

- техники. Сер.: Низкотемпературная адсорбция и криогенный вакуум. Вып. 1(2).— Харьков: ХФТИ АН УССР, 1972.
6. Полуэктова А. Ю., Курьянов В. И. Определение характеристик слоев адсорбентов в криоадсорбционных насосах // Процессы и управление в криогенных установках и системах/Под ред. В. П. Белякова.— Балашиха Моск. обл., 1986.
  7. Павлов К. Б., Романов А. С. Об изменении области локализации возмущений в процессах нелинейного переноса // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 6.
  8. Тимофеев Д. П. Кинетика адсорбции.— М.: Изд-во АН СССР, 1963.
  9. Брунауэр С. Адсорбция газов и паров/Под ред. М. М. Дубинина.— М.: ИЛ, 1948.
  10. Розанов Л. Н. Вакуумная техника.— М.: Высш. шк., 1982.
  11. Танатаров Л. В., Коган В. С., Бреславец К. Г. Активированная адсорбция газов ультрамикropористыми адсорбентами // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Низкотемпературная адсорбция и криогенный вакуум.— Вып. 1(2).— Харьков: ХФТИ АН УССР, 1972.
  12. Танатаров Л. В. Диффузия адсорбата в транспортную пору // Там же.  
г. Москва, г. Балашиха Поступила 25/VII 1988 г.

УДК 537.226:536.421.1

А. Г. Мержанов, В. А. Радучев, Э. Н. Руманов, А. С. Штейнберг

### КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ УДЕРЖАНИЯ РАСПЛАВА ПРИ ИНДУКЦИОННОМ ПЛАВЛЕНИИ В ХОЛОДНОМ ТИГЛЕ

В технологии тугоплавких диэлектриков способ индукционного плавления в холодном тигле (ИПХТ), разработанный первоначально для тугоплавких оксидов [1—3], получает все большее распространение. Важная стадия ИПХТ (предшествующая кристаллизации) — поддержание стационарного теплового режима, когда потери тепла из расплава компенсируются поглощением энергии ВЧ-поля. Из условия теплового баланса определяются температура расплава и ширина слоя твердой фазы между расплавом и стенкой тигля. Вопрос о тепловой устойчивости межфазной границы поставлен в [1], качественные соображения изложены в [4]. Данная система в ВЧ-поле имеет, очевидно, два устойчивых состояния: 1) холодная, непоглощающая твердая фаза; 2) расплав, высокая температура которого поддерживается ВЧ-поглощением. Наряду с устойчивым есть и неустойчивый режим с меньшим радиусом расплава. Слияние устойчивого и неустойчивого решений дает критические условия существования расплава.

Настоящая работа посвящена количественному изучению устойчивости расплава и определению критических условий из совместного решения тепловой и электродинамической задач (в отличие от [5—7]). Характеристики стационарных режимов получаются при этом в зависимости от параметров, заданных в условиях эксперимента (напряжения и частоты ВЧ-генератора, диаметра тигля и др.). Устойчивость исследуется в квазистационарном приближении.

**1. Постановка задачи.** Для анализа тепловой устойчивости расплава в ВЧ-поле используется модель, показанная на рис. 1. Бесконечный проводящий расплав 1 коаксиален с бесконечным соленоидом 4 (индуктором). Между расплавом и охлаждаемой стенкой тигля 3, прозрачного для ВЧ-поля, существует слой твердой фазы 2 (гарнисаж). На межфазной границе выполняется условие Стефана [8]

$$(1.1) \quad \rho L(da/dt) = q_+ - q_-$$

где  $\rho$  — плотность диэлектрика;  $L$  — теплота фазового перехода;  $a$  — радиус расплава;  $t$  — время;  $q_+$ ,  $q_-$  — потоки тепла на межфазной границе со стороны расплава и со стороны твердой фазы соответственно.

В стационарном режиме ИПХТ межфазная граница неподвижна ( $da/dt = 0$ ). Ее положение определяется из решения уравнения  $q_+(a) - q_-(a) = 0$ . Значения потоков  $q_+$ ,  $q_-$  рассчитываются из уравнения теплопроводности.

