

движению. В противоположность этому, продольное поле увеличивает циркуляционные зоны, однако заметный эффект наблюдается при существенно больших значениях числа Гартмана.

В качественном отношении эти эффекты должны сохраняться и при турбулентном движении.

В целом полученные данные позволяют построить наглядную кинематическую картину рассматриваемого течения. Не вдаваясь в подробности, отметим, что образование застойных и циркуляционных зон в углах канала (сохраняющееся при турбулентном течении) и возможности активного на них воздействия имеют существенное значение для некоторых приложений, например стабилизации пламени и др.

Поступила 1 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. С и м у н и Л. М. Численное решение некоторых задач движения вязкой жидкости. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 3.
2. Д ж а у г а ш т и н К. Е., О з е р о в а Е. Ф., С и м у н и Л. М. Магнитогидродинамическое течение в начальном участке плоского канала. Сб. трудов 5-го Рижского совещания по МГД, июль, 1966.

АНАЛИЗ ЯВЛЕНИЯ ОТРАЖЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОКОВОЙ РЕШЕТКИ

Л. А. Заклязьминский

(Новосибирск)

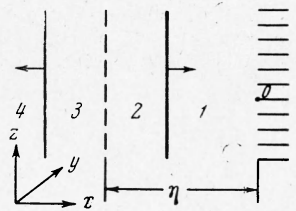
В приближении одномерной нестационарной магнитной гидродинамики выполнен теоретический анализ процесса взаимодействия сильной ударной волны с магнитным полем токовой решетки. Результаты расчета сравниваются с данными эксперимента [1].

Основные допущения при расчете следующие: 1) принимается приближение одномерной нестационарной магнитной гидродинамики; 2) газ считается идеальным с постоянными коэффициентами, процессы диссоциации и ионизации не учитываются; 3) из диссипативных процессов учтено только выделение в газе джоулева тепла. Некоторые другие допущения будут сформулированы по ходу решения задачи.

Для теоретического анализа схему взаимодействия можно представить следующим образом: пусть слева направо по направлению оси x движется ударная волна. В плоскости $x = 0$ (фиг. 1) расположена идеально проводящая «стенка» (решетка), абсолютно проницаемая для непроводящего газа. В момент $t = 0$ в решетке начинает течь ток в направлении оси y с поверхностной плотностью i .

Ударная волна в этот момент находится на расстоянии $x = -l$ от решетки. Поскольку скорость ударной волны значительно меньше скорости света c и время lc^{-1} мало по сравнению с временем процесса, то считаем, что при $t = 0$ между ударной волной и решеткой устанавливается постоянное магнитное поле $H_{00} = 4\pi c^{-1}i$, направленное по оси z .

Если газ за ударной волной проводящий, то в нем потечет ток в направлении, противоположном току в решетке, и появится тормозящая сила. В результате такого «удара» ударной волны о магнитное поле возникает отраженная ударная волна, а ослабленная падающая волна (преломленная волна) пройдет в магнитное поле. Частицы, в месте которых при $t = 0$ находилась падающая ударная волна, образуют контактную поверхность, разделяющую газы, сжатые ударными волнами различной интенсивности. По мере продвижения падающей ударной волны по направлению к решетке напряженность магнитного поля и скорости ударных волн изменяются, поэтому в областях между падающей волной и контактной поверхностью (область 2 фиг.1), контактной поверхностью и отраженной волной (область 3) параметры газа (включая и энтропию) есть функции x и t . В областях перед падающей (1) и за отраженной (4) волнами параметры газа постоянны.



Фиг. 1

Для определения характера течения необходимо решить нестационарные уравнения магнитной гидродинамики в областях 2 и 3 с соотношениями на ударных волнах и контактной поверхности.

Для упрощения задачи в дополнение к основным, названным выше допущениям, сделаем еще несколько допущений:

1) в областях 2 и 3 параметры газа есть функции только времени; определим их некоторые средние значения по x ;

2) падающая ударная волна настолько сильная, а проводимость газа в области 3 столь значительная, что глубина проникновения магнитного поля в область 3 невелика и отраженная ударная волна всегда опережает диффузию магнитного поля и является поэтому чисто газодинамической;

3) проводимость газа в области 2 мала, магнитное поле постоянно в этой области и функция только времени, а преломленная ударная волна является газодинамической.

Первое допущение позволяет сильно упростить решение задачи, сокращая, однако, объем информации о процессе взаимодействия.

