

УДК 532.529

**ДЕТОНАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ  
В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ  
УНИТАРНОГО ТОПЛИВА С НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИЕЙ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ПО РАЗМЕРАМ**

*А. И. Ивандаев, А. Г. Кутушев, С. П. Родионов*

*Институт механики многофазных систем СО РАН,  
625000 Тюмень*

Теоретические исследования по волновой динамике полидисперсных газовзвесей, по-видимому, впервые были проведены в [1], где получены интегродифференциальные уравнения стационарного движения реагирующей бесстолкновительной смеси газообразного окислителя и распыленного жидкого топлива с непрерывной функцией распределения капель по их размерам и скоростям. Однако конкретные численные расчеты структуры детонационной волны в газокapельной среде выполнены в [1] с использованием функции распределения, предполагающей конечное число фракций жидких частиц. Позднее в рамках такого (многофракционного) описания бесстолкновительной дисперсной смеси (см., например, [2, 3]) численно изучены закономерности распространения детонационных волн в полидисперсных распылах капель горючего.

В [4] для расчета взаимодействия ударной волны с бидисперсным облаком запыленного газа использована система интегродифференциальных уравнений нестационарного движения многофракционной инертной столкновительной газовзвеси с функцией распределения по скоростям частиц. В [5] теоретически изучены весьма слабые ударные волны в облаке полидисперсной инертной бесстолкновительной газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по размерам. Обобщение уравнений нестационарного движения полидисперсной газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по размерам в линейном (акустическом) приближении на случай фазовых превращений в парокapельных средах проведено в [6]. Горение смесей газообразного окислителя с металлическими включениями в химическом реакторе исследовано в [7] в рамках уравнений полидисперсной реагирующей газовзвеси с непрерывной функцией распределения частиц по их текущим размерам.

В [8] развита модель движения полидисперсной инертной столкновительной газовзвеси с непрерывным спектром размеров частиц и показана адекватность предложенной системы интегродифференциальных уравнений для описания реальных ударно-волновых процессов в запыленных газах, что подтверждается удовлетворительным согласованием расчетных и экспериментальных данных. В настоящей работе осуществлено дальнейшее развитие модели [8] на случай реагирующей столкновительной газовзвеси унитарного топлива с непрерывной функцией распределения частиц по их начальным размерам.

**1. Основные допущения и уравнения.** Пусть имеется полидисперсная газовзвесь унитарного топлива с непрерывным по размерам спектром частиц. Для описания движения такой смеси используются обычные в механике сплошных дисперсных сред допущения [8, 9]: характерные размеры частиц и расстояния между ними значительно меньше характерного масштаба изменения макроскопических параметров течения; эффекты

вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазового взаимодействия; смесь разреженная, а частицы сферические; отсутствуют процессы дробления и слипания частиц при их столкновениях друг с другом; столкновения полидисперсных частиц абсолютно упругие; энергия хаотического движения полидисперсных частиц много меньше энергии их поступательного движения; влияние нестационарных сил Бассэ, Архимеда и присоединенных масс на параметры движения пренебрежимо мало; в невозмущенном состоянии полидисперсная газовзвесь пространственно однородна по своему дисперсному составу.

Дополнительно, согласно [10, 11], принимаются следующие предположения относительно механизма воспламенения и горения частиц унитарного топлива: воспламенение частиц происходит при их разогреве до температуры разложения (газификации), при этом распределение температуры внутри частиц однородно; при горении частиц протекает простейшая химическая реакция типа  $C \rightarrow G$ , где  $C$  и  $G$  — химические символы конденсированного унитарного топлива и газообразных продуктов его сгорания; температура горящих частиц не изменяется, т. е. все тепло, поступающее к их поверхности, идет на газификацию топлива; газовая фаза состоит из двух компонентов: инертного газа и продуктов сгорания частиц унитарного топлива.

В процессе протекания фазовых превращений радиус частиц становится величиной переменной. В связи с этим в качестве индекса фракции частиц, согласно [6, 12], можно выбрать начальный радиус  $\hat{a}$  или текущий  $a$ , которые можно трактовать соответственно как лагранжеву и эйлерову координаты данной фракции в пространстве размеров частиц. Так как между радиусами  $a$  и  $\hat{a}$  имеется однозначная зависимость

$$a = a(\hat{a}, x, t), \quad (1.1)$$

то частицы в пространственно-временной точке  $(x, t)$ , которые в момент  $t = 0$  имели радиус в интервале  $[\hat{a}, \hat{a} + d\hat{a}]$ , будут иметь радиус в интервале  $[a, a + da]$ , т. е. справедливо равенство

$$d\tilde{n} = \tilde{N}(a, x, t) da = d\hat{n} = \hat{N}(\hat{a}, x, t) d\hat{a}. \quad (1.2)$$

Здесь  $d\tilde{n}$  и  $\tilde{N}(a, x, t)$  — соответственно число частиц в единице объема смеси, текущий радиус которых лежит в интервале от  $a$  до  $a + da$ , и функция распределения частиц по их текущим размерам;  $d\hat{n}$  — числовая плотность частиц, имеющих начальные радиусы в интервале от  $\hat{a}$  до  $\hat{a} + d\hat{a}$ ;  $\hat{N}(\hat{a}, x, t)$  — функция распределения частиц по их начальным размерам.

