

$v = v(K)$ для случая больших скоростей трещины (полагаем $2R = d$)

$$(3.9) \quad v = \frac{1-v}{\pi^2} \left(\frac{C_1}{2\pi} - 1 \right)^2 \frac{\gamma K^2}{\mu^2 d^3},$$

где $C_1 \sim 1$ — постоянная, определяемая интегралом

$$C_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \ln \frac{\omega^4 + \nu^2}{(\omega^2 + 1)^2} d\omega.$$

Рассматривая уравнение (3.8) при $v \rightarrow 0$, можно убедиться, что стационарное развитие трещины возможно только при скоростях, больших некоторой критической v_{\min}

$$v \geq v_{\min} \simeq \gamma\kappa/\mu d^3.$$

Экспериментальные исследования дают зависимость $v \sim K^n$, где n изменяется в широких пределах. Так, в сплаве Инконель-718 при больших скоростях трещины $n = 1-2,5$ [2], что близко к теоретическому значению $n = 2$ в (3.9).

Поступила 16 IV 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Разрушение. Ред. Г. Либовиц. Т. 1. М., Мир, 1973.
2. Vitek V. A theory of diffusion controlled intergranular creep crack growth. — Acta Metallurgica, 1978, vol. 26, N 9.
3. Ханнапов Ш. Х. Статика и кинетика вакансий в неоднородно напряженном кристалле. — ФММ, 1978, т. 45, № 3.
4. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.
5. Нобл Б. Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., ИЛ, 1962.

УДК 539.374 : 534.1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В СРЕДЕ С ЛИНЕЙНОЙ И ЛОМОНОЙ РАЗГРУЗКАМИ

К. Атабаев, Н. Мамадалиев

(Ташкент, Москва)

Рассматриваются задачи о распространении плоской и сферической волн в нелинейно-сжимаемой среде с линейной и ломаной разгрузками при воздействии интенсивных нагрузок. Решения задач построены обратным способом [1] в предположении, что среда на фронте ударной волны мгновенно нагружается нелинейным образом, а за фронтом в возмущенной области происходит необратимая разгрузка среды. Задача о распространении и отражении упругопластической волны в стержне конечной длины для схемы Прандтля с ломаной разгрузкой решена методом характеристик в работе [2].

В отличие от [2] в данной работе одномерные нестационарные задачи о плоском и сферическом слое решаются аналитически обратным способом, причем рассматривается распространение нелинейной ударной волны нагрузки — разгрузки. Необходимо отметить, что данная работа является продолжением [1] для среды с ломаной разгрузкой. В случае линейной разгрузки среды учитывается конечность интервала времени воздействия приложенной к границе слоя нагрузки и приводятся решения задач в областях за пределами ее действия. Обратный способ заключается в определении волнового поля в слое грунта и профиля приложенной к его границе нагрузки от продуктов взрыва при заданном законе движения ударной волны. Грунт при интенсивных воздействиях, как в [3], принимается нелинейно-сжимаемой идеальной средой. Аналогичный подход ранее применялся в [4] при изучении механического воздействия подземного взрыва. Для конкретной структуры среды представлены результаты

расчетов в виде графиков давления, скорости среды на границе слоя, на фронте ударной волны и в возмущенной области в зависимости от времени. Приводится подробный анализ кинематических параметров среды для случая линейной разгрузки и сравнение с акустикой. Исследовано влияние нелинейных свойств среды на распределение в ней динамических характеристик ударно-волновых процессов. Расчеты сделаны для случая, когда скорость фронта ударной волны задана в виде линейно-убывающей функции времени, и в ходе решения задачи определен соответствующий профиль нагрузки. Построена поверхность изобары давления.

