

носителем малой сжимаемости ($a > 0,9$) влияние влаго- и газонасыщенности среды на развитие сильного точечного взрыва обусловлено как изменением термодинамики среды, так и изменением сжимаемости на ударном фронте. Для больших сжатий ($a < 0,85$) основным становится последний из названных механизмов. Таким образом, учет газо- и газонасыщенности приводит к менее резкому спаду давления за ударным фронтом. Это непосредственно видно на фиг. 2, 3.

Несколько иной характер имеют зависимости $\rho(\lambda)/\rho_2$, изображенные на фиг. 4. В случае только твердого компонента плотность за ударным фронтом быстро падает до начальной и затем остается практически неизменной, что хорошо согласуется с известным фактом слабой сжимаемости вещества за ударным фронтом. С ростом влаго- и газонасыщенности среды спад плотности становится более плавным, среда остается сжатой даже далеко за фронтом ударной волны.

Описанная картина поведения давления, скорости, плотности ведет к увеличению удельной энергии среды за фронтом ударной волны, что приводит к более резкому затуханию самой ударной волны с расстоянием, т. е. к уменьшению пиковых давлений с ростом содержания воды и газа на одинаковых расстояниях от точки взрыва. Математически это вытекает из вида кривых на фиг. 3, 4 и формулы (9), отражающей закон сохранения энергии взрыва E_0 . Согласно (9), параметр α с ростом содержания воды и газа резко возрастает, и эффективная энергия взрыва E падает, так как из (2) $E = E_0/\alpha$.

Отметим, что полученные результаты качественно согласуются с выводами работы [6], авторы которой изучали задачу о расширении полости в многокомпонентной среде.

Авторы выражают благодарность Е. Е. Ловецкому за ряд полезных замечаний.

Поступила 11 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
2. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О сильном точечном взрыве в сжимаемой среде.— ПММ, 1958, т. XXII, вып. 1.
3. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
4. Ляхов Г. М., Охитин В. Н., Чистов А. Г. Ударные волны в грунтах и в воде вблизи от места взрыва.— ПМТФ, 1972, № 3.
5. Кривцов В. А. Уравнение сжатия водонасыщенного песка и границы его применимости.— ПМТФ, 1974, № 4.
6. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Сферические взрывные волны в многокомпонентных средах.— ПМТФ, 1974, № 2.

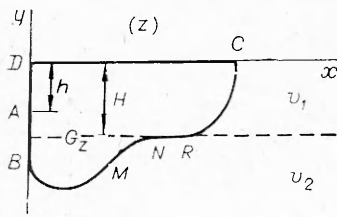
УДК 624.131 + 539.215

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЕМКИ ВЫБРОСА ПРИ ВЗРЫВЕ ЗАГЛУБЛЕННОГО ШНУРОВОГО ЗАРЯДА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Н. Б. Ильинский, А. В. Поташев

(Казань)

В работе [1] в импульсно-гидродинамической постановке исследованы два частных случая задачи об определении выемки выброса при взрыве шнурового заряда в двухслойной среде. Ниже эта задача решается при более общих предположениях.



Фиг. 1

Пусть грунт состоит из двух слоев одинаковой плотности, отличающихся величиной критической скорости. Верхний слой толщины H характеризуется критической скоростью v_1 , нижний слой неограниченной толщины имеет критическую скорость v_2 . На глубине h от поверхности грунта помещен шнуровой заряд, моделируемый в вертикальной плоскости источником мощности $2q$. Требуется определить границу выемки выброса, считая ее линией тока и принимая за ней в верхнем слое $v=v_1$, а в нижнем — $v=v_2$, где v — величина скорости. Заметим, что в отличие от твердожидкостной модели взрыва (см., например, [2, 3]) в данной работе, как и в [1], условие $v > v_0$ (v_0 — величина критической скорости) в области движения не накладывалось. Схемы выброса рассматриваются лишь такие, в которых точка разветвления границы выемки выброса лежит ниже линии раздела слоев. В зависимости от соотношения критических скоростей v_1 и v_2 изучим два варианта.