Полное число частиц всех размеров в единице объема смеси

$$n = \int_{\hat{a}_{\min}}^{\hat{a}_{\max}} \hat{N}(\hat{a}, x, t) d\hat{a} = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} \tilde{N}(a, x, t) da$$

( $\hat{a}_{\min}$  и  $\hat{a}_{\max}$  — минимальный и максимальный начальные радиусы частиц,  $a_{\min}$  и  $a_{\max}$  — аналогичные текущие радиусы частиц).

Из (1.2) следует, что функции  $\tilde{N}$  и  $\hat{N}$  связаны простым соотношением

$$\tilde{N} = \hat{N} I^{-1} \quad \left( I = \frac{\partial u(\hat{a}, x, t)}{\partial \hat{a}} \Big|_{x, t} \right) \quad (1.3)$$

( $I$  — якобиан перехода от лагранжевых переменных  $\hat{a}$  к эйлеровым переменным  $a$ ). Зависимость (1.1) выражает собой «закон движения» частицы в пространстве размеров. В частности, когда радиусы частиц постоянны ( $a = \hat{a}$ ), тогда  $I = 1$  и функции  $\tilde{N}$  и  $\hat{N}$ , согласно (1.3), тождественно

совпадают ( $\tilde{N} \equiv \hat{N}$ ). В общем случае функции  $\tilde{N}$  и  $\hat{N}$  различаются. Описание движения полидисперсной газозвеси с использованием функций  $\tilde{N}$  и  $\hat{N}$  эквивалентно, однако уравнения движения фаз будут иметь при этом различный вид. Продемонстрировать такое различие можно на примере уравнения сохранения числа частиц.

Для фракции частиц, начальный радиус которых лежит в интервале от  $\hat{a}$  до  $\hat{a} + d\hat{a}$ , при условии, что число этих частиц  $d\hat{n}$  достаточно велико для того, чтобы их движение можно было описывать как сплошную среду, уравнение сохранения числа частиц записывается в виде

$$\frac{\partial (d\hat{n})}{\partial t} + \frac{\partial (d\hat{n})\tilde{v}_2}{\partial x} = 0 \quad (\tilde{v}_2 = \tilde{v}_2(a, x, t)), \quad (1.4)$$

где  $\tilde{v}_2$  — среднемассовая скорость частиц радиуса  $a$ . Подставляя соотношение (1.3) в (1.4), имеем

$$\left. \frac{\partial \hat{N} d\hat{a}}{\partial t} \right|_{\hat{a}, x} + \left. \frac{\partial \hat{N} \tilde{v}_2 d\hat{a}}{\partial x} \right|_{\hat{a}, t} = 0.$$

Ввиду независимости величины  $d\hat{a}$  от переменных  $x$  и  $t$  ее можно вынести из-под знака дифференцирования. В результате получим уравнение, представляющее собой закон сохранения числа частиц полидисперсной реагирующей газозвеси:

$$\frac{\partial \hat{N}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{N} \tilde{v}_2}{\partial x} = 0. \quad (1.5)$$

В эйлеровых переменных  $a$  закон сохранения числа частиц примет вид [7]

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{N} \tilde{v}_2}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{N} \tilde{v}_a}{\partial a} = 0 \quad (\tilde{v}_a = \frac{d_2 a}{dt} = \frac{\partial a}{\partial t} + \tilde{v}_2 \frac{\partial a}{\partial x}) \quad (1.6)$$

( $\tilde{v}_a$  — линейная скорость изменения радиуса частицы).

Уравнение сохранения числа частиц (1.5), записанное в лагранжевых переменных  $\hat{a}$ , проще для численного решения, чем аналогичное уравнение (1.6). В этой связи в дальнейшем используется лишь переменная  $\hat{a}$ .