1. Распространение плоской и сферической волн в нелинейно-сжимаемой среде с линейной разгрузкой. Пусть на границе слоя $r = R_0$ приложена монотонно убывающая нагрузка $p_0(t)$. Уравнения в области разгрузки, соотношения на фронте $r = R(t)$ и граничное условие (начальные условия нулевые) имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{u}{r} \right) = 0,$$

$$p(r, t) = p^* + E(\varepsilon - \varepsilon^*), \quad \varepsilon = 1 - \frac{\rho_0 u}{\rho}, \quad E = c_p^2 \rho_0;$$

$$(1.2) \quad u^*(t) = \varepsilon^* \dot{R}, \quad p^* = \rho^* \varepsilon^* \dot{R}^2,$$

$$p^*(t) = \alpha_1 \varepsilon^* + \alpha_2 \varepsilon^{*2} \quad (\dot{R} = dR/dt) \text{ при } r = R(t);$$

$$(1.3) \quad p(r, t) = p_0(t) \text{ при } r = R_0,$$

где u — массовая скорость; ρ — плотность; p — давление; ε — объемная деформация; $v = 0, 2$ относятся соответственно к плоскому и сферическому слою; параметры среды, относящиеся к фронту, обозначены сверху звездочкой. Если задать скорость фронта в виде убывающей функции времени, то все параметры среды при $r = R(t)$ будут известными и соотношения (1.2) будут граничным условием для (1.1). В этом случае для плоской одномерной волны ($v = 0$) из (1.1) получим уравнение

$$(1.4) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0,$$

которое с учетом (1.2) имеет решение в виде

$$(1.5) \quad u(r, t) = u^*(0) - \frac{1}{2c_p} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} \int_{R_0}^{r - (-1)^{i-1} c_p t} \ddot{R}[F(z_i)] \times \\ \times \left\{ \Delta_1[F(z_i)] + \frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} [2\dot{R}(F(z_i)) + (-1)^{i-1} c_p] \dot{R}[F(z_i)]}{\Delta_2[F(z_i)]} \right\} dz_i,$$

$$\text{где } \Delta_1(t) = \frac{\left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)}{2} - \Delta_2(t); \quad \Delta_2(t) = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2}{4} - \frac{\rho_0 \dot{R}^2(t) - \alpha_1}{\alpha_2}}.$$

Подставляя (1.5) в первое уравнение (1.1) и интегрируя по r от $r = R_0$ до $r = R(t)$, для определения нагрузки $p_0(t)$ имеем

$$(1.6) \quad p_0(t) = p^*(t) + \frac{\rho_0}{2} \int_{R_0}^{R(t)} \sum_{i=1}^2 R[F(z_i)] \left\{ \Delta_1[F(z_i)] + \right. \\ \left. + \frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} [2\dot{R}(F(z_i)) + (-1)^{i-1} c_p] \dot{R}(F(z_i))}{\Delta_2[F(z_i)]} \right\} dr,$$

где $z_{1,2} = r \mp c_p t$; $F(z_{1,2})$ — корень уравнения $R(t) \mp c_p t = z_{1,2}$ относительно t . Отметим, что выражение (1.6) точнее, чем в [1], и справедливо до тех пор, пока $p_0(t) \geq 0$. Далее решены соответствующие краевые задачи. Рассматриваемая область разбивается на $n = 1, 2, 3, \dots$ областей, каждая из которых при $n \geq 2$ ограничена характеристиками AB, BC, CD и т. д. (фиг. 1) положительного, отрицательного направлений, границей слоя или частью фронта $r = R(t)$.

Представим решение задачи для области 2. Из (1.4) при $v = 0$ получим уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_p^2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = 0,$$

для решения которого имеем условия

$$\begin{aligned} p(r, t) &= p_1(t) && \text{при } r - c_p t = R_0 - c_p t_0, \\ p(r, t) &= 0 && \text{при } r = R_0, t \geq t_0. \end{aligned}$$

Тогда на основе формулы Даламбера получим

$$p(r, t) = -p_1 \left[\frac{(R_0 + c_p t_0) - (r - c_p t)}{2c_p} \right] + p_1 \left[\frac{(r + c_p t) - (R_0 - c_p t_0)}{2c_p} \right].$$