Уравнение теплопроводности, описывающее тепловое состояние диэлектрика в стационарном режиме, в цилиндрической системе координат имеет вид

$$(1.2) \quad \frac{\lambda}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + Q(r) = 0.$$

Здесь  $r$  — текущий радиус;  $T$  — температура;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $Q$  — функция источника тепловыделения.

Граничные условия для уравнения (1.2):

$$(1.3) \quad r = 0, dT/dr = 0; r = b, T = T_0$$

( $b$  — радиус тигля,  $T_0$  — температура стенки тигля (поддерживается постоянной)).

2. Удельная мощность тепловыделения в диэлектрике. Для расчета функции источника тепловыделения  $Q(r)$  используется модель бесконечного проводящего цилиндра, коаксиального с бесконечным соленоидом, показанная на рис. 1. Электропроводность гарнисажа полагается равной нулю, в связи с чем тепловыделение в твердой фазе диэлектрика отсутствует.

Мощность тепловыделения в единице объема расплава

$$(2.1) \quad Q(r) = (\sigma/2)|j(r)|^2,$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводность расплава;  $j$  — плотность тока в расплаве. Она зависит от распределения в диэлектрике магнитного поля  $H(r)$

$$(2.2) \quad j(r) = -(c/4\pi)[\partial H(r)/\partial r]$$

( $c$  — скорость света). Распределение поля  $H(r)$  известно (см. [9]):

$$(2.3) \quad H(r) = \begin{cases} H_0 [J_0(\sqrt{2}ir/\delta)/J_0(\sqrt{2}ia/\delta)], & 0 < r < a, \\ H_0, & a < r < b. \end{cases}$$

Здесь  $H_0$  — напряженность магнитного поля в гарнисаже;  $\delta$  — глубина проникновения поля в расплав (ширина скин-слоя);  $J_0$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Подстановка (2.2), (2.3) в (2.1) дает связь плотности выделяющейся в расплаве тепловой мощности  $Q(r)$  с напряженностью магнитного поля  $H_0$ :

$$(2.4) \quad Q(r) = \sigma^{-1}(c/4\pi\delta)^2 |H_0|^2 |g(a/\delta)|^2 \varphi(r).$$

Безразмерные функции  $g(a/\delta)$  и  $\varphi(r)$  определяются выражениями

$$g(a/\delta) = J_1(\sqrt{2}ia/\delta)/J_0(\sqrt{2}ia/\delta),$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} |J_1(\sqrt{2}ir/\delta)/J_1(\sqrt{2}ia/\delta)|^2, & 0 < r < a, \\ 0, & a < r < b, \end{cases}$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка. В случае  $\delta/a \ll 1$  отношение функций Бесселя можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью

$$\varphi(r) \approx \begin{cases} \exp[2(r-a)/\delta], & 0 < r < a, \\ 0, & a < r < b. \end{cases}$$

Из формулы (2.4) следует, что расчет источника тепловыделения  $Q(r)$  сводится к расчету напряженности магнитного поля  $H_0$  как функции параметров ВЧ-установки для ИПХТ (рабочей частоты, числа витков индуктора, напряжения на индукторе и т. п.).

Электродвижущая сила в одном витке соленоида на рис. 1

$$(2.5) \quad \mathcal{E}_1 = Z(\omega)I,$$

( $Z$  — импеданс витка,  $I$  — сила тока в соленоиде,  $\omega$  — круговая частота). Согласно [9],

$$(2.6) \quad Z = -(i\omega/c^2)L_e + (1+i)(b/\sigma_i a_i \delta_i) [g(a_i/\delta_i)]^{-1}.$$

Здесь  $L_e$  — внешняя часть самоиндукции витка соленоида;  $b$  — радиус соленоида (для простоты полагается совпадающим с радиусом тигля);

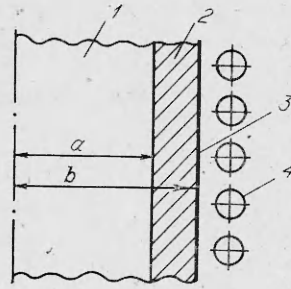


Рис. 1

Электропроводность гарнисажа полагается равной нулю, в связи с чем тепловыделение в твердой фазе диэлектрика отсутствует.

