

10. McCormack F. J. Construction of linearized kinetic models for gaseous mixtures and molecular gases.— «Phys. Fluids», 1973, vol. 16, p. 2095.
11. Кучеров Р. Я., Рикенгаз Л. Э. Скольжение и температурный скачок на границе газовой смеси.— ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 1758.
12. Жданов В. М. К теории скольжения на границе газовой смеси.— ЖТФ, 1967, т. XXXVII, с. 192.
13. Ивченко И. Н., Яламов Ю. Н. О диффузионном скольжении бинарной газовой смеси.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1971, № 4, с. 22.
14. Loyalka S. K. Velocity slip coefficient and the diffusion slip velocity for a multi-component gas mixture.— «Phys. Fluids», 1971, vol. 14, p. 2599.
15. Breton J. P. The diffusion equation in discontinuous systems.— «Physica», 1970, vol. 50, p. 365.
16. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., ИЛ, 1960.
17. Жданов В., Каган Ю., Сазыкин А. Влияние вязкого переноса импульса на диффузию газовой смеси.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 857.
18. Маркеев Б. М. К вопросу о вязком переносе импульса в газовой смеси.— ЖТФ, 1974, т. XLIV, с. 1550.
19. Lang H., Loyalka S. K. Diffusion slip velocity: theory and experiment.— «Z. Naturforsch.», 1972, Bd 27a, S. 1307.
20. Lang H., Eger K. Über die Gasdiffusion in engen Kapillaren.— «Z. Physik. Chem.», 1969, Bd 68, S. 130.
21. Почуев Н. Д., Селезнев В. Д., Суетин П. Е. Течение бинарной газовой смеси при произвольной аккомодации тангенциального импульса.— ПМТФ, 1974, № 5, с. 37.
22. Schmitt K. H., Waldmann L. Untersuchungen an Schwebstoffteilchen in diffundieren Gasen.— «Z. Naturforsch.», 1960, Bd 15a, S. 843.
23. Селезнев В. Д., Суетин П. Е., Смирнов Н. А. Разделение бинарной газовой смеси во всем диапазоне чисел Кнудсена. — ЖТФ, 1975, т. XLV, с. 1499.

УДК 536.24:532.54

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОБМЕН ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

С. Г. Иванушкин, В. И. Кондрашов, В. Е. Томилев
(Томск)

В последнее время интерес исследователей вызывают задачи активного воздействия (механического, акустического или электромагнитного — для проводящей среды) на течение, имеющие целью интенсификацию теплообмена [1]. К механическим методам воздействия относится применение пульсирующих потоков теплоносителей для увеличения теплоотдачи в термических начальных участках каналов при ламинарном неустановившемся течении вязкой несжимаемой жидкости.

В данной работе исследуется возможность интенсификации теплообмена изменением частоты и амплитуды пульсаций градиента давления в кольцевых каналах, поскольку в настоящее время в ряде работ [2—5] имеются противоречивые сведения по указанному вопросу. Выбор кольцевого канала объясняется широким распространением в технике теплообменных устройств, образованных двумя коаксиальными цилиндрами, а также отсутствием теоретических и экспериментальных работ по теплопередаче при пульсирующем течении в каналах такой формы. В отличие от известных работ задача решается в сопряженной постановке, которая наиболее полно отражает реальные нестационарные тепловые процессы при течении вязкой жидкости в термических начальных участках, когда условия на поверхностях раздела сред заранее неизвестны и температуры в стенках и жидкости должны определяться совместно [6, 7]. Учтено влияние диссипативной функции и осевой теплопроводности как в жидкости, так и в стен-

ках канала. Это позволяет применить разработанные методы решения к расчету сопряженного теплопереноса через теплоноситель с произвольными числами Прандтля.

Сопряженная постановка задачи дает возможность оценить интенсивность теплообмена с помощью суммарного за несколько периодов пульсаций теплового

потока $Q = \int_0^{t_2} q |_{\Gamma} \tilde{a} t \, dt$ — за время установления процесса или $Q = \int_{t_1}^{t_2} q |_{\Gamma} \tilde{a} t \, dt$ —

за равные для разных частот промежутки времени в установившемся режиме (q — удельный тепловой поток), а не сравнением средних чисел Нуссельта для различных режимов течения [2, 3], так как например, при нестационарной продольной неизотермичности в стенках канала, использование чисел Нуссельта теряет физический смысл [8].

