

УДК 532.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СПРЕЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ МОМЕНТОВ И СТЕПЕННОГО ЗАКОНА ДЛЯ СКОРОСТИ КАПЛИ

А. А. Маджул, Н. Х. Хамза, Н. М. Джасим*

Университет г. Аль-Кадисия, 58001 Эд-Дивания, Ирак

* Университет г. Аль-Куфа, 54003 Эн-Наджаф, Ирак

E-mails: ahmed.majhool@qu.edu.iq, naseer.hamza@qu.edu.iq, noor.alhasnawi@uokufa.edu.iq

С использованием модели, основанной на учете сил межфазного сопротивления объемов жидкостей, групп капель и отдельных капель, захватываемых воздушным потоком, численно исследован межфазный обмен импульсами в полидисперсном двухфазном потоке. Предложена степенная зависимость между скоростью капли и ее диаметром. Дисперсная фаза моделируется с использованием методики моментов распределения капель по размерам. Уравнения решаются в эйлеровых координатах с использованием метода конечных объемов, фазы учитываются в источниковых членах. Рассматриваемая зависимость точно описывает поведение капель, поскольку в случае капель большого диаметра сопротивление и скорости выше, чем в случае капель меньшего размера. Показано, что результаты, полученные с использованием модели, хорошо согласуются с экспериментальными и численными данными о глубине проникания спрея и среднем радиусе Сотера.

Ключевые слова: моменты распыления, распределение капель по размерам, распределение скоростей капель, межфазная модель сопротивления, моделирование сопротивления.

DOI: 10.15372/PMTF20200107

Введение. Движение капель в дисперсной фазе можно рассматривать как хаотическое движение, которое зависит от сил взаимодействия этих капель с несущей фазой. Движение капель в жидкости описывается с помощью подхода Лагранжа. Коэффициент сопротивления капли влияет на ее ускорение и скорость, а также на изменение положения в зависимости от времени. Распыленные капли являются частью группы в двухфазном течении. Жидкая фаза диспергируется, так как образуется только из капель, воздушная фаза непрерывна. Движение воздуха является турбулентным. Турбулентность играет главную роль в процессе диспергирования капель. В реальном дизельном двигателе дисперсия капель определяет соотношение воздух — топливо.

Для более точного расчета коэффициента сопротивления и ускорения капли в работе [1] использовались эйлеровы координаты. В [2] показано, что силу сопротивления одной капли можно моделировать с помощью коэффициента сопротивления твердой частицы с некоторыми модификациями, учитывающими внутреннюю циркуляцию и деформацию.

В последнее время активно исследуются характеристики распыления топлива, особенно в дизельном двигателе, влияющие на горение и уровень выбросов. В [3] проведено мак-

роскопическое исследование свойств распыления в процессе впрыскивания спрея в камеру постоянного объема и установлено, что поток импульса и глубина проникания спрея прямо пропорциональны давлению впрыска и обратно пропорциональны плотности окружающей среды. Также большое внимание уделяется исследованиям поведения спрея в условиях отсутствия испарения в различных газах в широком диапазоне рабочих температур [4–7]. Глубину проникания спрея и угол распространения облака частиц можно определить для различных условий, при этом температура не должна превышать температуру испарения [8]. В работе [9] рассматривается распространение частиц спрея как динамической системы, в работе [10] используется многофазный метод частиц в ячейке в сочетании с многомасштабной моделью силы сопротивления для минимизации энергии.

Часто модели сопротивления для течений со свободной поверхностью основаны на экспериментальных корреляциях, однако их применимость ограничивается определенными режимами течения. Для того чтобы избежать этих ограничений, в [11] разработана модифицированная модель сопротивления свободной поверхности, основанная на локальном касательном напряжении. В работе [12] представлена новая полуэмпирическая модель для расчета сопротивления систем с моодисперсными частицами, позволяющая получить результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными.

При определении пространственного распределения частиц большую роль играет характер течения несущей фазы [13]. На глубину проникания капель, угол конуса и средний диаметр Сотера также оказывает влияние тип топлива. В [14] показано, что при использовании биодизельного и дизельного топлива наблюдаются наибольшие и наименьшие глубина проникания частиц спрея, угол раствора конуса распыления, отношение R площади поверхности жидкого ядра к площади области распыления соответственно.