Мощность тепловыделения в единице объема расплава

$$(2.1) \quad Q(r) = (\sigma/2)|j(r)|^2,$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводность расплава;  $j$  — плотность тока в расплаве. Она зависит от распределения в диэлектрике магнитного поля  $H(r)$

$$(2.2) \quad j(r) = -(c/4\pi)[\partial H(r)/\partial r]$$

( $c$  — скорость света). Распределение поля  $H(r)$  известно (см. [9]):

$$(2.3) \quad H(r) = \begin{cases} H_0 [J_0(\sqrt{2}ir/\delta)/J_0(\sqrt{2}ia/\delta)], & 0 < r < a, \\ H_0, & a < r < b. \end{cases}$$

Здесь  $H_0$  — напряженность магнитного поля в гарнисаже;  $\delta$  — глубина проникновения поля в расплав (ширина скин-слоя);  $J_0$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Подстановка (2.2), (2.3) в (2.1) дает связь плотности выделяющейся в расплаве тепловой мощности  $Q(r)$  с напряженностью магнитного поля  $H_0$ :

$$(2.4) \quad Q(r) = \sigma^{-1}(c/4\pi\delta)^2 |H_0|^2 |g(a/\delta)|^2 \varphi(r).$$

Безразмерные функции  $g(a/\delta)$  и  $\varphi(r)$  определяются выражениями

$$g(a/\delta) = J_1(\sqrt{2}ia/\delta)/J_0(\sqrt{2}ia/\delta),$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} |J_1(\sqrt{2}ir/\delta)/J_1(\sqrt{2}ia/\delta)|^2, & 0 < r < a, \\ 0, & a < r < b, \end{cases}$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка. В случае  $\delta/a \ll 1$  отношение функций Бесселя можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью

$$\varphi(r) \approx \begin{cases} \exp[2(r-a)/\delta], & 0 < r < a, \\ 0, & a < r < b. \end{cases}$$

Из формулы (2.4) следует, что расчет источника тепловыделения  $Q(r)$  сводится к расчету напряженности магнитного поля  $H_0$  как функции параметров ВЧ-установки для ИПХТ (рабочей частоты, числа витков индуктора, напряжения на индукторе и т. п.).

Электродвижущая сила в одном витке соленоида на рис. 1

$$(2.5) \quad \mathcal{E}_1 = Z(\omega)I,$$

( $Z$  — импеданс витка,  $I$  — сила тока в соленоиде,  $\omega$  — круговая частота). Согласно [9],

$$(2.6) \quad Z = -(i\omega/c^2)L_e + (1+i)(b/\sigma_i a_i \delta_i) [g(a_i/\delta_i)]^{-1}.$$

Здесь  $L_e$  — внешняя часть самоиндукции витка соленоида;  $b$  — радиус соленоида (для простоты полагается совпадающим с радиусом тигля);

$\sigma_i$  — удельная электропроводность соленоида;  $\delta_i$  — ширина скин-слоя в соленоиде;  $a_i$  — радиус провода, из которого изготовлен соленоид.

Подстановка (2.6) в (2.5) с учетом того, что магнитный поток через площадь витка соленоида

$$\Phi = (L_e/c)I = 2\pi \int_0^b H(r) r dr,$$

дает

$$(2.7) \quad \mathcal{E}_1 = -2i\pi(\omega/c) \int_0^b H(r) r dr + (1+i)(bI/\sigma_i a_i \delta_i) [g(a_i/\delta_i)]^{-1}.$$

Вычислив с помощью (2.3) интеграл  $\int_0^b H(r) r dr$  и выразив силу тока в соленоиде  $I$  через напряженность поля  $H_0$  (см. [9])  $I = (ch/4\pi N)H_0$ , можно привести (2.7) к

$$(2.8) \quad \mathcal{E}_1 = -i\pi(\omega/c)H_0 \left\{ b^2 - a^2 + (1-i) \left[ a\delta g(a/\delta) - \frac{bh\delta_i}{2\pi N a_i g(a_i/\delta_i)} \right] \right\},$$

где  $h$  — высота,  $N$  — число витков индуктора (соленоида).