Вариант 1. Пусть $v_1 < v_2$. Соответствующая схема выемки выброса изображена на фиг. 1 (в силу симметрии относительно оси y показана лишь правая половина выемки выброса; эта область обозначена через G_z , а ее граница $ABMNRCD$ — через Γ_z). Заметим, что условие $|y_0| \geq H$ (y_0 — значение y в точке B) заведомо будет выполнено, если $h \geq H$. Исходными параметрами задачи являются q, h, H, v_1, v_2 .

Введем безразмерные переменные соотношениями

$$(1) \quad z^* = z/H, \quad w^* = w/q, \quad v^* = vH/q,$$

где $z = x + iy$ — физическая плоскость; $w(z) = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал течения. Тогда решение будет зависеть лишь от трех параметров

$$h^* = h/H, \quad v_1^* = v_1H/q, \quad v_2^* = v_2H/q,$$

так как $H^* = 1, q^* = 1$. В дальнейшем индекс $*$ у безразмерных переменных ради простоты будем опускать.

Описанная задача сводится к следующей краевой задаче: определить неизвестные участки границы Γ_z , области G_z так, чтобы аналитическая в G_z и непрерывная в \bar{G}_z (кроме точки A) функция $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ удовлетворяла на Γ_z условиям:

$$(2) \quad \varphi = 0 \text{ на } DC, \quad \psi = 0 \text{ на } ABMNR, \quad \psi = 1 \text{ на } AD;$$

$$(3) \quad \partial\varphi/\partial s = v_1 \text{ на } RC, \quad \partial\varphi/\partial s = v_2 \text{ на } BMN,$$

где s — дуговая абсцисса точки границы Γ_z . В точке A функция $w(z)$ должна иметь логарифмическую особенность.

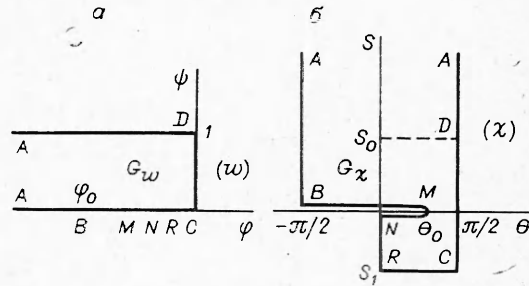
В плоскости w с учетом условия (2) решению будет соответствовать полуполоса G_w (фиг. 2, а), причем параметр φ_0 (значение φ в точке B) не определен. Введем функцию

$$(4) \quad \chi = i \ln \left(\frac{1}{v_2} \frac{dw}{dz} \right) = \theta + iS,$$

где θ — угол наклона вектора скорости к оси x ; $S = \ln(v/v_2)$. В плоскости χ с учетом условия (3) решению будет соответствовать область G_χ

(фиг. 2, б); соответственные точки в различных плоскостях обозначены одними и теми же буквами. Параметры S_0 (значение S в точке D) и θ_0 (значение θ в точке M) не определены, $S_1 = \ln(v_1/v_2)$.

Заметим, что предположением о существовании точки перегиба на границе выемки BN допущено в области G_z вблизи участка MN появление $v < v_2$. В самом деле, наличие точки перегиба M приводит к появлению участка MN границы Γ_z (обозначим его γ_z), вогнутого внутрь области, т. е. такого, на котором $\partial\theta/\partial s \leq 0$. Тогда, рассмотрев аналитическую вблизи γ_z функцию



Фиг. 2

$\ln \frac{dw}{dz}(z) = \ln v - i\theta$, по условиям Коши—Римана $\partial \ln v / \partial n = -\partial(-\theta) / \partial s$ (n — внутренняя нормаль к γ_z) получим $\partial v / \partial n \leq 0$. Следовательно, в G_z имеется область, прилегающая к γ_z , в которой $v < v_2$. Сказанное видно из фиг. 2, б: в любой точке вблизи участка MN области G_x имеем $S < 0$, т. е. $v < v_2$.