В указанных работах скоростное распределение капель и их влияние на другие параметры распыления исследованы недостаточно, поэтому в настоящей работе обобщена модель сопротивления спрея в дизельном двигателе. Предложена новая корреляция, связывающая скорость капли с ее размером и учитывающая поведение спрея при проникании, диспергировании и распределении капель по размерам.

1. Математическая модель. Теория моментов описывает полидисперсную фазу с использованием интегральных характеристик группы капель, чтобы обеспечить замыкание для сил взаимодействия фаз, таких как сопротивление, распад, столкновение и испарение. При этом используется функциональная форма для представления распределения капель по размерам. Предложенная модель сопротивления основана на учете относительной скорости движения капель между дисперсной фазой и окружающим газом (непрерывной фазой). Предполагается, что скорость капель зависит от размера капли и связана с ее диаметром степенным соотношением

$$u(D) = \alpha(D/D_n)^\beta, \quad (1)$$

где D_n — нормирующий диаметр, который можно определить из построенной функциональной формы для представления распределения капель по размерам.

Значение параметра β необходимо определять путем сравнения с экспериментальными данными. Уравнения переноса для различных моментов получены путем умножения предложенного распределения капель по размерам на величину D^k :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty D^k n(D, x, t) dD + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty D^k u(D) n(D, x, t) dD = S_k. \quad (2)$$

Введем моменты числовой функции распределения по размерам $n(D)$:

$$M^{(k)} = \int_0^{\infty} D^k n(D) dD \quad (3)$$

и моменты скоростей переноса

$$u^{(k)} = \frac{1}{M^{(k)}} \int_0^{\infty} D^k u(D) n(D) dD. \quad (4)$$

С учетом уравнений (3), (4) уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u^k M^k) = S_k. \quad (5)$$

С использованием уравнения (1) уравнение (4) можно записать в виде

$$u^{(k)} = \frac{1}{M^{(k)}} \int_0^{\infty} D^k \alpha \left(\frac{D}{D_n} \right)^\beta n(D) dD = \frac{\alpha M^{(k+\beta)}}{D_n^\beta M^k}. \quad (6)$$

Подставляя уравнение (6) в уравнение (5), получаем общие уравнения переноса момента в виде

$$\frac{\partial M^k}{\partial t} + \frac{\alpha}{D_n^\beta} \frac{\partial}{\partial x} M^{(k+\beta)} = S_k, \quad (7)$$

где S_k — источниковый член, описывающий взаимодействие данной группы капель с газовой фазой.

Из уравнений (7) следует, что наличие в этой системе моментов $M^{(k+\beta)}$ требует ее замыкания.

1.1. *Уравнения переноса моментов, основанные на учете объема капли.* Капли полагаются сферическими и объем капли вычисляется по формуле $V = \pi D^3/6$ (D — диаметр капли).

Выражение для числовой функции распределения по размерам, зависящей от объема капли, имеет вид $n_v(V, x, t) = n(D, x, t) dD$. С учетом того что выражение $n_v(V, x, t) dV$ представляет собой количество капель в единице объема в интервале $(V, V + dV)$, можно записать соотношение

$$n_v(V, x, t) = 2n(D, x, t)/(\pi D^2).$$

Согласно (1) скорость капель выражается через их объем:

$$u(v) = \alpha((6V/\pi)^{1/3}/D_0)^\beta.$$

Преобразуя уравнение баланса группы капель с использованием распределения по объему, получаем

$$\frac{\partial n_v(V, x, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u(V) n_v(V, x, t)) = S_v. \quad (8)$$

С учетом (8) уравнения (7) можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{\partial M_v^k}{\partial t} + \frac{\alpha}{D_v^\beta} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{\beta/3} \frac{\partial}{\partial x} M^{(k+\beta/3)} = S_v$$

$(M_v^k = \int_0^\infty V^k n_v(V, x, t) dV)$. В этом случае уравнение импульса записывается в виде

$$\frac{\partial (u_v^k M_v^k)}{\partial t} + \frac{\alpha^2}{D_v^{2\beta}} \left(\frac{6}{\pi}\right)^{2\beta/3} \frac{\partial}{\partial x} (u_v^{(k+\beta/3)} M_v^{(k+\beta/3)}) = S_{u(V)}. \quad (9)$$