Электродвижущая сила в соленоиде с числом витков  $N$  имеет вид  $\mathcal{E} = N\mathcal{E}_1$ . Учитывая это соотношение, из (2.8) легко получить искомое выражение

$$H_0 = (ic/\pi\omega N) \mathcal{E} \left\{ b^2 - a^2 + (1-i) \left[ a\delta g(a/\delta) - \frac{bh\delta_i}{2\pi N a_i g(a_i/\delta_i)} \right] \right\}^{-1}.$$

Подстановка  $H_0$  в (2.4) позволяет записать функцию источника тепло-выделения как

$$(2.9) \quad Q(r) = Q_0 \varphi(r),$$

где

$$(2.10) \quad Q_0 = (\sigma/2)(U\delta/\pi N b^2)^2 |g(a/\delta)|^2 [1 - (a/b)^2 + (1-i)\{(a\delta/b^2)g(a/\delta) - [h\delta_i/2\pi N b a_i g(a_i/\delta_i)]\}]^{-2}$$

( $U = |\mathcal{E}|/\sqrt{2}$  — напряжение на индукторе).

**3. Решение уравнения теплопроводности.** Теплопроводность диэлектрика  $\lambda$  есть функция температуры: для расплава она существенно выше, чем для гарнисажа. Аппроксимация  $\lambda$  кусочно-постоянной функцией

$$(3.1) \quad \lambda = \begin{cases} \lambda_a, & 0 < r < a, \\ \lambda, & a < r < b \end{cases}$$

позволяет свести нелинейную задачу (1.2), (1.3) к решению двух линейных уравнений теплопроводности — в расплаве ( $0 < r < a$ ) и в гарнисаже ( $a < r < b$ ). Для сшивки решений служит условие на межфазной границе

$$(3.2) \quad r = a, \quad T = T_l,$$

где  $T_l$  — температура плавления диэлектрика. Значение  $a$  находится из условия теплового баланса  $q_+ = q_-$ .

Интегрирование уравнения (1.2) с источником (2.9) с граничными условиями (1.3), (3.2) с учетом выражения (3.1) позволяет найти распределение температуры  $T(r)$  и теплового потока  $q(r)$  в диэлектрике:

в твердой фазе  $a < r < b$

$$(3.3) \quad T = T_l - (T_l - T_0) \ln(r/a) [\ln(b/a)]^{-1}, \quad q = (\lambda/r)(T_l - T_0) [\ln(b/a)]^{-1};$$

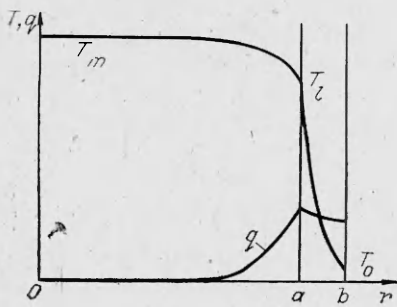


Рис. 2

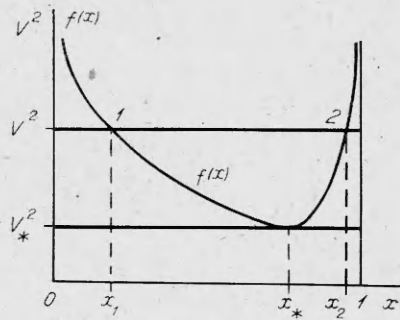


Рис. 3

в расплаве  $0 < r < a$

$$(3.4) \quad T = T_l + (Q_0/\lambda_a) \int_r^a r^{-1} \left[ \int_0^r \varphi(r) r dr \right] dr, \quad q = (Q_0/r) \int_0^r \varphi(r) r dr.$$