Интегрируя первое уравнение (1.4) по t от $t = t^*(r)$ до t , имеем

$$\begin{aligned} u(r, t) &= u_1 \left[r, \frac{-(R_0 - c_p t_0)}{c_p} \right] - \frac{1}{\rho_0 c_p} \left\{ p_1 \left[\frac{(R_0 + c_p t_0) - (r - c_p t)}{2c_p} \right] + \right. \\ &\quad \left. + p_1 \left[\frac{(r + c_p t) - (R_0 - c_p t_0)}{2c_p} \right] - p_1(t) - p_1(t_0) \right\}, \end{aligned}$$

где $p_1(t), u_1(t)$ — давление и скорость среды на характеристике AB , определяемые из решения задачи в области 1. Решение уравнения (1.4) в области 3 представим в виде

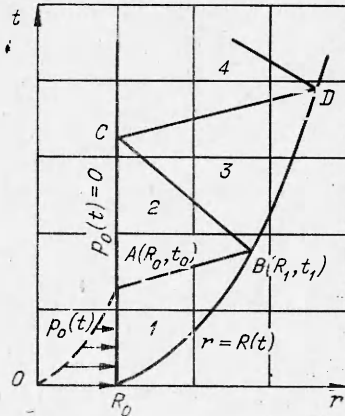
$$(1.7) \quad u(r, t) = f_5(r - c_p t) + f_6(r + c_p t).$$

Для нахождения функции f_5 и f_6 задача имеет граничное условие на BC и соотношения на фронте $r = R(t)$. Однако, как показывают расчеты [5], фронт двумерной стационарной пластической волны в зависимости от глубины полуплоскости изменяется слабо. Искривление фронта по сравнению с первоначальной формой составляет приблизительно 15—20%, а при значительных глубинах еще меньше. Кроме того, линия BD имеет конечную длину. Поэтому в первом приближении соотношения на разрыве удовлетворяются относительно первоначальной формы фронта, соответствующей точке $B(R_1, t_1)$. Тогда имеем

$$(1.8) \quad u(r, t) = u_2(t) \text{ при } r + c_p t = R_1 + c_p t_1;$$

$$(1.9) \quad \left. \begin{aligned} u(r, t) &= \dot{R}(t) \Delta_1(t) \\ \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{\rho_0 \dot{R}(t) \ddot{R}(t)}{\alpha_2 \Delta_2(t)} \end{aligned} \right\} \text{ при } r - R_1 \approx a_1(t - t_1),$$

где $a_1 = dR/dt$ при $r = R_1, t = t_1$; u_2 — скорость среды на BC , опреде-



Ф и г. 1

ляемая из решения в области 2. Подставляя (1.7) в (1.8), получим

$$(1.10) \quad u(r, t) = u_2 \left[\frac{r_1 + c_p t_1 - (r - c_p t)}{2c_p} \right] + f_6(r + c_p t) - f_6(r_1 + c_p t_1).$$

Система (1.9) с учетом (1.10) позволяет получить относительно $f_6(t)$ и $\dot{R}(t)$ (в области 3 в отличие от области 1 \dot{R} является искомым параметром) систему двух уравнений вида

$$(1.11) \quad u_2 \left[\frac{\left(1 + \frac{a_1}{c_p}\right)t_1 + \left(1 - \frac{a_1}{c_p}\right)t}{2} \right] - u_2(t_1) = \frac{\left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)}{2} (\dot{R}(t) - a_1) - \\ - (\dot{R}(t) + c_p + a_1) \Delta_2[\dot{R}(t)] + (c_p + 2a_1) \Delta_2(a_1);$$

$$(1.12) \quad u_2 \left[\frac{\left(1 + \frac{a_1}{c_p}\right)t_1 + \left(1 - \frac{a_1}{c_p}\right)t}{2} \right] + f_6[(R_1 - a_1 t_1) + (a_1 + c_p)t] - \\ - f_6(R_1 + c_p t_1) = \dot{R}(t) \Delta_1[\dot{R}(t)].$$