1.2. *Гамма-распределение.* Общее числовое гамма-распределение капель по размерам задается формулой

$$n(D, x, t) = M_0 \frac{(k+2)^k}{\Gamma(k)r_{32}} r^{k-1} e^{-(k+2)r/r_{32}},$$

где $\Gamma(k)$ — гамма-функция:

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty x^{k-1} e^{-x} dx,$$

r_{32} — средний радиус Сотера, определяемый из выражения $r_{32} = M_3/M_2$. Для численных расчетов гамма-функцию можно аппроксимировать по формуле

$$\Gamma(k) = \left(\frac{k}{e} \left(k \operatorname{sh} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{810k^6}\right)\right)\right)^{1/2} \left(\frac{2\pi}{k}\right)^{1/2}$$

с погрешностью, не превышающей 1 % для значений $k > 1,0$. Подставляя равенство (3) в (2) и интегрируя его, получаем

$$M_i = \frac{(k+2)M_{i+1}}{(k+i)r_{32}}.$$

Полагая $i = 1$, имеем

$$k = \frac{2M_r - 1}{M_r - 1}.$$

Тогда

$$M_r = \frac{M_2^2}{M_1 M_3}, \quad (10)$$

а M_0 находится из (6) при $i = 0$.

Гамма-распределение определяется для всех $k > 0$. Однако на практике существует ряд ограничений, которые должны быть учтены и которые вытекают из реализованных моделей, таких как модели сопротивления, распада и столкновения.

1.3. *Кумулятивная гамма-функция.* Кумулятивная гамма-функция вычислялась при следующих значениях параметров: $k > 0$, $0 \leq x_c \leq \infty$, распыляющее давление спрея 9,9 МПа, давление внешней среды 1,1 МПа, радиус камеры 0,037 м, осевая длина камеры 0,2 м, скорость инжекции 102 м/с, радиус сопла инжектора 0,00015 м, средний входной радиус Сотера капель 25 мкм, количество ячеек в осевом направлении — 100, количество ячеек в радиальном направлении — 70, угол раствора конуса спрея 10° , параметр гамма-распределения $k = 3,5$, расчетный временной шаг 2 мкс, суммарное машинное время 2 мс. Проведя интегрирование по частям, получаем рекуррентное соотношение

$$\begin{aligned} \Gamma(k, x_c) &= \int_0^{x_c} \frac{1}{\Gamma(k)} x^{k-1} e^{-x} dx = \\ &= -e^{-x_c} \left(\frac{x_c^{k-1}}{\Gamma(k)} + \frac{x_c^{k-2}}{\Gamma(k-1)} + \dots + \frac{x_c^{k-m}}{\Gamma(k-m+1)} \right) + \Gamma_c(k-m, x_c). \end{aligned} \quad (11)$$

Процесс рекурсии прекращается при $1 \leq k - m \leq 2$, так как значения Γ_c варьируются в меньшем диапазоне, чем для значений $k - m$ из любого другого единичного диапазона.

1.4. *Скорость полидисперсной фазы.* Значения параметров α, β можно определить из уравнения

$$M^k u^k = \int_0^\infty n(D) D^k \alpha \left(\frac{D}{D_n} \right)^\beta dD = \alpha M^{k+\beta}. \quad (12)$$

Используя уравнение (10) для гамма-распределения, нетрудно доказать тождество

$$M_{k_0} = M_0 \frac{\Gamma(k + k_0)}{\Gamma(k)} \left(\frac{r_{32}}{k + 2} \right)^{k_0}. \quad (13)$$

Таким образом, имеем

$$\alpha_i = u^k \frac{\Gamma(k + i)}{\Gamma(k + i + \beta)} \left(\frac{k + 2}{r_{32}} \right)^\beta.$$

Полагая $k = 2$ в уравнении (11) и используя уравнения (12), (13), находим

$$\beta = (k + 2)(u_r - 1), \quad u_r = u^{(3)}/u^{(2)}.$$

Значение β должно находиться в относительно небольшом диапазоне, в противном случае диапазон скоростей движения капель может быть значительно больше диапазона фактического разброса. Следовательно, необходимо выбрать соответствующее предельное значение β .