Максимальная температура в центре расплава

$$T_m = T_l + (Q_0/\lambda_a) \int_0^a r^{-1} \left[ \int_0^r \varphi(r) r dr \right] dr.$$

Обычно в процессах ИПХТ выполняется условие  $\delta/a \ll 1$ . Поэтому

$$T_m \approx T_l + (Q_0 \delta^2 / 4 \lambda_a).$$

Качественно распределение температуры  $T(r)$  и потока тепла  $q(r)$  в диэлектрике показано на рис. 2.

4. Тепловой баланс на межфазной границе. Выражения (3.3), (3.4) при  $r = a$  определяют потоки тепла на межфазной границе со стороны расплава  $q_+$  и со стороны гарнисажа  $q_-$ . Стационарный режим плавки характеризуется равенством этих потоков

$$(4.1) \quad Q_0 \int_0^a \varphi(r) r dr = \lambda (T_l - T_0) [\ln(b/a)]^{-1}.$$

Согласно (2.10), мощность тепловыделения  $Q_0$  зависит от положения межфазной границы  $a$ . Подстановка (2.10) в (4.1) дает уравнение, определяющее положение межфазной границы в стационарном тепловом режиме:

$$(\sigma/2) (U \delta / \pi N b^2)^2 |g(a/\delta)|^2 |1 - (a/b)^2 + (1-i) \{ (a\delta/b^2) g(a/\delta) - [h\delta_i / 2\pi N b a_i g(a_i/\delta_i)] \}^{-2} \int_0^a \varphi(r) r dr = \lambda (T_l - T_0) [\ln(b/a)]^{-1}.$$

Удобнее анализировать это выражение в безразмерном виде

$$(4.2) \quad V^2 = 2(\pi/\alpha)^2 \left[ \ln(1/x) \int_0^x \varphi(\xi) \xi d\xi \right]^{-1} |g(x/\alpha)|^{-2} |1 - x^2 + \alpha(1-i) \{ xg(x/\alpha) - [\gamma/2\pi\beta g(\beta/\alpha)] \}^2.$$

Здесь  $x = a/b$  — безразмерная координата межфазной границы (радиус расплава);  $\alpha = \delta/b$  — безразмерная глубина проникновения ВЧ-поля в расплав;  $\xi = r/b$  — переменная интегрирования;  $V = \sigma^{1/2}(U/N) [\lambda(T_l - T_0)]^{-1/2}$  — безразмерное напряжение на индукторе;  $\beta = (a_i/b)(\sigma_i/\sigma)^{1/2}$ ,  $\gamma = (h/bN)$  — параметры. Величину  $\alpha^{-2}$  можно трактовать как безразмерную частоту (поскольку ее можно представить в виде  $\alpha^{-2} = \omega(2\pi\sigma)(b/c)^2$ ), а  $V^2$  — как безразмерную мощность тепловыделения в расплаве. Уравнение (4.2) позволяет рассчитать стационарное положение межфазной границы как функцию четырех параметров  $x = x(\alpha, \beta, \gamma, V)$ .

**5. Стационарные режимы ИПХТ.** На рис. 3 показано качественное поведение правой части уравнения (4.2), обозначенной через  $f(x)$ . Решения уравнения (4.2) являются абсциссы точек пересечения кривой  $f(x)$  с прямой  $V^2$ . Из рисунка видно, что определенным значениям параметра  $V > V_*$  отвечают два стационарных состояния 1 и 2 (стационарные положения межфазной границы  $x_1$  и  $x_2$ ). При некотором критическом значении  $V = V_*$  стационарные решения сливаются ( $x_1 = x_2 = x_*$ ), и при  $V < V_*$  происходит срыв — стационарное уравнение (4.2) не имеет решения.