Второе и третье предположения можно в какой-то мере обосновать. Отраженная ударная волна будет чисто газодинамической в двух предельных случаях: а) сильной электропроводности слева от контактной поверхности, когда отраженная ударная волна обгоняет диффузию магнитного поля; б) слабой электропроводности, т. е., когда движение газа слабо влияет на характер распределения магнитного поля. Преломленная ударная волна, при достаточно сильном начальном магнитном поле, по мере движения ослабевает, газ за ней может стать непроводящим и она также будет чисто газодинамической.

Таким образом, предположение, что все ударные волны газодинамические, будет более правильно отражать сущность процесса при сильном взаимодействии ударной волны с магнитным полем токовой решетки.

Заметим также, что анализ в данном приближении справедлив лишь до того момента, когда контактная поверхность подойдет к плоскости расположения решетки. Запишем теперь, с учетом всех предположений, систему уравнений, описывающую процесс. На каждой ударной волне можно записать три соотношения (с использованием уравнения состояния), всего получаем девять уравнений. На контактной поверхности выполняются два соотношения

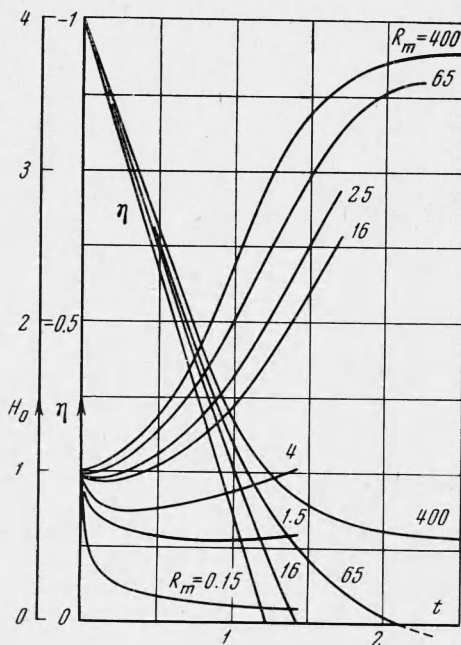
$$u_3 = u_2, \quad P_3 = P_2 + PH_0^2 \quad \left(H_0^2 = \int_{-\infty}^{\eta} jH dx \right) \quad (1)$$

Здесь H_0^2 равна силе, приходящейся на единицу площади контактной поверхности, координата которой обозначена буквой η ; j и H — плотность тока и напряженность поля слева от контактной поверхности. Цифровой индекс у величин обозначает область, к которой относится данный параметр.

Таким образом, будем иметь 11 уравнений. Выясним теперь количество неизвестных величин.

В области 1, перед падающей волной, все параметры заданы (в том числе и скорость этой волны). Остаются неизвестными по два параметра (давление p и плотность ρ) в областях 2, 3 и 4, скорости фронтов отраженной u_0 и преломленной u_n ударных волн, скорости газа в трех указанных областях и магнитное поле $H_0(t)$.

Итого получается 12 искомым функций. Двенадцатое уравнение можно составить, рассматривая токи, текущие в газе и решетке, как общий электрический контур и полагая, что эти токи замыкаются на высоте канала

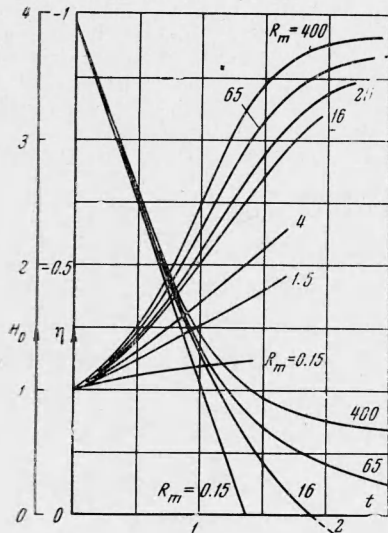


Фиг. 2

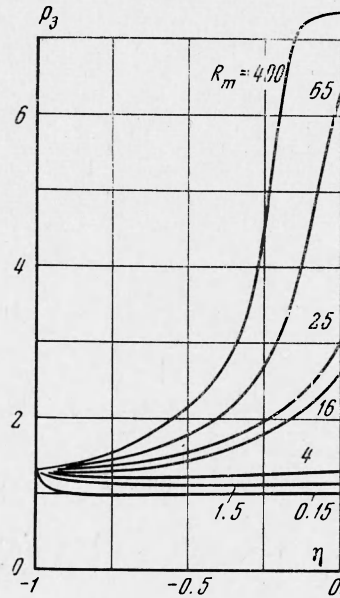
по оси y идеальнопроводящими проводниками. Уравнение и начальное условие для этого электрического контура запишутся в виде

$$\frac{d}{dt} \left(H_0 \eta + \int_{-\infty}^{\eta} H dx \right) + \frac{RH_0}{R_m} = E(t), \quad H_0 = 1 \quad (t=0) \quad (2)$$