1.5. *Модель межфазного сопротивления.* Рассматриваемая модель сопротивления, учитывающая влияние турбулентных вихрей, возмущающих траекторию движения капель, основана на модели случайного блуждания [15]. В модели также учитываются пересечение траекторий и турбулентная дисперсия. В настоящей работе зависящая от радиуса производная Лагранжа задается формулой

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{3\rho|u_{rel}|}{8\rho_l r} C_d u_{rel}, \quad u_{rel} = V_g + \alpha \left(\frac{D}{D_n} \right)^\beta.$$

Коэффициент сопротивления задается соотношениями [16] для твердой сферы

$$C_d = \begin{cases} 4,093, & \text{Re}_d \leq 10, \\ 24 \text{Re}_d^{-1} + 3,48 \text{Re}_d^{-0,313}, & 10 < \text{Re}_d \leq 1000, \\ 0,424, & \text{Re}_d > 1000, \end{cases}$$

число Рейнольдса — формулой

$$\text{Re}_d = 2\rho_g |u_{rel}| r / \mu_g,$$

критический радиус r_{cr} — формулой

$$r_{cr} = \left(500 \frac{\mu_g}{\rho_g |\alpha_3|} \right)^{1/(1+\beta)}; \quad u_{rel} = \alpha (D/D_n)^\beta = \alpha r^\beta. \quad (14)$$

Приближение (14) необходимо для того, чтобы получить источниковый член силы сопротивления для уравнения сохранения импульса (9) (четвертый момент сохранения импульса распыления). Суммарные изменения составляющих импульса жидкости i в единице объема задаются формулой

$$S_{u_i} = \int_0^\infty n(r) r^i \frac{Du_i}{Dt} dr. \quad (15)$$

Интегрируя уравнение (15) по диаметру, получаем

$$S_{u_i} = 9 \frac{\rho_g}{\rho_l} \left\{ \int_0^{r_{cr}} n(r) r^{i-1} |\alpha_i| \alpha_i r^{2\beta} \left[\frac{\mu_g}{2\rho_g |\alpha_i| r^{1+\beta}} + 0,145 \left(\frac{\mu_g}{2\rho_g |\alpha_i| r^{1+\beta}} \right)^{0,313} \right] dr + \right. \\ \left. + 0,0177 \int_0^{r_{cr}} n(r) r^{i-1} |\alpha_i| \alpha_i r^{2\beta} dr \right\},$$

$$S_{u_i} = 4,5 \frac{\rho_g}{\rho_l} \alpha_i M_{i-2+\beta, r_{cr}} + \frac{1,305}{\rho_l} \left(\frac{\mu_g}{2} \right)^{0,313} (\rho_g |\alpha_i|)^{0,687} \alpha_i M_{i-1,313+1,687\beta, r_{cr}} + \\ + 0,159 \frac{\rho_g}{\rho_l} |\alpha_i| \alpha_i M_{i-1+2\beta, \infty}.$$

2. Результаты исследования и их обсуждение. Для построения расчетной сетки используется программный комплекс GAMBIT. Процесс распыления моделируется на неструктурированной сетке, представленной на рис. 1. В таблице приведены характеристики различных вариантов сетки. На рис. 2 показана зависимость глубины проникания спрея от времени для пяти различных сеток, а также экспериментальные данные [17].

При $t \leq 0,5$ мс результаты расчетов очень близки. Только результаты, полученные для очень мелкой сетки (вариант 5), существенно отличаются от результатов, полученных в экспериментальной работе [17]. На остальных сетках значения глубины проникания спрея несколько завышены. При увеличении числа контрольных объемов происходит увеличение скорости передачи импульса капель и, следовательно, увеличивается глубина проникания спрея. При $t > 0,5$ мс результаты расчетов для различных вариантов сетки также близки, за исключением варианта 5. Оптимальным вариантом является вариант