1. Пульсирующие течения можно условно разделить на два типа: 1) наложение пульсаций на основной поток $\partial p / \partial x = \partial p / \partial x |_0 + f(t)$, $f(t)$ — периодическая функция времени, 2) «чистые» пульсации $\partial p / \partial x |_0 \equiv 0$. Сравнение интенсивности теплообмена в первом случае следует вести с учетом одинакового расхода жидкости при $\partial p / \partial x = \text{const}$ и $\partial p / \partial x = F(t)$, во втором — целесообразно сопоставлять граничные тепловые потоки для разных частот пульсаций. Исследовались оба типа течения частотой $n = \omega / 2\pi = 2-100$ 1/с, так как расчеты показали, что более высокие частоты не оказывают заметного влияния на теплоотдачу (в рассмотренных в работе условиях).

Процесс течения и теплообмена описывается совокупностью уравнений и краевых условий вида

$$(1.1) \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad v = \mu / \rho;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + W_i, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$(1.3) \quad W_1 = W_3 = 0, \quad W_2 = \frac{v}{c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 - v \frac{\partial T_2}{\partial x};$$

$$(1.4) \quad \text{при } x = 0 \quad T_i = T_+; \quad \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_{x \rightarrow \infty} = 0, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$(1.5) \quad \text{при } r = 0 \quad \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0; \quad \text{при } r = r_3 \quad T_3 = T_\infty;$$

$$(1.6) \quad \text{при } r = r_1 \quad v = 0, \quad T_1 = T_2, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r};$$

$$(1.7) \quad \text{при } r = r_2 \quad v = 0, \quad T_2 = T_3, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r};$$

$$(1.8) \quad \text{при } t = 0 \quad T_1 = T_2 = T_0, \quad T_3 = T_\infty, \quad v = v_0;$$

$$(1.9) \quad -\frac{\partial p}{\partial x} = B + A \sin \omega t, \quad A < B,$$

$$v_0 = Br_1^2 \frac{1}{4\mu} \left[\frac{(r_2/r_1)^2 - 1}{\ln(r_2/r_1)} \ln \frac{r}{r_1} - \frac{r^2}{r_1^2} + 1 \right];$$

$$(1.10) \quad -\frac{\partial p}{\partial x} = A \sin \omega t, \quad v_0 = 0,$$

где v — скорость жидкости; T_i , $i = 1, 2, 3$ — соответственно температуры внутреннего цилиндра, жидкости, стенки; x, r, t — цилиндрические координаты и время; λ_i, a_i , $i = 1, 2, 3$ — коэффициенты тепло- и температуропроводности; ρ, c_p, μ — плотность, удельная теплоемкость и коэф-

коэффициент вязкости жидкости; T_+ — температура на входе; T_∞ — температура среды; ω , A — круговая частота и амплитуда пульсаций.

Уравнения (1.9) отвечают случаю пульсаций с наложением на основной поток, (1.10) — «чистым» пульсациям.

2. Постоянство теплофизических свойств жидкости и стенок канала дает возможность отдельно решать гидродинамическую и тепловую части задачи.

Распределение скорости получено аналитически методом конечных интегральных преобразований по координате r [9] в виде

$$v(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n(r)}{H_n} v_I(\beta_n, t),$$

где $v_I(\beta_n, t) = \exp(-a\beta_n^2 t) \left[f_I(\beta_n) + a \int_0^t e^{a\beta_n^2 t} Q_I(\beta_n, t) dt \right]$; $V_n(r) =$

$$= J_0(\beta_n r) - \frac{J_0(\beta_n r_1)}{N_0(\beta_n r_1)} N_0(\beta_n r); \quad H_n = \|V_n\|^2; \quad \beta_n — \text{корни характеристического уравнения; } J_0(\beta_n r_2) N_0(\beta_n r_1) - J_0(\beta_n r_1) N_0(\beta_n r_2) = 0; \quad f_I(\beta_n), \quad Q_I(\beta_n, t) — \text{известные функции; } J_0, N_0 — \text{функции Бесселя нулевого порядка 1-го и 2-го рода соответственно.}$$