Здесь R — омическое сопротивление слоя газа единичной площади, лежащего слева от контактной поверхности. Уравнения (1) и (2) записаны в безразмерном виде, при



Фиг. 3



Фиг. 4

этом за характерную величину длины принята l , скорости — u , времени — lu^{-1} , давления — $\rho_1 u^2$, плотности — ρ_1 , поля — H_{∞} , тока — $1/4 c \pi^{-1} H_{00} l$, омического сопротивления — $(\sigma_4 l)^{-1}$. Величины P и R_m равны

$$P = \frac{H_{00}^2}{8\pi\rho_1 u^2}, \quad R_m = \frac{1}{c^2} 4\pi\sigma_4 u l$$

Положение контактной поверхности определяется выражением

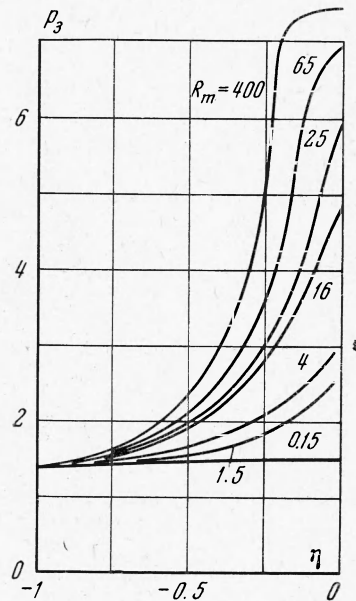
$$\eta = -1 + \int_0^t u_3 dt \quad (3)$$

Величина $E(t)$ введена в уравнение (2), чтобы можно было скомпенсировать двумерность процесса, имеющего место в экспериментальной установке [1]. Действительно, в теоретической схеме токи, протекающие через газ и решетку, равны и зависимость от времени магнитного поля в пространстве между ними определяется только их взаимодействием. В экспериментальной установке [1] имеется два электрических контура: 1) газ — электроды — решетка; 2) конденсаторы — шины — решетка. Решетка является общим элементом этих контуров и за счет неоднородности явления токи в газе и в решетке не равны. Ток в решетке больше, чем ток в газе, и он поддерживает дополнительное магнитное поле, не зависящее от процесса взаимодействия. В одномерной схеме это можно компенсировать, по крайней мере, качественно, введением некоторой э. д. с. $E(t)$, которая может поддерживать в контуре заданные ток и магнитное поле, не зависящее от процесса взаимодействия.

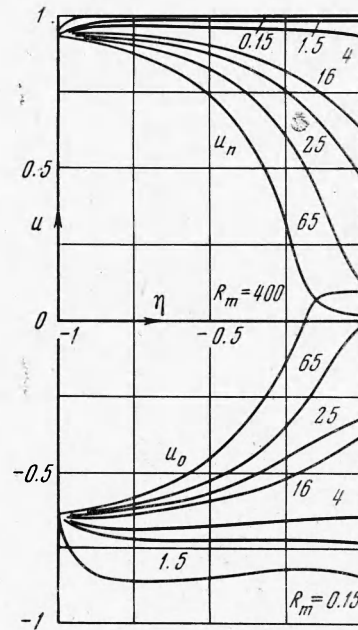
В уравнении (2) введены две новые величины: R и H . Омическое сопротивление контура газ — электроды — решетка определим из условия равенства джоулевых потерь

$$RI^2 = RH_0^2 = \int_{-\infty}^{\eta} j^2 / \sigma_3 \cdot dx$$

(пренебрегаем диссипацией энергии в электродах и решетке).