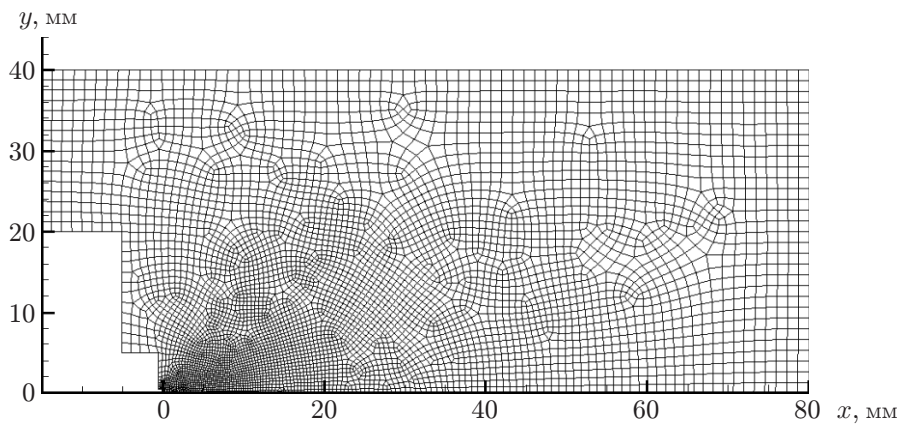


Рис. 1. Расчетная область

Характеристики сеток

Номер варианта	Количество объемов	Количество граней	Количество вершин	Количество ячеек инъекции
1	1906	3901	1996	5
2	1925	3039	2015	5
3	2011	4111	2101	5
4	2301	4317	2318	5
5	7799	15787	7989	5

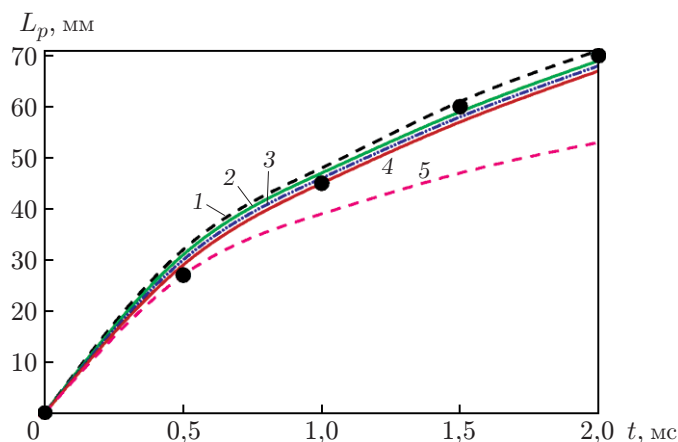


Рис. 2. Зависимость глубины проникания спрея от времени для различных вариантов сеток:

1 — вариант 1, 2 — вариант 2, 3 — вариант 3, 4 — вариант 4, 5 — вариант 5; линии — расчет, точки — эксперимент [17]

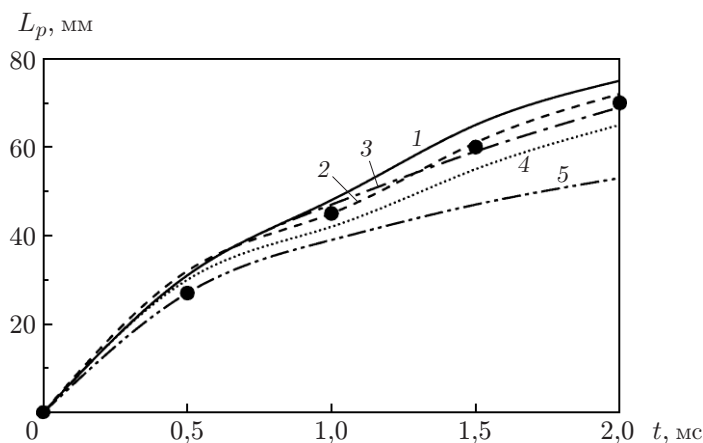


Рис. 3. Зависимость глубины проникания спрея от времени при различных значениях показателя степени β :

1 — $\beta = 0,2$, 2 — $\beta = 0,4$, 3 — $\beta = 0,5$, 4 — $\beta = 0,6$, 5 — $\beta = 0,8$; линии — расчет, точки — эксперимент [17]

сетки 2, который дает наименьшее отклонение (приблизительно 1 %) к моменту окончания процесса инъекции.