Уравнение (1.11) относительно $\dot{R}(t)$ легко решается графоаналитическим способом. После нахождения $\dot{R}(t)$ при помощи (1.11) из (1.12) определим $f_6(t)$, а затем по формуле (1.10) — массовую скорость. Далее, интегрируя уравнение движения системы (1.1) по r от $r = -c_p t + (R_1 + c_p t_1) = R_2(t)$ до r , получим

$$p(r, t) = p_2(t) - \rho_0 \int_{R_2(t)}^r \frac{\partial u}{\partial t} dr,$$

где $p_2(t)$ — давление на BC , вычисляемое из решения в области 2.

Решения задачи для последующих областей (см. фиг. 1) получаются аналогичным образом. В случае сферической волны ($\nu = 2$) из (1.1) имеем уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - 2 \frac{c_p^2}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) = 0,$$

которое с учетом (1.2) при заданной $\dot{R}(t)$ допускает решение вида (1.13)

$$(1.13) \quad u(r, t) = \frac{1}{r} \left\{ \int_{R_0}^{r-c_p t} d\xi_2 \int_{\xi_0}^{\xi_2} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \int_{R_0}^{r+c_p t} d\xi_2 \int_{R_0}^{R[F(\xi_2)]-c_p F(\xi_2)} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ \left. - \frac{\rho_0}{\alpha_2} \int_{R_0}^{r+c_p t} \frac{\dot{R}[F(\xi_2)] \ddot{R}[F(\xi_2)] R[F(\xi_2)]}{\Delta_2[F(\xi_2)]} d\xi_2 \right\} - \\ - \frac{1}{r^2} \left\{ \int_{R_0}^{r-c_p t} d\xi_3 \int_{R_0}^{\xi_3} d\xi_2 \int_{R_0}^{\xi_2} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \int_{R_0}^{r+c_p t} d\xi_3 \int_{R_0}^{\xi_3} d\xi_2 \int_{R_0}^{R[F(\xi_2)]-c_p F(\xi_2)} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ \left. - \frac{\rho_0}{\alpha_2} \int_{R_0}^{r+c_p t} d\xi_3 \int_{R_0}^{\xi_3} \frac{\dot{R}[F(\xi_2)] \ddot{R}[F(\xi_2)] R[F(\xi_2)]}{\Delta_2[F(\xi_2)]} d\xi_2 + m_1 c_p t + n_1 \right\},$$

где

$$\begin{aligned}
 m_1 = & -\frac{R_0^2}{c_p} \{[\dot{R}(0) + c_p] \dot{\varepsilon}^*(0) + \ddot{R}(0) \varepsilon^*(0)\}; \quad n_1 = -R_0^2 \dot{R}(0) \varepsilon^*(0); \\
 \Phi(\xi_1) = & -\frac{\dot{R}^3(F(\xi_1)) \Delta_1(F(\xi_1))}{2c_p R(\dot{R} - c_p)} \left[1 + \frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} \left(6 + \frac{R\ddot{R}}{\dot{R}\ddot{R}} \right) \right] - \\
 & -\frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} \dot{R}^3 \ddot{R}}{2c_p (\dot{R} - c_p) \Delta_2(F(\xi_1))} \left[2 + \frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} - \frac{c_p(\dot{R} + c_p)}{\dot{R}^2} \right] - \\
 & -\frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} R\ddot{R}\ddot{R}^2}{2c_p (\dot{R} - c_p) \Delta_2^3(F(\xi_1))} \left\{ \Delta_2^2(F(\xi_1)) \left[2 + \frac{(2\dot{R} + c_p)}{\dot{R}} \left(1 + 2 \frac{\dot{R}^2}{R\ddot{R}} + \frac{\dot{R}\ddot{R}}{\dot{R}^2} \right) \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{\rho_0}{\alpha_2} \dot{R} (2\dot{R} + c_p) \right\}.
 \end{aligned}$$