Фиг. 5



Фиг. 6

Для определения поля H необходимо решить уравнение диффузии магнитного поля в область \mathcal{Z}

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -u_3 \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{R_m \sigma_3} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (4)$$

с начальными и граничными условиями:

$$H(0, x) = 0, \quad H(t, \eta) = H_0, \quad H(t, -\infty) = 0$$

Введем новые независимые переменные

$$\zeta = \int_0^t \frac{1}{\sigma_3} dt, \quad \xi = x + 1 - \int_0^t u_3 dt$$

Решение уравнения (4) можно записать

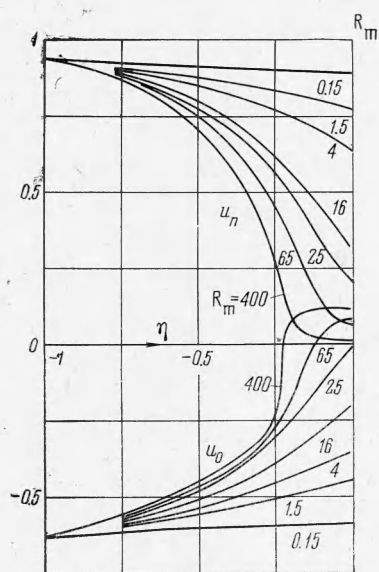
$$H = \frac{1}{2\sqrt{\pi R_m}} \int_0^{\zeta} \xi \left(\frac{\xi - \tau}{R_m} \right)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\xi^2 R_m}{4(\xi - \tau)}\right) H_0 d\tau$$

Полученное выражение для H не позволяет выписать простые выражения для R (омического сопротивления газа в области \mathcal{Z}) и магнитного потока, поэтому сделаем еще два допущения, приемлемых для качественного анализа процесса.

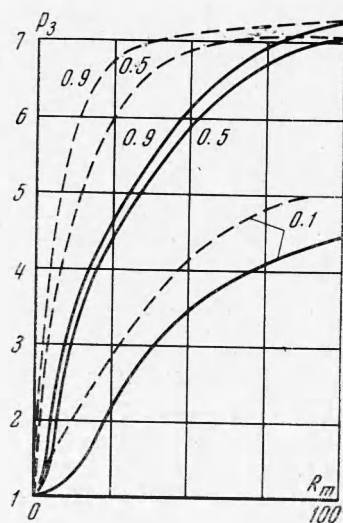
Допустим, что $\sigma_3 = 1$ и что H_0 изменяется настолько медленно во времени, что его можно вынести за знак интеграла. Тогда

$$H = H_0 \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} e^{-x^2} dx \right], \quad \beta = \frac{\zeta}{2} \left(\frac{R_m}{t} \right)^{1/2} \quad (5)$$

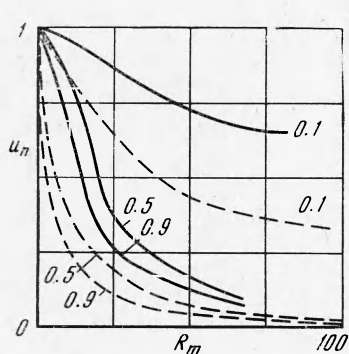
$$R = \left(\frac{R_m}{2\pi t} \right)^{1/2}, \quad \int_{-\infty}^0 H d\xi = 2H_0 \left(\frac{t}{R_m} \right)^{1/2}$$



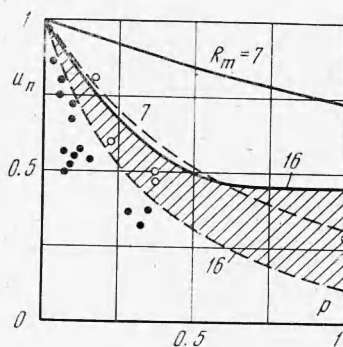
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

Подставляя (5) в уравнение (2) и делая, наконец, последнее допущение, что все ударные волны сильные, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[H_0 \left(-\eta + 2 \left(\frac{t}{\pi R_m} \right)^{1/2} \right) \right] + H_0 (2\pi R_m t)^{-1/2} &= E(t) \\ \eta &= -1 + \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \int_0^1 u_n dt, & p_3 &= u_n^2 + P H_0^2 \\ u_n p_3 &= p_3 - (p_3 - 1) \left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} (p_3 - 1) \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

и с начальным условием $H_0(0) = 1$.

Система уравнений (6) считалась на ЭВМ. Расчет выполнен для показателя адиабаты $\kappa = 1.67$, различных значений параметров P и R_m и значений

$$E_1 = 0, \quad E_2 = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2\pi R_m t}}$$

$E_1 = 0$ соответствует тому факту, что в нашей электрической цепи имеется начальный ток и поле $H_{00} = 1$, и это поле в дальнейшем определяется только процессом взаимодействия ударной волны с решеткой.