На рис. 3 приведена зависимость глубины проникания спрея от времени при различных значениях показателя степени β . Видно, что на начальном этапе, который длится $0 \div 0,5$ мс, происходит вовлечение воздуха, как и предполагалось в работе [18]. Это обусловлено тем, что область проникания спрея на начальной стадии процесса находится вблизи инжектора и представляет собой объем жидкости. Поэтому все процессы диспергирования связаны с процессом вовлечения воздуха. При $t \leq 0,25$ мс результаты расчетов по всем моделям близки вследствие высокой скорости впрыска. При $0,25 \text{ мс} < t \leq 0,50$ мс результаты, полученные по модели при $\beta = 0,8$, хорошо согласуются с экспериментальными данными вследствие более точного вычисления относительной скорости. При $\beta = 0,2; 0,4; 0,5; 0,6$ значения несколько завышены. Это может быть обусловлено малыми случайными числами, которые выбираются произвольно компьютерной программой. При $t > 0,5$ мс

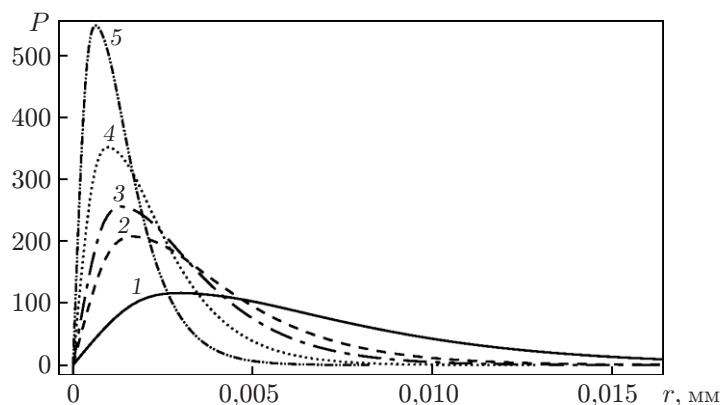


Рис. 4. Расчетная зависимость плотности вероятности от радиуса капли при различных значениях показателя степени β :

1 — $\beta = 0,2$, 2 — $\beta = 0,4$, 3 — $\beta = 0,5$, 4 — $\beta = 0,6$, 5 — $\beta = 0,8$

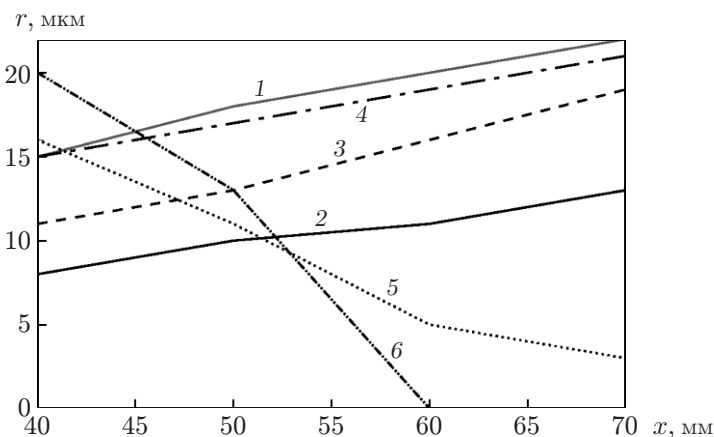


Рис. 5. Распределения среднего радиуса Сотера капли по оси x , полученные в работе [1] (1) и настоящей работе при различных значениях показателя степени β (2–6):

2 — $\beta = 0,2$, 3 — $\beta = 0,4$, 4 — $\beta = 0,5$, 5 — $\beta = 0,6$, 6 — $\beta = 0,8$

большую роль играет турбулентность. Результаты, полученные при $\beta = 0,5$, также хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Одним из основных результатов расчета по модели межфазного сопротивления является распределение по размерам капель. На рис. 4 показано распределение капель по размерам после выхода спрея из сопла при постоянных условиях течения. При $\beta = 0,2$; $0,8$ метод гамма-распределения плохо работает при восстановлении распределения. Это означает, что распределение капель по размерам в спрее в соответствии с межфазными силами сопротивления, учитываемыми в модели распыления, существенно зависит от выражения для источникового члена уравнений переноса импульса. Значения источникового члена сопротивления увеличиваются вниз по потоку от спрея. Затем пик перемещается в область капель меньшего размера. В соответствии с предложенным методом структура моментов распыления используется для точного построения функции распределения плотности вероятности. На каждом временном шаге субмодели распыления (источниковые члены) модифицируются с учетом сил сопротивления, распада и столкновения при появлении новых капель распыла.