В рамках приведенных выше основных допущений система уравнений плоскоодномерного нестационарного движения полидисперсной газозвеси унитарного топлива с непрерывной функцией распределения частиц по их начальным размерам имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{1k}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{1k} v_1}{\partial x} &= (k-1) J \quad (k=1, 2, \quad \rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12}), \\ \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= -F, \quad \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}_2}{\partial x} = -\tilde{N} \tilde{j}, \quad \frac{\partial \hat{N}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{N} \tilde{v}_2}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}_2}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}_2^2}{\partial x} &= \hat{N} (\tilde{f} + \tilde{f}^{(c)}), \quad \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{e}_2}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}_2 \tilde{e}_2}{\partial x} = \hat{N} (\tilde{q} - \tilde{j} \tilde{e}_2), \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + E_p) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 E_1 v_1 + E_{pv} + p(\alpha_1 v_1 + \alpha_v)) &= 0, \\ F = \int_{\Delta} \hat{N} \tilde{f} da \quad \left( \int_{\Delta} \hat{N} \tilde{f}^{(c)} d\hat{a} = 0 \right), \quad J = \int_{\Delta} \hat{N} \tilde{j} d\hat{a}, \quad \rho_2 = \int_{\Delta} \tilde{\rho} d\hat{a}, \\ E_p = \int_{\Delta} \tilde{\rho} \tilde{E}_2 d\hat{a}, \quad E_{pv} = \int_{\Delta} \tilde{\rho} \tilde{E}_2 \tilde{v}_2 d\hat{a}, \quad \alpha_v = \int_{\Delta} \frac{\tilde{\rho}}{\rho_2^0} \tilde{v}_2 d\hat{a}, \quad \int_{\Delta} \equiv \int_{\hat{a}_{\min}}^{\hat{a}_{\max}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{1k} &= \rho_{1k}^0 \alpha_1, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad (i, k = 1, 2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \\ \bar{\rho} &= \bar{m}_2 \bar{N}(\bar{a}, x, t), \quad E_1 = e_1 + 0,5 v_1^2, \quad \bar{E}_2 = \bar{e}_2 + 0,5 \bar{v}_2^2, \\ \bar{f} &= \bar{f}_\mu - \bar{j} \bar{v}_2, \quad \bar{m}_2 = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_2^0, \quad a = a(\bar{a}, x, t). \end{aligned}$$

Здесь представлены законы сохранения масс инертного газа ( $k = 1$ ) и газообразных продуктов химической реакции ( $k = 2$ ), сохранения импульса газовой фазы в целом, сохранения массы, числовой плотности и импульса отдельно взятой фракции частиц, а также уравнение притока тепла к частицам одной фракции и закон сохранения полной энергии всей смеси; индексом 1 внизу отмечены параметры газовой фазы, 2 — параметры дисперсной фазы в целом, а знаком тильда вверх — параметры фракции частиц с радиусом  $a = a(\bar{a}, x, t)$ ;  $\rho, \rho^0, \alpha, v, e, E$  — соответственно средняя и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость, удельные внутренняя и полная энергии компонентов газа или газовой смеси, а также фракций частиц или дисперсной фазы в целом;  $p$  — давление газовой смеси;  $F$  и  $J$  — интенсивности силового взаимодействия и массообмена между газовой и в целом дисперсной фазами в единице объема смеси;  $\bar{f}_\mu$  — сила аэродинамического воздействия на отдельную частицу радиуса  $a$  со стороны газовой фазы;  $\bar{f}^{(c)}$  — сила, действующая на частицу радиуса  $a$  вследствие столкновений с частицами других размеров;  $\bar{m}_2$  — масса частицы радиуса  $a$ ;  $\bar{q}$  и  $\bar{j}$  — интенсивности теплообмена и массообмена отдельной частицы радиуса  $a$  с газовой фазой;  $E_p$  — полная энергия дисперсной фазы в единице объема смеси;  $E_{pv}$  — поток полной энергии частиц всех размеров через единичную площадку в единицу времени;  $\alpha_v$  — среднеобъемная скорость дисперсных частиц.

В качестве уравнений состояния газовых компонентов принимаются уравнения состояния идеального калорически совершенного газа. Для несущей газовой фазы в целом считается справедливым условие аддитивности внутренней энергии смеси по массам ее составляющих и, кроме того, полагается справедливым закон Дальтона [12]:

$$\begin{aligned} p_{1k} &= \rho_{1k}^0 R_{1k} T_1, \quad e_{1k} = c_{1k}(T_1 - T_0) + e_{1k}^0 \quad (k = 1, 2), \\ p &= \sum_{k=1}^2 p_{1k}, \quad e_1^0 = \sum_{k=1}^2 x_{1k} e_{1k}^0, \quad c_1 = \sum_{k=1}^2 x_{1k} c_{1k}, \\ e_1 &= c_1(T_1 - T_0) + e_1^0, \quad x_{1k} = \frac{\rho_{1k}}{\rho_1} \quad (R_{1k}, c_{1k}, e_{1k}^0, T_0 = \text{const}). \end{aligned}$$

Здесь и далее  $p_{1k}, R_{1k}, c_{1k}, e_{1k}$  — парциальное давление, газовая постоянная, удельная теплоемкость при постоянном объеме, удельная внутренняя энергия  $k$ -го газового компонента;  $c_1$  и  $e_1^0$  — удельная теплоемкость газа в целом при постоянном объеме и внутренняя энергия газовой смеси при температуре  $T_0$ ;  $T_1$  — текущая температура газа.

Для несжимаемых частиц унитарного топлива принимаются уравнения состояния [12]:

$$\rho_2^0 = \text{const}, \quad \bar{e}_2 = c_2(T_2 - T_0) + e_2^0 \quad (e_2^0, c_2 \equiv \text{const}),$$

где  $c_2$  и  $\bar{T}_2$  — удельная теплоемкость и температура частиц радиуса  $a$ ;  $e_2$  и  $e_2^0$  — удельные внутренние энергии частиц при температурах  $\bar{T}_2$  и  $T_0$ .