Получение формулы для нагрузки $p_0(t)$ в случае сферической волны с учетом (1.13) аналогично случаю плоской волны:

$$\begin{aligned}
 (1.14) \quad p_0(t) = & p^*(t) + \rho_0 c_p \int_{R_0}^{R(t)} \frac{1}{r} \left\{ - \int_{R_0}^{r-c_p t} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\
 & - \int_{R_0}^{R[F(r+c_p t)]-c_p F(r+c_p t)} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \left. \frac{\rho_0 \dot{R} [F(r+c_p t)] \ddot{R} R}{\alpha_2 \Delta_2 [F(r+c_p t)]} \right\} dr - \\
 & - \rho_0 c_p \int_{R_0}^{R(t)} \frac{1}{r^2} \left\{ - \int_{R_0}^{r-c_p t} d\xi_2 \int_{R_0}^{\xi_2} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\
 & - \left. \int_{R_0}^{r+c_p t} d\xi_2 \int_{R_0}^{R[F(\xi_2)]-c_p F(\xi_2)} \Phi(\xi_1) d\xi_1 - \frac{\rho_0}{\alpha_2} \int_{R_0}^{r+c_p t} \frac{\dot{R} [F(\xi_2)] \ddot{R} R}{\Delta_2 [F(\xi_2)]} d\xi_2 + m_1 \right\} dr.
 \end{aligned}$$

Как отмечено выше, формула (1.14) справедлива при $p_0(t) \geq 0$, и если $p_0(t)$ обращается в нуль на конечном интервале времени $t = t_0$ (см. фиг. 1), то необходимо провести дополнительные исследования, разбивая область на n частей, как это было сделано в плоском случае.

Для определения формы ударной волны $R(t)$ области \mathcal{Z} в отличие от плоского случая имеем нелинейное дифференциальное уравнение вида

$$\begin{aligned}
 (1.15) \quad \frac{d\ddot{R}(t)}{dt} = & \frac{1}{F(\dot{R})} \left\{ - \frac{2c_p(a_1 - c_p) \psi_1''' [R_1 + a_1(t - t_1) - c_p t]}{[R_1 + a_1(t - t_1)]} - \right. \\
 & - \frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} a_1^2 \dot{R} \ddot{R} \left[\left(1 - \frac{c_p^2}{a_1^2} \right) + \left(1 + \frac{c_p}{a_1} \right) + 4 \frac{\dot{R}(t)}{a_1} \right]}{[R_1 + a_1(t - t_1)] \Delta_2(t)} - \\
 & - \frac{\frac{\rho_0}{\alpha_2} a_1 \ddot{R}^2 \left[\left(1 + \frac{c_p}{a_1} \right) - 3 \frac{\dot{R}(t)}{a_1} \right]}{\Delta_2(t)} - \left. \frac{\left(\frac{\rho_0}{\alpha_2} \dot{R} \ddot{R} \right)'' a_1 \left[\left(1 + \frac{c_p}{a_1} \right) + \frac{\dot{R}(t)}{a_1} \right]}{\Delta_2^3(t)} \right\}
 \end{aligned}$$

где $E_1 = \rho_0 c_{p1}^2$; p^{**} , ε^{**} — заданные величины, определяемые из диаграммы $p \sim \varepsilon$. Тогда (1.4) с учетом (2.1), (2.2) допускает решение

$$u(r, t) = u^{**}(R_0, t_0^{**}) - \frac{1}{2c_{p1}} \left\{ \int_{z_{30}}^{r-c_{p1}t} \dot{u}^{**}[F_3(z_3)] dz_3 - \int_{z_{40}}^{r+c_{p1}t} \dot{u}^{**}[F_4(z_4)] dz_4 \right\},$$

где $z_{30} = R_0 + c_{p1}t_0^{**}$; $F_i(z_i)$ ($i = 3, 4$) — корень уравнения $R_1^*(t) \mp c_{p1}t = z_i$ относительно времени t . В этом случае из (1.1) с учетом (2.1)

$$(2.3) \quad p_0(t) = p^{**} - \frac{\rho_0}{2} \int_{R_1^*(t)}^{R_0} \{ \dot{u}^{**}[F_3(r - c_{p1}t)] + \dot{u}^{**}[F_4(r + c_{p1}t)] \} dr.$$