Исследование устойчивости стационарных состояний требует решения нестационарного уравнения теплопроводности. На межфазной границе наряду с (1.1) ставится условие  $r = a + \varepsilon \exp(\Omega t)$ ,  $T_s + \tau \exp(\Omega t) = T_1$ , где  $T_s$  — стационарная температура;  $\varepsilon$ ,  $\tau$  — амплитуды возмущений стационарного радиуса расплава и стационарного профиля температуры в диэлектрике;  $\Omega$  — декремент, определяющий развитие возмущений во времени.

При  $|\Omega| \ll \kappa/b^2$  ( $\kappa$  — коэффициент температуропроводности) можно ограничиться квазистационарным приближением, рассчитывая потоки  $q_+$ ,  $q_-$  в (1.1) из стационарного уравнения (1.2). Из теории бифуркаций динамических систем [10] известно, что в точке слияния двух стационарных решений  $|\Omega| = 0$ . Отсюда следует применимость квазистационарного приближения вблизи границы устойчивости (при  $x \approx x_*$ , когда  $|\Omega| \rightarrow 0$ ). При этом задача сводится к анализу одного уравнения (1.1), из которого вытекает, что устойчивое стационарное состояние будет при условии

$$(5.1) \quad dq_+/da < dq_-/da.$$

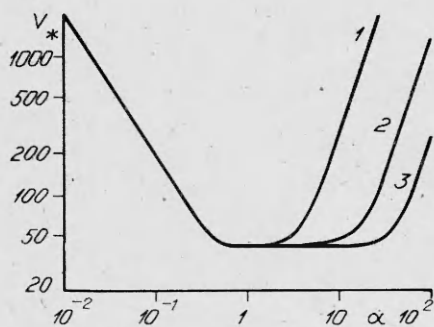
Неустойчивому состоянию соответствует противоположное неравенство. Соотношению (5.1) отвечает положительное значение производной  $df/dx$  (противоположному неравенству — отрицательное). Из рис. 3 видно, что для  $x_1 \approx x_*$   $df/dx < 0$ , а для  $x_2 \approx x_*$   $df/dx > 0$ . Таким образом, стационарные состояния левее критической точки ( $x < x_*$ ) неустойчивы; соответственно  $x_* < x < 1$  — область устойчивых стационарных состояний.

Квазистационарное приближение при исследовании устойчивости опирается, как сказано выше, на малость  $|\Omega|$  вблизи границы устойчивости. По аналогичной причине изучение устойчивости стационарных решений в теории теплового взрыва удается ограничить рассмотрением регулярного режима [11].

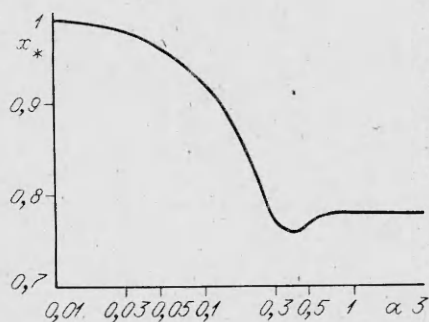
Величину  $x_1$  можно представить как критический радиус стартового расплава: если в начале плавки  $x < x_1$ , то плавления диэлектрика при напряжении на индукторе  $V$  не происходит — стартовый расплав замерзает; при  $x > x_1$  по диэлектрику распространяется волна плавления, и система расплав — твердая фаза через некоторое время переходит в устойчивое стационарное состояние 2, которому соответствует радиус расплава  $x_2$ .

По мере снижения напряжения на индукторе прямая  $V^2$  на рис. 3 опускается, ширина твердой фазы увеличивается (плавное возрастание величины  $(1 - x_2)$  с уменьшением  $V$  означает направленную кристаллизацию расплава в радиальном направлении). Критическому напряжению  $V = V_*$  отвечает минимальный радиус расплава  $x_*$ . Дальнейшее снижение напряжения на индукторе вызывает спонтанную кристаллизацию расплава.