Постоянная  $e_{11}^0$  для инертной составляющей газовой смеси может быть произвольной, а константы  $e_{12}^0$  и  $e_2^0$  для реагирующих составляющих дисперсной среды должны удовлетворять следующему условию нормировки [12]:

$$e_2^0 - e_{12}^0 = Q^0 - \left( \frac{p_0}{\rho_2^0} - \frac{p_{120}}{\rho_{120}^0} \right).$$

Здесь  $Q^0$  — теплотворная способность унитарного топлива;  $p_{120}$  и  $\rho_{120}^0$  — парциальное давление и истинная плотность газообразных продуктов горения, входящих в состав газовой фазы, находящейся при температуре  $T_0$  и давлении  $p_0$ .

Выражения для сил вязкого трения  $\tilde{f}_\mu$  и столкновений между полидисперсными частицами  $\tilde{f}^{(c)}$  записываются в виде [8]

$$\begin{aligned} \tilde{f}_\mu &= \frac{1}{2} \pi a^2 \tilde{C}_d \rho_1^0 |v_1 - \tilde{v}_2| (v_1 - \tilde{v}_2), \\ \tilde{f}^{(c)} &= \frac{8}{3} \pi^2 \rho_2^0 \int_{\Delta} \alpha^F f(a, a_1) \tilde{N}(\tilde{a}_1, x, t) |\tilde{w}| \tilde{w} d\tilde{a}_1, \\ \tilde{C}_d &= \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}} + 0,4, \quad \tilde{\text{Re}} = \frac{2 a \rho_1^0 |v_1 - \tilde{v}_2|}{\mu_1}, \\ f(a, a_1) &= \frac{(a a_1)^3 (a + a_1)^2}{(a^3 + a_1^3)}, \quad \mu_1 = x_{11} \mu_{11} + x_{12} \mu_{12}, \\ \tilde{w} &= \tilde{v}_2(a, x, t) - \tilde{v}_2(a_1, x, t), \quad a_1 = a_1(\tilde{a}_1, x, t), \end{aligned}$$

где  $\tilde{C}_d$  и  $\tilde{\text{Re}}$  — коэффициент аэродинамического сопротивления и число Рейнольдса одиночной сферической частицы, движущейся в газовом потоке;  $\mu_{1k}$  ( $k = 1, 2$ ) и  $\mu_1$  — динамические вязкости  $k$ -го компонента газовой смеси и несущей фазы в целом;  $\alpha^{(F)}$  — коэффициент, учитывающий долю импульса, перешедшего в среднем от частицы радиуса  $a$  к частице радиуса  $a_1$  при одном столкновении. Согласно рекомендации [9], основанной на экстраполяции экспериментальных данных [13], для относительных скоростей сталкивающихся частиц  $|\tilde{w}| \sim 10$  и  $\sim 100$  м/с величина  $\alpha^{(F)} \sim 0,1$  и  $0,01$  соответственно.

Выражения для интенсивностей контактного теплообмена и межфазного массообмена имеют вид [12]

$$\tilde{q} = 2\pi \tilde{\text{Nu}} \lambda_1 (T_1 - \tilde{T}_2) H(-\tilde{j}), \quad \tilde{j} = 4\pi a^2 \rho_2^0 v_S \left( \frac{p}{p_S} \right)^\varphi H(T_2 - T_S),$$

$$\tilde{\text{Nu}} = 2 + 0,6 \tilde{\text{Re}}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}, \quad \text{Pr} = \frac{c_{p1} \mu_1}{\lambda_1},$$

$$\lambda_1 = \sum_{k=1}^2 x_{1k} \lambda_{1k}, \quad c_{p1} = \sum_{k=1}^2 x_{1k} c_{p1k} \quad (T_S, v_S, \varphi, p_S \equiv \text{const}).$$

Здесь  $\tilde{\text{Nu}}$  и  $\text{Pr}$  — числа Нуссельта и Прандтля;  $c_{p1k}$ ,  $\lambda_{1k}$  и  $c_{p1}$ ,  $\lambda_1$  — удельные теплоемкости при постоянном давлении и коэффициенты теплопроводности компонентов газа и газовой фазы в целом;  $T_S$  — температура воспламенения унитарного топлива;  $H(z)$  — функция Хевисайда от аргумента  $z = -\tilde{j}$ ,  $T_2 - T_S$ .

**2. Постановка задачи и некоторые результаты численного исследования.** Пусть в области  $(x_* \leq x < \infty)$  находится однородное облако полидисперсной газозвеси унитарного топлива с непрерывной функцией распределения частиц по размерам. На это облако в начальный момент времени  $t = 0$  из области инертного газа  $(0 \leq x < x_*)$  набегают плоская ударная волна с треугольным профилем массовой скорости газа, имитирующая взрывную волну в зоне  $(0 < x \leq x_f, x_f < x_*)$ . Цель исследования — изучение процессов горения и детонации, возникающих в газозвеси под воздействием ударной волны.