Выбрав в качестве канонической области полуплоскость $\text{Im } \zeta > 0$ ($\zeta = \xi + i\eta$), отображим ее конформно на область G_w функцией

$$(5) \quad w = i \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \zeta \right),$$

при этом точкам A, B, M, N, R, C, D соответствуют точки $\pm\infty, b, m, n, r - 1, 1$ оси ξ , причем $-\infty < b < m \leq n < r \leq -1$. Затем отображим эту полуплоскость на область G_x интегралом Кристоффеля — Шварца

$$(6) \quad \chi = i \int_b^{\zeta} \frac{(\tau - m) d\tau}{\sqrt{(\tau - b)(\tau - n)(\tau - r)(\tau + 1)}} - \frac{\pi}{2}.$$

Заметим, что коэффициент перед интегралом равен i вследствие того, что $\text{Re } \chi(\zeta)$ в точке $\zeta = \infty$ терпит скачок, равный π .

Дифференцируя функцию (5) и используя соотношения (4), (6), найдем

$$(7) \quad z = \frac{1}{\pi v_2} \int_1^{\zeta} \exp \left[- \int_b^{\tau} \frac{(\tau - m) d\tau}{\sqrt{(\tau - b)(\tau - n)(\tau - r)(\tau + 1)}} \right] \frac{d\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}.$$

В полученное выражение для $z(\zeta)$ входят четыре параметра (m, n, r, b), для отыскания которых имеем систему нелинейных уравнений

$$(8) \quad \text{Re } \chi(n) = 0, \quad \text{Im } \chi(r) = S_1;$$

$$(9) \quad \text{Im } z(r) = -1, \quad \text{Im } z(\infty) = -h.$$

Величины θ_0 и S_0 определяются из соотношений

$$(10) \quad \theta_0 = \text{Re } \chi(m), \quad S_0 = \text{Im } \chi(1).$$

Частным случаем рассмотренного варианта является случай, когда $v_1 = 0$. При этом в плоскости ζ будем иметь $r = -1$.

Учитывая, что функция $\text{Re } \chi(\zeta)$ в точке $\zeta = -1$ терпит скачок, равный $\pi/2$, а функция $\text{Im } z(\zeta)$ в этой же точке терпит скачок, равный

1, соответственно получим

$$(11) \quad -m = 1 + \frac{1}{2} \sqrt{(1+b)(1+n)}, \quad v_2 = \frac{\sqrt{-1-b} - \sqrt{-1-n}}{\sqrt{-1-b} + \sqrt{-1-n}} \sqrt{\frac{2(1+b)(1+n)}{n-b}}.$$

Добавив к соотношениям (11) условие $\text{Im } z(\infty) = -h$, будем иметь систему уравнений для определения параметров m, n, b .

Вариант 2. Пусть $v_1 > v_2$. Схема выемки выброса и соответствующая ей область в плоскости χ изображены соответственно на фиг. 3, а, б. Область в плоскости w имеет при этом такой же вид, как и в первом варианте (см. фиг. 2, а). Отображение полу плоскости $\text{Im } \zeta > 0$ (в данном случае $-\infty < b \leq n < r < m \leq -1$) на области G_w и G_χ осуществляется соответственно функциями (5), (6), а на область G_z — функцией (7). Для отыскания параметров n, r, m, b имеем систему уравнений

$$(12) \quad \text{Re } \chi(n) = \pi, \quad \text{Im } \chi(r) = S_1;$$

$$(13) \quad \text{Im } z(r) = -1, \quad \text{Im } z(\infty) = -h.$$

Величины θ_0 и S_0 определяются из соотношений (10).

Частным случаем этого варианта, исследованным в работе [4], является случай, когда $v_2 = 0$. В плоскости ζ имеем $n = b$.