По найденному значению скорости строится решение тепловой задачи:

1. Численное решение основано на схеме расщепления уравнений (1.2) на шесть одномерных, аппроксимации последних неявной двухслойной схемой и решении конечно-разностных уравнений с помощью прогонки [10]. Для простой реализации метода прогонки возникает необходимость в задании некоторых ограничений на T_i при $x = l > d$, где d — эквивалентный диаметр канала, вместо второго из условий (1.4). В процессе счета использовались условия $\partial T_i / \partial x = 0$ либо «мягкие» граничные условия $\partial^2 T_i / \partial x^2 = 0$.

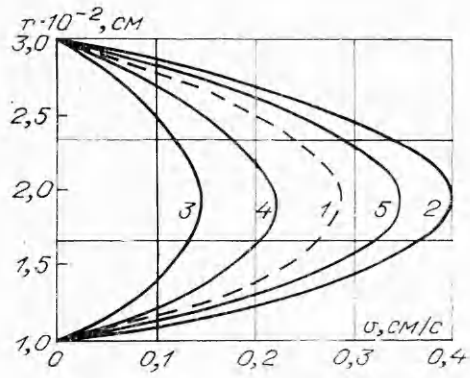
2. Полуаналитическое решение получено с помощью преобразования Лапласа по продольной координате x для видоизмененных уравнений (1.2) с $\lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} \ll \lambda_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_i}{\partial r} \right)$ при отсутствии второго из условий (1.4), аппроксимации полученных уравнений неявной схемой с последующим применением прогонки для решения конечно-разностных уравнений в пространстве изображений. Обратный переход в пространство оригиналов производится методом [11] по формуле

$$\varphi(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(r, t) \sin(2n+1)\theta, \quad \theta = \arccos e^{-\sigma x},$$

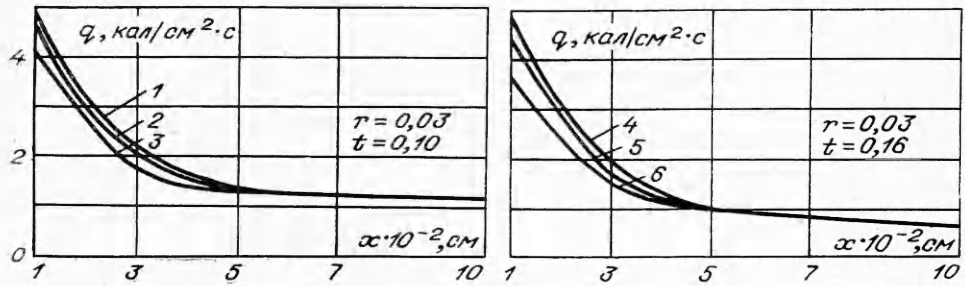
$s = (2n+1)\sigma$ — параметр преобразования.

3. На фиг. 1–5 представлены результаты расчетов для следующих конкретных случаев: жидкость — вода, внутренний цилиндр — сталь; $\alpha = A/B = 0,3–0,7$, $Pr = \nu/a_2 = 12,5$; вариант I: стенка — медь; $T_\infty = 303$ К, $T_+ = T_0 = 273$ К; $Re = \langle v_0 \rangle d/\nu = 0,4$, $Sh = nd/\langle v_0 \rangle = 0,8–16$, $Eu = Bd/\rho \langle v_0 \rangle^2 = 400$, $Br = \mu \langle v_0 \rangle^2 / \lambda_2 (T_\infty - T_+) = 0,0166$; вариант II: стенка — сталь; $T_\infty = 273$ К, $T_+ = T_0 = 303$ К; $Re = 1, 2$, $Sh = 0,034–1,7$, $Eu = 36,4$, $Br = -0,612$ (Re , Pr , Sh , Eu , Br — числа Рейнольдса, Прандтля, Струхала, Эйлера, Бринкмана соответственно).