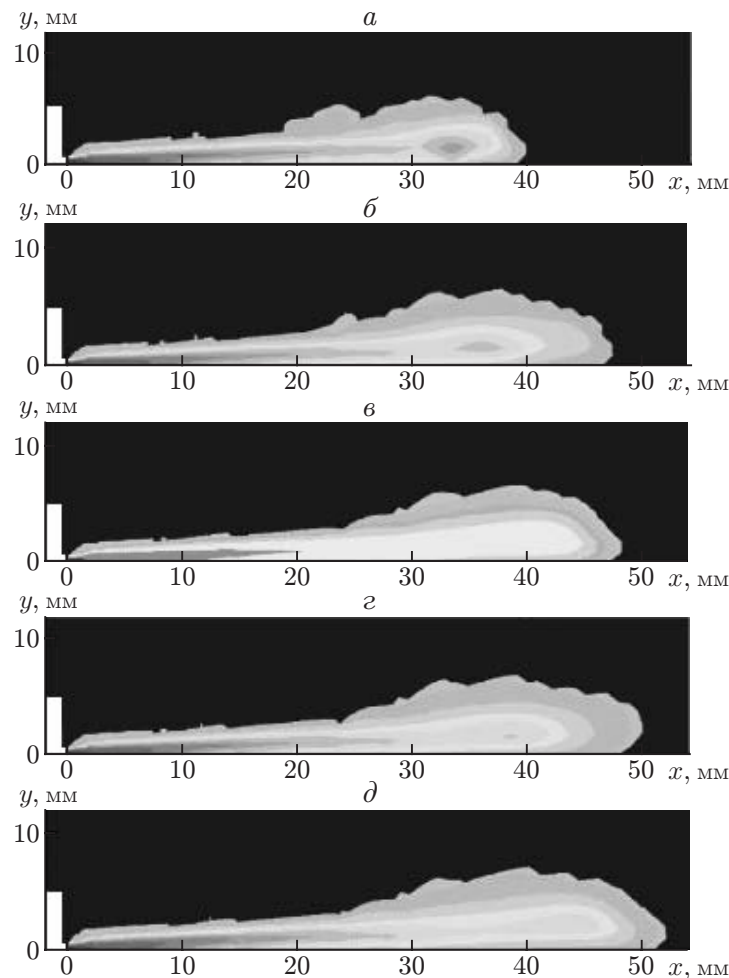


Рис. 6. Поле объемной доли распыляемой жидкости в момент времени $t = 1,25$ мс для различных значений показателя степени β :
 a — $\beta = 0,2$, $б$ — $\beta = 0,4$, $в$ — $\beta = 0,5$, $г$ — $\beta = 0,6$, $д$ — $\beta = 0,8$

На рис. 5 приведены распределения среднего радиуса Сотера капель по оси x , полученные в работе [1] и в настоящей работе при различных значениях β . Результаты представлены для сечения, расположенного на расстоянии 40 мм от среза сопла. Видно, что при $\beta = 0,5$ результаты расчета по модели хорошо согласуются с данными [1], а при $\beta = 0,6; 0,8$ существенно различаются. Средний радиус Сотера вниз по потоку от инжектора уменьшается при уменьшении размеров капель вследствие увеличения относительной скорости и показателя степени β .

На рис. 6 показано поле объемной доли распыляемой жидкости в момент времени $t = 1,25$ мс. Концентрация жидкости увеличивается в ядре спрея, что обусловлено высоким давлением впрыска. Вследствие наличия области низкой рециркуляции вниз по потоку спрей в основном распространяется в направлении ядра. Ниже по потоку воздух, вовлеченный спреем, препятствует этим движениям к внешнему краю спрея, вследствие чего глубина проникания спрея уменьшается. Кроме того, полученные результаты показывают, что при увеличении β объем жидкости увеличивается вдоль оси x вследствие увеличения скорости распыления. Средний радиус Сотера рассчитывается по объемной доле распыления (M_3) и площади поверхности распыления (M_2), введенным при моделировании моментов распыления. Поскольку $r_{32} = M_3/M_2$, при увеличении показателя степени

($\beta = 0,6; 0,8$) источниковый член уравнения переноса площади поверхности увеличивается за счет увеличения относительной скорости. Поэтому знаменатель больше числителя, что приводит к уменьшению среднего значения радиуса Сотера.