Отображение полу плоскости $\text{Im } \zeta > 0$ на область G_z осуществляется в этом случае функцией

$$z = \frac{1}{\pi v_1} \int_1^\zeta \exp \left[- \int_{-1}^\tau \frac{(\tau - m) d\tau}{(\tau - b) \sqrt{(\tau + 1)(\tau - r)}} \right] \frac{d\zeta}{\sqrt{(1 - \zeta^2)}}.$$

Учитывая, что $\text{Re } \chi(\zeta)$, где $\chi = i \ln \left(\frac{1}{v_1} \frac{dw}{dz} \right)$, в точке $\zeta = b$ терпит скачок, равный $3\pi/2$, имеем

$$(14) \quad m = (3/2) \sqrt{(b-r)(b+1)} + b.$$

Добавив к соотношению (14) условия

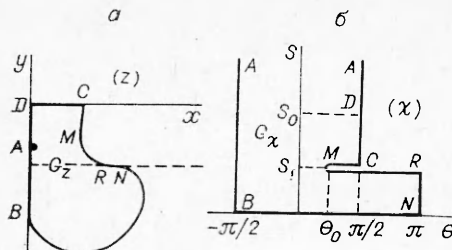
$$\text{Im } z(r) = -1, \quad \text{Im } z(\infty) = -h,$$

получим систему уравнений для определения параметров b, r, m .

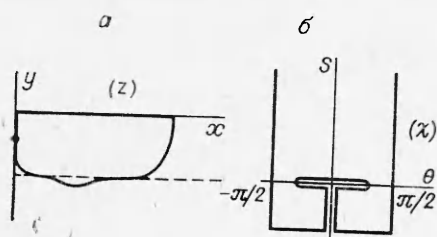
Числовые расчеты. При получении числовых результатов применялся полуобратный метод, суть которого заключается в следующем. Задавая значения φ_0 (и, следовательно, b), S_1, θ_0 , из уравнений (8) (для второго варианта соответственно (12)) и первого из соотношений (10) отыскивали величины m, n, r . Затем по первому из уравнений (9) (соответственно (13)) определялось значение v_1 (и, следовательно, по известному $S_1 - v_2$),

а из второго — h . Подставляя полученные значения в (7), отыскивали неизвестные участки границы Γ_z .

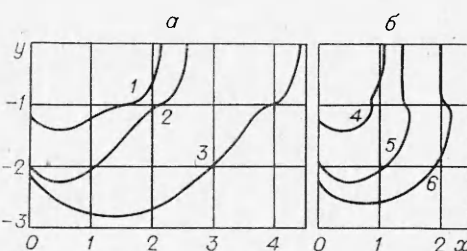
Так как в полуобратной постановке размеры области G_χ полностью известны, то в качестве одного из простейших методов отыскания параметров m, n, r использовался метод ЭГДА [4]. Но найденные с его помощью значения параметров имеют некоторую погрешность, поэтому их величины



Фиг. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5

уточнялись следующим образом. Исключая из уравнений (8) (соответственно (12)) величину m и считая, что параметр n методом ЭГДА определен точно, отыскивали значение r . Затем по первому из уравнений (8) (соответственно (12)) определялась величина m , после чего по первому из соотношений (10) уточнялось значение θ_0 .

При построении области G_χ считалось, что имеет место условие

$$(15) \quad \text{Im } z(b) \leq -1.$$

Если данное условие не выполняется, то меняется вид выемки выброса и соответственно области в плоскости χ (для первого варианта вид указанных областей приведен на фиг. 4). Поэтому при решении задачи в полуобратной постановке после получения значений параметров необходимо убедиться в выполнении условия (15).

Описанным способом на ЭВМ М-222 была проведена серия расчетов. Программа составлялась на входном языке транслятора ТА-1М. Наиболее интересные из полученных результатов для случаев $S_1 = -3\pi/10$ и $S_1 = 3\pi/10$ приведены соответственно на фиг. 5, а, б.

В примерах 1 и 3, 5 и 6 показаны выемки выброса, образующиеся при взрыве одинаково расположенных зарядов различной мощности. Примеры 1 и 2, 4 и 5 соответствуют различному заглублению зарядов одинаковой мощности. Соответствующие значения величин v_1 , v_2 , h и длины l участка RN границы Γ_z для упомянутых шести примеров приведены в табл. 1.

