectric liquids mobility, conduction and breakdown. Oxford: Clarendon Press, 1975.
6. Медчер Дж., Тейлор Дж. Электрогидродинамика: обзор роли межфазных касательных напряжений.— В сб.: *Механика*. Вып. 129, 1971, № 5.
7. Скапанн Г. И. Физика диэлектриков (область слабых полей). М.—Л.: Гостехиздат, 1949.
8. Тарапов И. Е. Основные задачи гидродинамики намагничивающихся и поляризующихся сред. Дис. на соиск. учен. степени д-ра физ.-мат. наук. Харьков, 1973.
9. Иевлев И. И., Исеров А. Б. Равновесие и устойчивость поверхности раздела жидких диэлектриков в электрическом и гравитационном полях.— *Магнитн. гидродинамика*, 1976, № 4.
10. Мицкевич П. К., Солодовниченко И. М., Сигарев М. Т. О некоторых особенностях поведения этилового спирта в неоднородных электрических полях.— *Электрохимия*, 1965, т. 1, вып. 9.

УДК 551.573

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ПРОСВЕТЛЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОМ ВОСПЛАМЕНЯЮЩЕМСЯ АЭРОЗОЛЕ

Н. П. Башкирова, А. М. Сагалаков

(Барнаул)

Распространение интенсивного оптического излучения в аэрозоле сопровождается просветлением, возникающим вследствие испарения или (и) горения частиц аэрозоля. К настоящему времени наиболее полно изучено индуцированное просветление в туманах и облаках, возникающее вследствие испарения водяных капель в мощном оптическом поле [1—4]. Уменьшение размеров водных частиц приводит к ослаблению поглощения, в результате чего происходит просветление аэрозоля. Особенности динамики просветления обусловлены тем обстоятельством, что скорость горения частиц не является однозначной функцией интенсивности излучения. Скорость горения частиц в данный момент времени зависит от интенсивности излучения в предшествующие моменты времени и, разумеется, зависит от характера и типа химических реакций, протекающих в процессе горения. В данной работе рассматривается динамика просветления в неоднородном монодисперсном воспламеняющемся аэрозоле.

1. Известно, что скорость гетерогенного горения твердой частицы K_S при температуре T ниже температуры воспламенения T_0 можно считать равной нулю ($T_0 \approx 1500$ К для углеродных частиц размером 1—10 мкм). При $T > T_0$ величина K_S отлична от нуля и, вообще говоря, зависит от T . Если интенсивность излучения относительно невелика, то после воспламенения частицы основной положительный вклад в ее тепловой баланс будет вносить теплота, выделяющаяся в результате химической реакции горения. Поэтому после воспламенения частицы скорость горения можно считать практически не зависящей от интенсивности излучения. Излучение в этом случае играет роль инициатора горения.

Элементарная оценка времени прогрева углеродной частицы с характерным размером $\sim i$ мкм до температуры воспламенения определяет величину $\sim 10^{-5}$ с. Данное время много меньше других характерных значений времени данной задачи (например, характерное время выгорания частицы того же размера $\sim 10^{-3}$ с). Поэтому можно считать, что частица практически мгновенно воспламеняется по достижении в данном месте определенной интенсивности излучения I_0 . Из уравнения теплового баланса вытекает оценка:

$$I_0 = (4\epsilon/a_0 k_{\text{п}})(T_0 - T_{\infty}),$$