Аналогичные исследования в случае сферической волны дают возможность представить решение задачи в области \mathcal{Z} в виде

$$(2.4) \quad u(r, t) = \frac{1}{r} \left\{ \int_{z_{30}}^{r-c_{p1}t} d\xi \int_{z_{30}}^{\xi} K_4(\xi_1) d\xi_1 + \int_{z_{40}}^{r+c_{p1}t} d\xi \int_{z_{40}}^{\xi} K_5(\xi_1) d\xi_1 \right\} - \\ - \frac{1}{r^2} \left\{ \int_{z_{30}}^{r-c_{p1}t} d\xi \int_{z_{30}}^{\xi} d\xi_2 \int_{z_{30}}^{\xi_2} K_4(\xi_1) d\xi_1 + \int_{z_{40}}^{r+c_{p1}t} d\xi \int_{z_{40}}^{\xi} d\xi_2 \int_{z_{40}}^{\xi_2} K_5(\xi_1) d\xi_1 + \right. \\ \left. + m_5 c_{p1}^2 t^2 + n_5 c_{p1} r t + m_6 c_{p1} t + n_6 \right\};$$

$$(2.5) \quad p_0(t) = p^{**} - \rho_0 c_{p1} \int_{R_1^*(t)}^{R_0} \left\{ \frac{1}{r} \left[- \int_{z_{30}}^{r-c_{p1}t} K_4(\xi_1) d\xi_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{z_{40}}^{r+c_{p1}t} K_5(\xi_1) d\xi_1 \right] - \frac{1}{r^2} \left[- \int_{z_{30}}^{\xi_2} K_4(\xi_1) d\xi_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{z_{40}}^{r+c_{p1}t} d\xi_2 \int_{z_{40}}^{\xi_2} K_5(\xi_1) d\xi_1 + 2m_5 c_{p1} t + n_5 r + m_6 \right] \right\} dr,$$

$$K_4(\xi) = \frac{1}{\left\{ \frac{\dot{R}_1^*[F_3(\xi)]}{c_{p1}} - 1 \right\}} \left\{ \frac{\dot{u}^{**}[F_3(\xi)]}{c_{p1}} - \frac{u^{**}[F_3(\xi)]}{R_1^*[F_3(\xi)]} - \right. \\ \left. - \frac{2\dot{R}_1^*[F_3(\xi)] \dot{u}^{**}[F_3(\xi)] + R_1^*[F_3(\xi)] \ddot{u}^{**}[F_3(\xi)]}{2c_{p1}^2} \right\},$$

$$K_5(\xi) = \frac{\dot{u}^{**}[F_4(\xi)]}{c_{p1}} + \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{R_1^*[F_4(\xi)]}{c_{p1}} \right\}} \left\{ \frac{u^{**}[F_4(\xi)]}{R_1^*[F_4(\xi)]} + \frac{R_1^*[F_4(\xi)] \ddot{u}^{**}[F_4(\xi)]}{2c_{p1}^2} \right\},$$

где m_5, n_5, m_6, n_6 — постоянные коэффициенты, вычисляются из первых двух условий (2.1) при стремлении $R_1^*(t)$ к точкам $A(R_0, t_0^{**})$ и $B(R_1, t_1^{**})$ (см. фиг. 2, б).