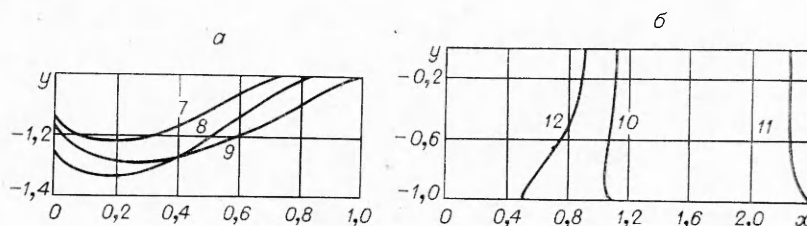
На фиг. 6, а, б приведены результаты расчетов шести примеров для частных случаев $v_1 = 0$ и соответственно $v_2 = 0$. Значения v_1 , v_2 , h указаны в табл. 2. Так же, как и выше, примеры 7 и 9, 10 и 11 соответствуют

Т а б л и ц а 1

Номер примера, указанного на фиг. 5	1	2	3	4	5	6
v_1	0,16	0,16	0,031	0,63	0,63	0,41
v_2	0,42	0,42	0,079	0,25	0,25	0,16
h	0,91	1,76	0,91	0,81	1,53	1,53
l	0,107	0,047	0,038	0,0057	0,0057	0,0057

Т а б л и ц а 2

Номер примера, указанного на фиг. 6	7	8	9	10	11	12
v_1	0	0	0	0,75	0,28	0,75
v_2	1,21	1,21	0,81	0	0	0
h	1	1,14	1	1	1	0,65



Ф и г. 6

одинаково расположенным зарядам различной мощности, а примеры 7 и 8, 10 и 12 — различному заглублению зарядов одинаковой мощности.

Из приведенных результатов можно сделать выводы.

1. Для случая $v_1 < v_2$ явно прослеживается участок на линии раздела сред; при $v_1 > v_2$ этот участок выражен менее явно.

2. С уменьшением прочности грунта при одинаковом расположении заряда, что в размерных переменных (с учетом (1)) соответствует увеличению мощности заряда при одном и том же грунте, размеры выемки выброса увеличиваются как по ширине, так и по глубине. Следует отметить, что увеличение ширины выемки происходит при этом за счет нижнего слоя.

3. Для одинаковых значений критических скоростей размеры выемки выброса с увеличением заглубления заряда увеличиваются. Причем увеличение полуширины происходит при этом лишь до некоторого предела. Для случая однородного грунта, характеризующегося критической скоростью v_0 , как следует из результатов работы [3], этот предел при $h \rightarrow \infty$ равен $2q/v_0$ (величины h , q , v_0 размерные).

Поступила 21 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О форме воронки выброса при взрыве шнурового заряда в двухслойной среде. — ПМТФ, 1973, № 2, с. 143—146.
2. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта. — ПМТФ, 1960, № 3, с. 152—156.
3. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б. Импульсно-гидродинамические схемы взрыва на выброс шнуровых зарядов. — ФТПРПИ, 1973, № 4, с. 32—39.
4. Фильчаков П. Ф. Определение констант интеграла Кристоффеля — Шварца при помощи моделирования на электропроводной бумаге. — УМЖ, 1961, т. 13, № 1, с. 72—79.

УДК 539.374 : 534.1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В СРЕДЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ РАЗГРУЗКОЙ

Н. Мамадалиев, В. П. Молев

(Москва)

Рассматривается плоская стационарная задача о воздействии подвижной нагрузки на нелинейно-сжимаемую полуплоскость.

Случай линейного нагружения и разгрузки среды рассмотрен в работах [1, 2]. Причем полученное в работе [1] методом конформного отображения решение задачи имеет место в случае, когда скорость a_1 распространения разгрузочных деформаций превышает скорость движения нагрузки. Эта задача без ограничений на скорость a_1 методом интегрального преобразования Меллина для случая треугольной нагрузки решается в работе [2].