Интенсивность ударной волны задается числом Маха ее переднего фронта  $M_f = D_f/a_{110}$ , где  $D_f$  — скорость ударной волны в лабораторной системе координат,  $a_{110}$  — адиабатическая скорость звука перед ударным скачком. Параметры газа на ударном скачке, а также отмеченные индексом  $f$  внизу выражаются через  $M_f$  на основе соотношений Ренкина — Гюгонио:

$$\frac{v_{1f}}{a_{110}} = \frac{2}{(\gamma_{11} + 1)} \left( M_f - \frac{1}{M_f} \right), \quad \frac{\rho_{1f}^0}{\rho_{10}^0} = \frac{(\gamma_{11} + 1) M_f^2}{2 + (\gamma_{11} + 1) M_f^2}, \quad (2.1)$$

$$\frac{p_f}{p_0} = 1 + \frac{2\gamma_{11}}{\gamma_{11} + 1} (M_f^2 - 1), \quad \frac{T_{1f}}{T_0} = \left( \frac{p_f}{p_0} \right) \left( \frac{\rho_{1f}^0}{\rho_{10}^0} \right)^{-1}.$$

Параметры газа вне ударного скачка, в зоне разрежения, задаются на основе изэнтропических зависимостей для простой волны с треугольным профилем скорости газа [14]:

$$v_1 = v_{1f} \frac{x}{x_f}, \quad p = p_f \sigma^{\gamma_{11}}, \quad \rho_1^n = \rho_{1f}^0 \sigma, \quad \rho_{11}^0 = \rho_1^0, \quad \rho_{12} = 0, \quad \alpha_1 = 1, \quad T_1 = \frac{p}{\rho_1^0}$$

$$\left( \sigma = \left[ 1 - \frac{(\gamma_{11} - 1)}{2} \frac{v_{1f}}{a_{1f}} \left( 1 - \frac{x}{x_f} \right) \right]^{2/(\gamma_{11} - 1)} \right), \quad a_{1f}^2 = \gamma_{11} \frac{p_f}{p_0} \quad (0 < x \leq x_f). \quad (2.2)$$

В невозмущенной области, за пределами ударной волны, распределение параметров фаз имеет вид

$$v_1 = 0, \quad p = p_0, \quad \rho_1^n = \rho_{110}^0, \quad T_1 = T_0, \quad \alpha_2 = \alpha_{20} H(x - x_*),$$

$$\rho_{12} = 0, \quad \alpha_1 = 1 - \alpha_2, \quad \rho_1 = \rho_1^0 \alpha_1,$$

$$\tilde{v}_2(\hat{a}, x, 0) = 0, \quad \tilde{T}_2(\hat{a}, x, t) = T_0, \quad a(\hat{a}, x, 0) = \hat{a},$$

$$\hat{N}(\hat{a}, x, 0) = \hat{N}_0(\hat{a}) \quad (x_f < x < \infty).$$

При заданных в форме (2.1), (2.2) распределениях возмущенных параметров газовой фазы начальная энергия инициирующего взрыва находится на основе интеграла

$$E_0 = \int_0^{x_f} \rho_1^0 \left( e_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) dx. \quad (2.3)$$

На левой границе области, являющейся жесткой стенкой  $(x = 0)$ , ставилось условие равенства нулю скорости газа

$$v_1(0, t) = 0$$

и условие свободного протекания для частиц

$$\tilde{v}_2(0_-, t) = \tilde{v}_2(0_+, t).$$

На правом конце расчетной области граничное условие не ставилось, так как за все время исследуемого волнового течения возмущения параметров фаз не достигали этой границы.

Численное решение задачи осуществлялось методом крупных частиц [14–16], при этом расчет интегральных выражений проводился с использованием метода Симпсона [17]. Точность расчетов контролировалась путем пересчета с уменьшенными шагами по времени и пространству, а также по числу фракций частиц.

Расчеты выполнялись для смесей воздуха и частиц унитарного топлива (пороха марки Н). При этом использовались следующие значения термодинамических параметров фаз и их компонент [11]: для системы инертный газ — воздух  $\rho_{110}^0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ,  $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$ ,  $\gamma_{11} = 1,4$ ,  $R_{11} = 286,69 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град})$ ,  $\mu_{11} = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$ ,  $\lambda_{11} = 2,57 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{град})$ ,  $a_{110} = 341 \text{ м/с}$ ; для газообразных продуктов горения пороха  $\rho_{120}^0 = 1,03 \text{ кг/м}^3$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$ ,  $\gamma_{12} = 1,3$ ,  $R_{12} = 328 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град})$ ,  $\mu_{12} = 1,73 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$ ,  $\lambda_{12} = 8,37 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{град})$ ; для модельного пороха Н  $\rho_2^0 = 1550 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 1466 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град})$ ,  $T_S = 473 \text{ К}$ ,  $\varphi = 0,7$ ,  $v_S = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ ,  $p_S = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $Q^0 = 1,93 \text{ МДж/кг}$ . Здесь  $\gamma_{1k}$  — показатели адиабат инертного газа ( $k = 1$ ) и газообразных продуктов химической реакции ( $k = 2$ ).