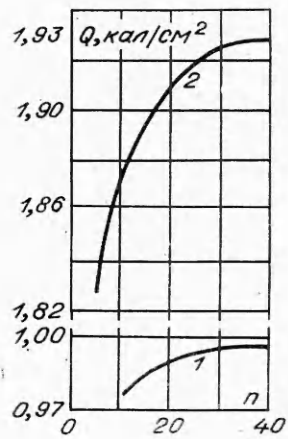
На фиг. 1 приведены профили скорости для случая пульсаций с наложением на основной поток в различные моменты времени для различ-



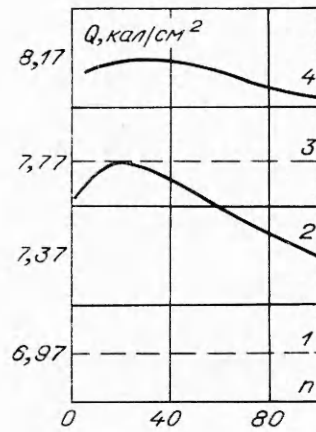
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ных частот при $B = 100$, $A = 50$ ($1 - t = 0$; $2 - t = 0,06$, $n = 20$; $3 - t = 0,09$, $n = 20$; $4 - t = 0,06$, $n = 10$; $5 - t = 0,11$, $n = 10$ (вариант I)). Видно, что при задании возмущающей нагрузки в виде (1.9) характерны колебания скорости возле начального профиля. В случае чистых пульсаций ($B = 0$) возникают сильные возвратные течения.

На фиг. 2 показан тепловой поток на стенке $q = -\lambda \partial T / \partial r|_{r=r_2}$ в зависимости от продольной координаты x в различные моменты времени при $\alpha = 0,5$ ($1 - n = 5$; $2 - n = 0$ (стационарное течение); $3 - n = 20$; $4 - n = 2,5$; $5 - n = 20$; $6 - n = 5$ (вариант I)).

На фиг. 3–5 представлен суммарный тепловой поток $Q = \int_0^{t_*} q|_{r=r_2} dt$ в зависимости от частоты

n и амплитуды A пульсаций (фиг. 3: $x = 0,01$, $\alpha = 0,5$; $1 - i_* = 0,2$; $2 - i_* = 0,4$ (вариант I); фиг. 4: $\alpha = 0,5$, $t_* = 0,4$; $1 - x = 0,05$, $n = 0$; $2 - x = 0,05$; $3 - x = 0,01$, $n = 0$; $4 - x = 0,01$ (вариант II); фиг. 5: $n = 10$; $t_* = 0,1$, $1 - x = 0,05$; $2 - x = 0,01$ (вариант II)).

Мгновенные тепловые потоки в различные моменты времени могут отличаться на десятки процентов для разных частот, существенно превышая значения q для стационарного течения. Эти результаты качественно совпадают с результатами экспериментов [5].

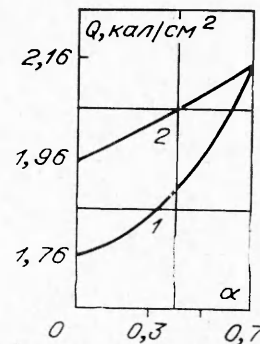
При малых значениях B (слабое влияние диссипации энергии) суммарные тепловые потоки повышаются с ростом частоты как при наложении пульсаций на основной поток, так и для чистых пульсаций, при возрастании частоты темп увеличения суммарного теплосъема замедляется. С увеличением частоты для достаточно больших моментов времени суммарный теплосъем асимптотически приближается к теплосъему при стационарном течении. Следует, однако, заметить, что теплоотдача усиливается незначительно (на 5%).

При увеличении B (вариант II) суммарный теплосъем увеличивается по сравнению с беспульсационным течением более чем на 10% при изменении n и более чем на 20% при изменении A (см. фиг. 4, 5). В рассмотренных в работе условиях максимальный рост теплоотдачи наблюдается в интервале частот $n = 20-30$ 1/с.

Таким образом, в случае пренебрежимо малой диссипации энергии наблюдается незначительная интенсификация теплообмена пульсациями градиента давления. Однако пульсирующие потоки теплоносителей не следует рассматривать как замену стационарных потоков с тем же расходом жидкости. Они самостоятельное гибкое средство управления теплообменом, например, в аппаратах химической технологии (при растворении, сушке и др.), где процессы протекают более интенсивно при наличии пульсаций.