Во втором случае имеется э. д. с. E_2 , зависящая от времени таким образом, что она в случае $\eta = -1$ компенсирует процесс диффузии магнитного поля в газ и поддерживает магнитное поле H_{00} постоянным ($H_{00} = 1$). Такое задание э. д. с. количественно не совпадает с изменением во времени магнитного поля от тока на решетке в проведенном эксперименте [1], но позволяет выяснить общий характер влияния такого поля на процесс взаимодействия.

На фиг. 2 и 3 даны значения магнитного поля H_0 и положения контактной поверхности η в зависимости от времени для $P = 0.5$ и для двух различных заданий функции E (параметром является магнитное число Рейнольдса R_m).

Для $E = 0$ (фиг. 2) при малых R_m начальное поле быстро диффундирует в газ и, поскольку взаимодействие в таких условиях слабо усиливает поле, это поле H_0 уменьшается. Начиная с некоторого значения R_m , магнитное поле сначала убывает, а затем резко увеличивается; однако вплоть до $R_m = 4$ магнитное поле к моменту $\eta(t) = 0$ не достигает своего начального значения $H_0 = 1$. При $R_m \geq 50$ магнитное поле сильно возрастает и вблизи решетки ($\eta(t) \approx 0$) достигает максимального значения, в три-четыре раза превышающего начальное поле $H_0 = 1$. При $R_m \approx 400$ магнитное поле достигает насыщения и у решетки поддерживается почти постоянным, причем магнитное давление практически равно давлению газа за отраженной ударной волной (фиг. 4 и 5). На фиг. 6 и фиг. 7 представлены скорости преломленной u_n и отраженной u_0 ударных волн в зависимости от η . (На фиг. 2, 4, 6, 8 $E = E_1$, а на фиг. 3, 5, 7, 9 $E = E_2$). При больших R_m преломленная волна для $\eta = 0$ становится близкой к звуковой, а отраженная волна становится столь сильной, что начинает двигаться относительно стенок навстречу набегающему потоку газа (положительные значения u_0).

Для $E = E_2$ (фиг. 3) наблюдавшееся при $E_1 = 0$ уменьшение поля отсутствует при малых R_m . При больших R_m отличие в зависимостях $H_0(t)$ для E_1 и E_2 заметно лишь на начальном участке взаимодействия; в этом случае магнитное поле определяется только самим процессом взаимодействия. При E_2 взаимодействие усиливается для всех R_m по сравнению со случаем $E = 0$ (см. фиг. 2-7).

На фиг. 8 и 9 даны для $\eta(t) = 0$ зависимости от R_m давления за отраженной ударной волной p_3 и скорости преломленной волны u_n при разных значениях параметра P (значения P проставлены у кривых). С ростом R_m и P наблюдается резкое усиление взаимодействия. При $P > 0.5$, $R_m > 50$ (для E_2) или $R_m > 100$ (E_1) появляется некоторое насыщение. В этих условиях давление p_3 уже близко к значению давления за отраженной волной при полном торможении потока, а скорость преломленной волны близка к скорости звука.

На фиг. 10 сделана попытка сравнить результаты данного расчета с экспериментальными данными работы [1]. На этой фигуре построена зависимость скорости преломленной волны от гидромагнитного параметра P .

Теоретическое значение u_n взято для положения контактной поверхности $\eta(t) = 0$, а экспериментальное — в момент подхода преломленной волны к торцевой стенке. Экспериментальные точки (1 для $R_m = 12.5$, 2 для $R_m = 15$) на фиг. 10 лежат ниже теоретических для данного R_m . Особенно заметно их отличие при $E_1 = 0$. В эксперименте момент подхода ударной волны к электродам (t_1) примерно совпадал (см. фиг. 5 работы [1]) с максимумом тока через решетку от конденсаторов. Далее по ходу взаимодействия этот ток уменьшался, следовательно, уменьшалось и создаваемое им магнитное поле. В теоретическом анализе задание $E_1 = 0$ соответствует отсутствию для $t > 0$ этого поля, создаваемого током внешней батареи конденсаторов, а при $E = E_2$ — поддержанию постоянного поля при $\eta = -1$, т. е. наличию в процессе взаимодействия более сильного стороннего поля, нежели в эксперименте. Поэтому при условиях, которые имелись в опытах, экспериментальные точки фиг. 7 [1] должны лежать выше кривой для $R_m = 16$ и E_2 . По-видимому, на такое количественное несоответствие теоретических и экспериментальных данных повлияло принятое в расчетах допущение $\sigma = \text{const}$. Учет зависимости σ от температуры газа и увеличение σ при выделении джоулева тепла, а также возможное, как отмечено в [1], образование T -слоя [2] привели бы к увеличению эффективного R_m и существенному усилению рассчитываемого процесса взаимодействия, что способствовало бы лучшему согласованию экспериментальных и теоретических результатов.