В соответствии с [18], где экспериментально определена гистограмма фракционного состава газозвеси, и по аналогии с [8] предлагается следующая аппроксимация опытной гистограммы нормально-логарифмическим законом:

$$\hat{N}_0(\hat{a}) = \frac{kn_0\hat{a}^{-1}}{\sqrt{2\pi \ln\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\hat{a} - M}{\ln\sigma}\right)^2\right], \quad (2.4)$$

$$n_0 = \int_{\Delta} \hat{N}_0(\hat{a}) d\hat{a}, \quad k = n_0^{-1} \int_0^{\infty} \hat{N}_0(\hat{a}) d\hat{a}$$

( $M$  — математическое ожидание,  $\ln\sigma$  — дисперсия). Для измеренного в [18] спектра частиц ( $\hat{a}_{\min} = 2,5 \text{ мкм}$  и  $\hat{a}_{\max} = 32,5 \text{ мкм}$ ) параметры фракции распределения частиц по размерам (2.4) имеют следующие значения [8]:  $M = 0,393$ ,  $\ln^2\sigma = 2,869$ ,  $k = 1,214$ .

Во всех вариантах счета исходная длина инициирующей ударной волны  $x_f = 0,47 \text{ м}$ , а координата левой границы облака  $x_* = 0,5 \text{ м}$ . Интенсивность инициирующей ударной волны, задаваемая числом Маха  $M_f$ , варьировалась в диапазоне  $0 < M_f \leq 5$ . При этом в соответствии с (2.3) изменялась и начальная энергия взрыва. Начальное относительное массовое содержание дисперсной фазы в смеси ( $m = \rho_{20}/\rho_{10}$ ) варьировалось в интервале  $0 < m \leq 10$ .

На рис. 1 приведены характерные расчетные профили давления газовой фазы, реализующиеся в облаке полидисперсной газозвеси унитарного топлива ( $m = 6$ ) в процессе динамического нагружения ударной волной ( $M_f = 3,5$ ). Кривые 0–5 отвечают моментам времени 0; 0,91; 3,66; 5,49; 7,33 и 9,16 мс. Стрелками показаны направления распространения падающей, проходящей и отраженной ударных волн. Штрихпунктирной и штриховой линиями нанесены огибающие пиковых давлений за фронтами проходящих ударных волн в реагирующей ( $J \neq 0$ ) и инертной ( $J = 0$ ) газозвесах. Соответствующие рис. 1 распределения давления газа в модельной химически инертной полидисперсной газозвеси ( $J = 0$ ) продемонстрированы отдельно на рис. 2.

Как следует из представленных расчетных данных, в процессе взаи-

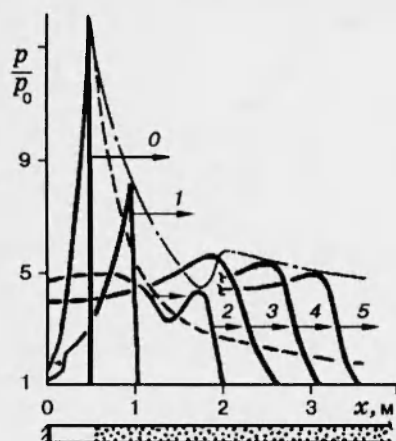


Рис. 1

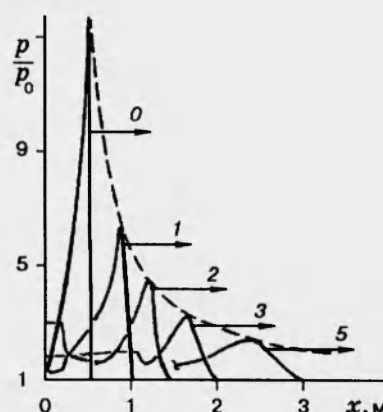


Рис. 2

модеиствия падающей ударной волны с облаком унитарного топлива формируются проходящая в газозвесь ударная волна и отраженная в область «чистого» газа волна уплотнения. Проходящая ударная волна на начальном этапе своего движения интенсивно затухает благодаря действию сопутствующей волны разрежения и теплопотерь газового потока вследствие нагрева частиц унитарного топлива. С момента воспламенения частиц в потоке образуется волна горения, движущаяся в направлении распространения лидирующей ударной волны. Генерируемые при этом волны сжатия в зоне горения частиц распространяются вниз по потоку и уменьшают темп затухания проходящей (лидирующей) ударной волны.

Наблюдаемое в моменты времени  $\sim 4 \div 5$  мс незначительное усиление волны горения происходит в отраженной от стенки волне уплотнения, которая, распространяясь по возмущенной газозвеси, постоянно догоняет лидирующую ударную волну. Однако имеющее место доминирование затухания ударной волны над усилением волны горения вызывает постепенное отставание фронта воспламенения частиц от фронта лидирующего ударного скачка и приводит к реализации режима затухающего горения полидисперсной газозвеси. Последнее свидетельствует о том, что интенсивность инициирующей ударной волны ( $M_f = 3,5$ ) и соответственно начальная энергия взрыва ( $E_0 = 1,64$  МДж/м<sup>2</sup>) недостаточны для осуществления детонационного процесса в пороховой газозвеси с  $m = 5$ .