При значительных диссипативных эффектах имеет место существенное увеличение теплосъема по сравнению с беспульсационным течением. Это позволяет использовать в указанном случае пульсирующие потоки для интенсификации процесса теплообмена в каналах.

Авторы выражают благодарность Б. Г. Кузнецову и Б. П. Колобову за обсуждение данной работы.



Фиг. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Bergles A. E. Recent developments in convective heat-transfer augmentation.— «Appl. Mech. Rev.», 1973, vol. 26, N 6, p. 675—682.
2. Mochizuki Sadanari, Hatta Keizo. Теплообмен при пульсирующем течении жидкости в горизонтально расположенной трубе. Ч. 1. Теоретический анализ. «Нихон кикай гаккай ромбунсю, Trans. JSME», 1973, vol. 39, N 318, p. 682—691.
3. Harke J. Wärmeübergang bei pulsierender laminarer Strömung.— «Brennst-Wärme-Kraft», 1974, Bd 26, N 2, S. 55—63.
4. Edwards M. F., Nellist D. A., Wilkinson W. L. Heat-transfer to viscous fluids in pulsating flow in pipes.— «Chem. Engng», 1973, N 279, p. 532—537.
5. Мишаков Ю. Г. Критические тепловые потоки при пульсирующем течении воды в трубах.— «Изв. высш. учеб. заведений. Авиационная техника», 1968, № 2, с. 120—125.
6. Лыков А. В., Перельман Т. Л. О нестационарном теплообмене между телом и обтекающим его потоком жидкости.— В кн.: Тепло- и массообмен тел с окружающей газовой средой. Минск, «Наука и техника», 1965.
7. Кондрашов В. И., Томплов В. Е. Нестационарный теплообмен при ламинарном течении жидкости в каналах.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 7, № 6. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1976.
8. Ким Л. В., Кондрашов В. И. Нестационарный теплообмен в термическом начальном участке плоского канала.— В кн.: Материалы научно-практической конференции «Молодые ученые Томской области в 9-й пятилетке». Томск, изд. Томск. ун-та, 1975.
9. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1948.
10. Годунов С. К., Рябенкий В. С. Разностные схемы. М., «Наука», 1973.
11. Papoulis A. A new method of inversion of the Laplas transform.— «Quarterly of applied mathematics», 1957, vol. 14, N 4, p. 405—414.

УДК 536.421

КИНЕТИКА ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ БИНАРНЫЙ РАСПЛАВ — КРИСТАЛЛ

Т. А. Черепанова
(Рига)

В последнее время проведен ряд исследований механизма роста бинарных кристаллов металлического типа методом статистического моделирования на ЭВМ [1, 2].

Цель данной работы — аналитическое описание кинетики кристаллизации многокомпонентных сплавов.

Рассмотрим решеточную модель двухфазной бинарной системы расплав — кристалл. Симметрия решетки предполагается кубической. В узлах ее расположены атомы сортов α или β , которые могут быть жидкими или твердыми. Ограничимся рассмотрением взаимодействий ближайших соседей, так что взаимодействие частиц в системе характеризуется энергиями связей твердых частиц $\varphi_{11}^{\alpha\alpha}$, $\varphi_{11}^{\alpha\beta}$, $\varphi_{11}^{\beta\beta}$ твердых частиц с жидкими $\varphi_{10}^{\alpha\alpha}$, $\varphi_{10}^{\alpha\beta}$, $\varphi_{10}^{\beta\alpha}$, $\varphi_{10}^{\beta\beta}$ и жидких частиц $\varphi_{00}^{\alpha\alpha}$, $\varphi_{00}^{\alpha\beta}$, $\varphi_{00}^{\beta\alpha}$, $\varphi_{00}^{\beta\beta}$ (индекс 0 означает принадлежность к жидкой фазе, 1 — к твердой). Конфигурацию распределения атомов в системе будем описывать набором параметров $g = \begin{Bmatrix} \eta_j \\ \xi_j \end{Bmatrix}$.

При этом $\eta_j = 1$, если в j -м узле решетки находится твердая частица, и $\eta_j = 0$, если — жидкая; ξ_j определяет сорт частицы в этом узле ($\xi_j =$