Автор благодарен С. П. Курдюмову, В. С. Соколову, В. А. Деревянко, Е. Ф. Лебедеву за обсуждение работы, а Г. И. Шаровой и С. П. Мымриной за проведение расчетов и оформление результатов.

Поступила 20 III 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Деревянко В. А., Заклязьминский Л. А., Лебедев Е. Ф. Экспериментальное исследование отражения ударной волны от токовой решетки. ПМТФ, 1968, № 4.

2. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заклязьминский Л. А., Волосевич П. П., Дегтярев Л. М., Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Соколов В. С., Фаворский А. П. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. Докл. АН СССР, 1967, т. 173, № 4.

СТАБИЛИЗАЦИЯ КОНВЕКТИВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЖИДКОСТИ В КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ВРАЩЕНИЕМ

А. П. Овчинников, Г. Ф. Шайдуров

(Пермь)

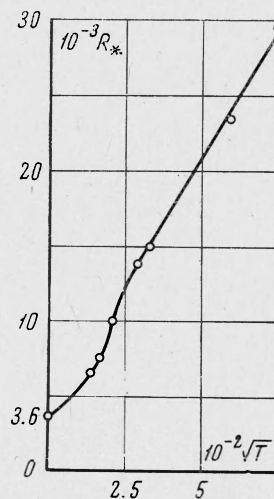
В работе [1] экспериментально исследована устойчивость механического равновесия подогреваемой снизу жидкости в кубической полости. Обнаружены два критических конвективных движения. Первому критическому числу Релея $R_* = 3650$ отвечает приблизительно круговое движение жидкости в вертикальной плоскости, параллельной грани куба. При $R > 6000$ возможно более сложное трехмерное критическое движение, переносящее меньше тепла и менее устойчивое, нежели первое. Представляет интерес исследовать влияние вращения полости на развитие возмущений этих двух типов.

Эксперименты проводились с моделью и по методике, описанной в [1]. Вращение полости вокруг ее вертикальной оси симметрии производилось синхронным электродвигателем через бесступенчатый фрикционный редуктор. Скорость вращения во время опыта оставалась постоянной с точностью до 1%. Измерения температур производились в квазистационарном режиме охлаждения вращающейся модели, в которой в начале опыта создавался вертикальный градиент температуры. Для каждой скорости вращения строились кривые теплопередачи $N - 1 = f(R)$, где N — число Нуссельта. Критическое число Релея определялось по излому этих кривых.

Эксперименты показали, что при не очень большой надкритичности $(N - 1)^2 \sim R - R_*$. Таким образом, при вращении сохраняется справедливость закона Ландау. В отличие от случая неподвижной полости при вращении не удалось наблюдать второе критическое движение. На фигуре изображена зависимость первого критического числа Релея от \sqrt{T}

$$T = \left(\frac{4\pi l^2}{\nu T} \right)^2 \quad (1)$$

Здесь T — число Тейлора, l — длина ребра полости, ν — кинематическая вязкость жидкости при температуре в центре полости. При $T > 6 \times 10^4$, как видно из графика, R_* растет линейно с \sqrt{T} . При меньших числах Тейлора максимальное центростремительное ускорение в полости не превышает $0,5 \times 10^{-3} g$, где g — ускорение силы тяжести. В этом случае кривая спрямляется, если по оси абсцисс отложить T . Такая линейная зависимость находится в качественном согласии с результатами теоретического исследования конвективной устойчивости жидкого куба со свободными границами [2].



Поступила 16 I 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. О в ч и н н и к о в А. П. Конвективная устойчивость жидкости в кубической полости. ПМТФ, 1967, № 3, стр. 118—120.
 2. Ш л и о м и с М. И. Об устойчивости вращающейся и подогреваемой снизу жидкости относительно периодических по времени возмущений. ПММ, 1962, т. 26, № 2, стр. 267—272.
- 9 ПМТФ, № 6