На рис. 3 представлен пример расчета процесса динамического воздействия на облако полидисперсной газозвеси унитарного топлива ( $m = 5$ ) ударной волны большей интенсивности ( $M_f = 7$ ), показаны профили давления газа в моменты времени 0; 1,83; 3,66; 5,49; 7,33 и 9,16 мс (кривые 0–5), штрихпунктирными линиями нанесены огибающие пиковых давлений за проходящими волнами в полидисперсной смеси с  $\hat{a}_{\min} = 2,5$  мкм,  $\hat{a}_{\max} = 32,5$  мкм (линия б) и в монодисперсной смеси с  $\hat{a}_* = 2,5$  и 32,5 мкм (линии а, в соответственно).

Как видно из рис. 3, интенсивность инициирующей ударной волны ( $M_f = 7$ ) и начальная энергия взрыва ( $E_0 = 9,32$  МДж/м<sup>2</sup>) достаточны для реализации режима детонационного горения полидисперсной газозвеси унитарного топлива. В этом случае проходящая в газозвесь ударная волна затухает лишь до момента образования в потоке волны горения. С момента воспламенения частиц в смеси благодаря выделению в газ горячих газообразных продуктов химической реакции наблюдается постепенное усиление волны горения и ударной волны. В процессе усиления ука-



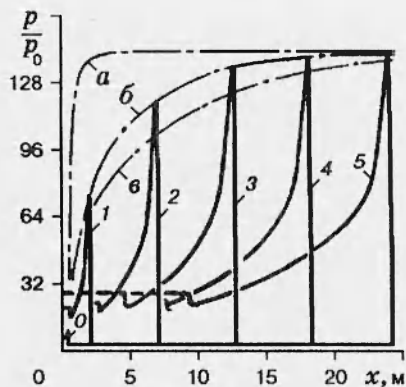


Рис. 3

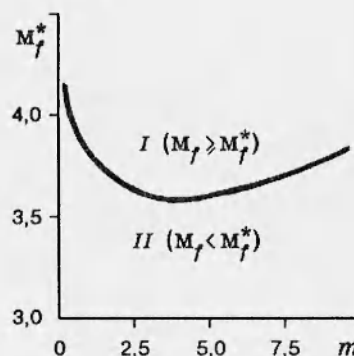


Рис. 4

занных волн их скорости распространения увеличиваются, а разность волновых скоростей уменьшается. В пределе, при достаточно больших временах, скорость волны горения асимптотически приближается к скорости лидирующей ударной волны и формируется стационарная детонационная волна в газовзвеси. Характерное расстояние выхода волны горения в полидисперсной смеси на стационарный режим детонации составляет  $\sim 25$  м. Это значение преддетонационного расстояния для полидисперсной смеси находится между аналогичными расстояниями для монодисперсных газовзвесей с размерами частиц  $\hat{a} = \hat{a}_{\min}$  и  $\hat{a} = \hat{a}_{\max}$ .

На основе вышеизложенного возникает вопрос о том, какой из двух описанных режимов горения реагирующей газовзвеси осуществится при заданных начальных условиях задачи. Основными параметрами, характеризующими начальные условия, являются число Маха  $M_f$  и длина  $x_f$  инициирующей ударной волны, относительное массовое содержание частиц в смеси  $m$ , а также функция распределения частиц по размерам  $\hat{N}_0(\hat{a})$  для полидисперсной газовзвеси или радиус частиц  $\hat{a}_*$  для монодисперсной смеси.

Для каждой функции  $\hat{N}_0(\hat{a})$  множество значений параметров  $M_f$ ,  $x_f$  и  $m$  можно разбить на две области, причем в первой области, соответствующей режиму затухающего горения, выполняется условие

$$F(M_f, x_f, m) \leq 0, \quad (2.5)$$

а во второй области, отвечающей режиму гетерогенной детонации,

$$F(M_f, x_f, m) > 0 \quad (2.6)$$

( $F(M_f, x_f, m)$  — некоторая функция). Значения параметров  $M_f$ ,  $x_f$ ,  $m$  (принадлежащих границе двух областей), для которых  $F(M_f, x_f, m) = 0$ , будем называть критическими.

Разрешая неравенства (2.5) и (2.6) относительно  $M_f$ , получим для режима затухающего горения газовзвеси условие

$$M_f \leq M_f^*(m, x_f),$$

а для режима детонационного горения

$$M_f > M_f^*(m, x_f)$$

( $M_f^*$  — критическое число Маха инициирующей ударной волны).