На рис. 4 и 5 представлены рассчитанные из уравнения (4.2) зависимости критических значений  $V_*$  и  $x_*$  от параметра  $\alpha$ . Кривые 1—3 на рис. 4 приведены для параметров  $\beta$  и  $\gamma$ : 1 —  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0,2$ ; 2 —  $\beta = 10$ ,  $\gamma = 1$ ; 3 —  $\beta = 10$ ,  $\gamma = 0,2$  (типичные значения при ИПХТ оксидных материалов); величина  $x_*$  от  $\beta$  и  $\gamma$  не зависит. Как видно из рисунков, зависимости  $V_*(\alpha)$  и  $x_*(\alpha)$  немонотонны. Появление экстремумов можно объяснить следующим образом. Суммарная тепловая мощ-



Р и с. 4



Р и с. 5

ность есть произведение объема, в котором выделяется тепло, на среднюю плотность мощности. С понижением частоты (увеличением  $\alpha$ ) первый из этих множителей растет вместе с  $\delta$ , а второй — уменьшается, так как падает плотность вихревых токов, наводящихся в расплаве магнитным полем индуктора. При  $\alpha \gg 1$  ( $\delta \gg b$ ) тепло выделяется почти равномерно во всем объеме расплава; кривая  $x_*(\alpha)$  насыщается — критический радиус расплава не зависит от частоты.

В области  $\alpha \leq 1$  имеет место соотношение

$$(5.2) \quad |\gamma/2\pi\beta g(\beta/\alpha)| \ll |x_* g(x_*/\alpha)|,$$

что связано с малостью в области высоких частот активного сопротивления индуктора по сравнению с его индуктивным сопротивлением. Из (4.2), (5.2) вытекает, что при  $\alpha \leq 1$  критическое значение  $V_*$  есть функция только одного параметра  $\alpha$ . В области низких частот (при  $\alpha \gg 1$ ) соотношение (5.2) не выполняется; необходимо учитывать влияние активного сопротивления индуктора и рассчитывать критическое значение  $V_*$  как  $V_* = V_*(\alpha, \beta, \gamma)$ . Из рис. 4 видно, что при  $\alpha \gg 1$   $V_*$  возрастает с уменьшением  $\beta$  и увеличением  $\gamma$ .

При ИПХТ окислов на частотах 1—5 МГц реализуются значения  $\alpha \sim 0,05-0,1$ . При  $N = 1$ ,  $b = 0,1$  м,  $\lambda = 4$  Вт/(м·К),  $T_l - T_0 = 2500$  К минимальное напряжение на индукторе в указанном диапазоне  $\alpha$  составляет  $\bar{U}_* \sim 1$  кВ. Из рис. 5 видно, что при  $\alpha = 0,05-0,1$  справедливо соотношение  $(1 - x_*) \ll 1$ . Это означает, что при  $V < V_*$  расплав теряет тепловую устойчивость при тонком слое гарнисажа. Иначе говоря, ведение кристаллизации диэлектрика в радиальном направлении путем плавного снижения мощности тепловыделения в расплаве (например, плавным уменьшением напряжения па индукторе) в области параметров  $\alpha \leq 0,1$  невозможно. Максимальная тепловая устойчивость расплава достигается при  $\alpha = 0,3-0,5$  (экстремум кривой  $x_*(\alpha)$  на рис. 5). Направленной кристаллизацией в этом диапазоне  $\alpha$  можно закристаллизовать до 40 % объема расплава.

Следует заметить, что рассчитанные значения  $V_*$  и  $x_*$  являются оценками снизу, так как модель бесконечного расплава, представленная на рис. 1, не учитывает краевых эффектов (телопотерь из зоны расплава в аксиальном направлении, имеющих место в реальных процессах ИПХТ, неоднородности магнитного поля на торцах индуктора и т. п.).