3. Выводы. Обобщена модель сопротивления спрея, учитывающая его поведение при проникании и дисперсии. Показано, что при использовании степенной модели и малом показателе степени $\beta = 0,2$ производится больше дисперсии и результаты приближаются к результатам при $\beta = 0$. Кроме того, модели со степенным законом налагают меньше ограничений на форму струи спрея. Вообще говоря, выбор модели зависит от конкретной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Beck J., Watkins A.** On the development of a spray model based on drop-size moments // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Engng Sci. 2003. V. 459. P. 1365–1394.
2. **Moin P., Apte S. V.** Large-eddy simulation of realistic gas turbine combustors // AIAA J. 2006. V. 44, N 4. P. 698–708.
3. **Mohan B., Yang W., Tay K. L., Yu W.** Macroscopic spray characterization under high ambient density conditions // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2014. V. 59. P. 109–117.
4. **Champagne V. K., Helfrich D. J., Dinavahi S. P. G., Leyman P. F.** Theoretical and experimental particle velocity in cold spray // J. Thermal Spray Technol. 2011. V. 20, N 3. P. 425–431.
5. **Karimi M., Fartai A., Rankin G., et al.** Numerical simulation of the cold gas dynamic spray process // J. Thermal Spray Technol. 2006. V. 15, N 4. P. 518–523.
6. **Katanoda H., Fukuhara M., Iino N.** Numerical study of combination parameters for particle impact velocity and temperature in cold spray // J. Thermal Spray Technol. 2007. V. 16, N 5/6. P. 627–633.
7. **Samareh B., Stiek O., Lüthen V., Dolatabadi A.** Assessment of CFD modeling via flow visualization in cold spray process // J. Thermal Spray Technol. 2009. V. 18, N 5/6. P. 934–943.
8. **Payri F., Payri R., Bardi M., Garreres M.** Engine combustion network: influence of the gas properties on the spray penetration and spreading angle // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2014. V. 53. P. 236–243.
9. **Amoresano A., Allouis C., Di Santo M., Fodice P., et al.** Experimental characterization of a press pure swirl spray by analyzing the half cone angle fluctuation // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2018. V. 94. P. 122–133.
10. **Li F., Li J., Song F., et al.** MP-PIC simulation of CFB riser with EMMS-based drag model // Chem. Engng Sci. 2012. V. 82. P. 104–113.
11. **Porombka P., Höhne T.** Drag and turbulence modelling for free surface flows within the two-fluid Euler — Euler framework // Chem. Engng Sci. 2015. V. 134. P. 348–359.
12. **Cello F., Di Renzo A., Di Maio F. P.** A semi-empirical model for the drag force and fluid-particle interaction in polydisperse suspensions // Chem. Engng Sci. 2010. V. 65, N 10. P. 3128–3139.
13. **Lacour S., Raoult F., Tinet C., Fournaison L., et al.** A modal analysis of the size distribution for an hollow-cone spray in cross-flow // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2019. V. 104. P. 164–174.
14. **Li F., Fu V., Yi B., et al.** Comparison of macroscopic spray characteristics between biodiesel-pentanol blends and diesel // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2018. V. 98. P. 523–533.

15. **Gosman A., Loannides E.** Aspects of computer simulation of liquid-fueled combustors // J. Energy. 1983. V. 7, N 6. P. 482–490.
16. **Wallis G. B., Makkenchery S.** The hanging film phenomenon in vertical annular two-phase flow // J. Fluids Engng. 1974. V. 96, N 3. P. 297–298.
17. **Hiroyasu H., Kadota T.** Fuel droplet size distribution in diesel combustion chamber // Bull. JSME. 1976. V. 19. P. 1064–1072.
18. **Sazhin S., Feng G., Heikal M.** A model for fuel spray penetration // Fuel. 2001. V. 80. P. 2171–2180.

*Поступила в редакцию 29/IV 2019 г.,
после доработки — 25/VII 2019 г.
Принята к публикации 26/VIII 2019 г.*