На рис. 4 показана расчетная зависимость критического (минимального) числа Маха инициирующей ударной волны  $M_f^*(m, x_f)$  при  $x_f = 0,47$  м

и  $0,1 \leq m \leq 10$  для полидисперсной газозвеси унитарного топлива с нормально-логарифмическим распределением частиц по размерам (2.4) с  $\hat{a}_{\min} = 2,5$  мкм и  $\hat{a}_{\max} = 32,5$  мкм. Цифрами I и II в плоскости  $(M_f^* - m)$  обозначены соответственно области детонируемости ( $M_f \geq M_f^*$ ) и недетонируемости ( $M_f < M_f^*$ ) газозвесей в условиях их ударного нагружения.

Видно немонотонное изменение критического числа Маха инициирующей ударной волны от начального относительного массового содержания топлива  $m$ . В соответствии с представленной зависимостью при увеличении исходного массового содержания топлива от 0,1 до некоторого значения  $m = m_*$  ( $m_* \sim 4$ )  $M_f^*$  уменьшается, а при больших массовых содержаниях ( $m \leq m \leq 10$ ) увеличивается. Немонотонное изменение функции  $M_f^*$  в зависимости от  $m$  кратко можно объяснить тем, что доли энергии инициирующей ударной волны ( $E_0, \partial E_0 / \partial M_f > 0$ ), затрачиваемые на разгон  $E_0^i$  и нагрев  $E_0^T$  частиц, противоположным образом зависят от исходной концентрации дисперсной фазы, а именно:  $E_0^i$  убывает, а  $E_0^T$  возрастает с увеличением  $m$ . Конкретные выражения величин  $E_0^i$  и  $E_0^T$  в настоящей работе не приводятся из-за их громоздкости.

Большой интерес представляет вопрос об адекватности описания процессов горения и детонации в реагирующих полидисперсных газозвесах в рамках модели монодисперсной смеси с некоторым эффективным радиусом включений  $a_*$ , определяемым начальной функцией распределения частиц по размерам [6]:

$$a_* = \hat{a}_{m,n} = \left[ \frac{\int_{\Delta} \hat{N}_0(\hat{a}) \hat{a}^m d\hat{a}}{\int_{\Delta} \hat{N}_0(\hat{a}) \hat{a}^n d\hat{a}} \right]^{\frac{1}{m-n}}, \quad \begin{array}{l} a_{m,n} = a_{n,m}, \\ m, n \equiv \text{const}, \\ m \neq n. \end{array}$$

Выполненные расчеты по модели монодисперсной смеси с  $a_* = a_{6,5} = 23,5$  мкм и  $a_* = a_{3,0} = 15,5$  мкм удовлетворительно (с погрешностью 8 %) описывают результаты вычислений по модели полидисперсной газозвеси, показанные соответственно на рис. 3, 4.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Williams F. A. Structure of detonations in dilute sprays // Phys. Fluids. 1961. V. 4, N 11. P. 1434-1443.
2. Ждан С. А. Расчет сферической гетерогенной детонации // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12, № 4. С. 586-594.
3. Пинаев А. В. Зона реакции при детонации газочапельных систем // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14, № 1. С. 81-89.
4. Хоружников С. Э. Нестационарные волновые процессы в аэрозолях // ПМТФ. 1987. № 5. С. 49-54.
5. Ishii R., Matsuhisa H. Steady reflection, absorption and transmission of small disturbances by a screen of dusty gas // J. Fluid Mech. 1983. V. 130. P. 257-259.
6. Гумеров Н. А., Ивандаев А. И. Распространение звука в полидисперсных газозвесах // ПМТФ. 1988. № 5. С. 115-124.
7. Дурнев В. Н., Терзи Е. Д. Эволюция горящих частиц в гетерогенном химическом реакторе // Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение гетерогенных и газовых систем: Материалы 9-го Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. Суздаль, 19-24 ноября 1989. Черноголовка, 1989. С. 97-102.
8. Кутушев А. Г., Родионов С. П. Ударные волны в полидисперсных газозвесах // ПМТФ. 1993. № 2. С. 24-31.
9. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.

10. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И., Попов В. В. Переход конвективного горения аэровзвесей унитарного топлива в детонацию // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 5. С. 102–106.
11. Ахатов И. Ш., Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. Структура детонационных волн в газовзвесах унитарного топлива // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 47–53.
12. Кутушев А. Г., Родионов С. П. Численное исследование процесса взрывного инициирования и эволюции детонационных волн в полидисперсных газовзвесах унитарного топлива с непрерывной функцией распределения частиц по размерам // Итоги исследований Ин-та механики многофазных систем. Тюмень, 1993. № 4. С. 40–43.
13. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наук. думка, 1972.
14. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // Численные методы механики сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики. 1983. Т. 14, № 6. С. 58–82.
15. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
16. Давыдов Ю. М. Крупных частиц метод // Математическая энциклопедия. М.: Сов. энцикл., 1982. С. 126–129.
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1984.
18. Sommerfeld M. M. The unsteadiness of shock waves propagating through gas-particles mixtures // Exp. Fluids. 1985. N 3. P. 197–206.

*Поступила в редакцию 20/VI 1994 г.,  
в окончательном варианте — 7/XII 1994 г.*

---