Обычно в процессах ИПХТ используется шихта в виде порошка дисперсностью  $\sim 10$  мкм. Плавление порошка значительно отличается от плавления монолитного (беспористого) диэлектрика. В [12] показаны особенности ИПХТ на стадии распространения волны плавления, связанные с капиллярным растеканием расплава по порам твердой фазы диэлектрика: расплав пропитывает твердую фазу и кристаллизуется в ней, затем происходит медленное проплавление закристаллизовавшегося слоя, после этого картина повторяется. Эффект капиллярного растекания оказывает влияние и на стационарный режим ИПХТ. При этом возможна следующая ситуация. После того как межфазная граница заняла поло-



жение  $x_2$  (устойчивое стационарное состояние 2 на рис. 3), расплав пропитывает твердую фазу и кристаллизуется. Теплопроводность гарнисажа скачком увеличивается, так как теплопроводность закристаллизовавшегося слоя значительно выше теплопроводности порошкообразной шихты. Скачку теплопроводности отвечает резкое уменьшение значения  $V$ . В случае  $V > V_*$  межфазная граница занимает новое стационарное положение  $x_* < x < x_0$ ; при  $V < V_*$  по диэлектрику от периферии к центру распространяется волна кристаллизации.

Авторы выражают благодарность А. П. Алдушину, В. В. Грачеву, И. А. Канаеву и В. А. Князику за полезные обсуждения настоящей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Александров В. И., Осико В. В., Прохоров А. М., Татаринцев В. М. Новый метод получения тугоплавких монокристаллов и плавящихся керамических материалов // Вести. АН СССР.— 1973.— № 12.
2. Александров В. И., Осико В. В., Прохоров А. М., Татаринцев В. М. Получение высокотемпературных материалов методом прямого высокочастотного плавления в холодном контейнере // Успехи химии.— 1978.— Т. 47, вып. 3.
3. Александров В. И., Иофис Н. А., Осико В. В. и др. Фианиты и перспективы их практического использования // Вести. АН СССР.— 1980.— № 6.
4. Мержанов А. Г., Радучев В. А., Руманов Э. Н. Тепловые волны плавления и кристаллизации диэлектрика // ДАН СССР.— 1980.— Т. 253, № 2.
5. Петров Ю. Б., Шкульков А. В., Неженцев В. В., Канаев И. А. Анализ электрических характеристик индукционных печей с холодным тиглем для плавки окисных материалов // Электротехника.— 1982.— № 8.
6. Петров Ю. Б. Индукционная плавка окислов.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Смирнов Ю. Н., Шкульков А. В., Канаев И. А. Температура расплава оксида в стационарном режиме плавки в индукционных печах с холодным тиглем // Изв. вузов. Электромеханика.— 1984.— № 9.
8. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел.— М.: Наука, 1964.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982.
10. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости.— М.: Наука, 1976.
11. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости решений в стационарной теории теплового взрыва // ПММ.— 1963.— Т. 27, № 2.
12. Руманов Э. Н. Волна плавления пористого вещества.— Черноголовка, 1982.— (Препр./ОИХФ АН СССР).

г. Черноголовка

Поступила 25/III 1987 г.,

в окончательном варианте — 9/VIII 1988 г.

УДК 532.593

Н. А. Костюков

### МЕХАНИЗМ РАССЛОЕНИЯ ПОРОШКОВЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

Известно, что двумерное ударно-волновое нагружение порошковых композиционных материалов (ПКМ), представляющих собой механические смеси разнородных твердых частиц, нередко приводит к чрезвычайно неравномерному распределению (расслоению) компонентов после нагружения [1, 2]. Возможна, например, такая ситуация: в некотором объеме ударно-сжатого образца концентрация одного из компонентов становится в несколько раз выше, чем в прилегающих областях. Это неудобное с точки зрения практических приложений свойство ПКМ делает весьма актуальной задачу создания критерия расслоения. Вопрос, который предстоит решить, — какими должны быть ударно-волновые параметры, чтобы после нагружения материал оставался однородным.

Первый и необходимый шаг в этом направлении — создание физической модели, способной правильно отражать механизм процесса, приводящего к расслоению. В [1, 2] рассматриваются возможные подходы к модельному описанию результатов, полученных на смесях медь—нитрид бора и медь—графит. Ниже проведен анализ этих

© 1990 Костюков Н. А.