Сравнительное исследование показывает, что горизонтальная линия MK диаграммы состояния $p \sim \epsilon$ (см. фиг. 2, а) соответствует поверхности AB (см. фиг. 2, б) в физической плоскости (r, t) . Может случиться, что нагрузка, определяемая по (2.3) или (2.5), обращается в нуль в промежуточной точке E границы слоя. Тогда возникают области 3, 4, 5, ограниченные соответственно характеристиками положительного и отрицательного направлений, граничной линией CE и частью ударной волны BD . Методика решения задачи в области 3 приведена выше, а в областях 4, 5 имеем задачу Гурса. Далее в областях 6, 7 (см. фиг. 2, б) задача решается так же, как в областях 2, 3 п. 1 (см. фиг. 1). В дальнейшем представляет интерес исследование влияния длительности и профиля нагрузки на ударно-волновые процессы.

3. Результаты расчетов. Некоторые результаты расчетов для среды с линейной разгрузкой с исходными параметрами [7]

$$(3.1) \quad \alpha_1 = 12,127 \cdot 10^2 \text{ кг/см}^2, \quad \alpha_2 = 58,73 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2, \\ E = 14 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2, \quad R_1 = 391 \text{ м/с};$$

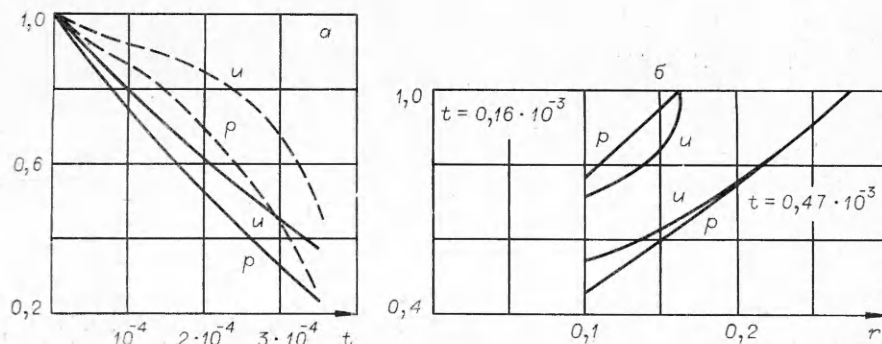
$$(3.2) \quad \alpha_1 = 18 \cdot 10^2 \text{ кг/см}^2, \quad \alpha_2 = 82 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2, \quad E = 18 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2,$$

$$R_1 = 440 \text{ м/с} \quad (p_0 = 105 \text{ кг/см}^2, \quad \rho_0 = 200 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4, \quad R_2 = 2R_1 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2)$$

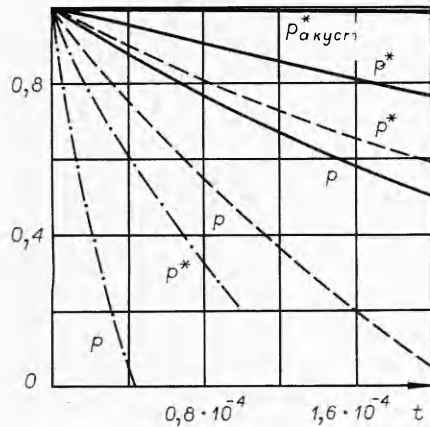
для случая, когда форма поверхности фронта задана в виде полинома второй степени

$$R(t) = R_0 + R_1 t - R_2 \frac{t^2}{2},$$

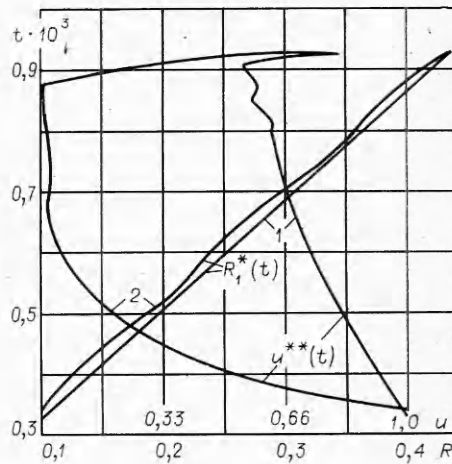
где $\dot{R}(t) \geq 0$, приводятся на фиг. 3—5 в безразмерном виде соответственно по отношению к максимальному значению давления, скорости, единиц длины и времени. Причем на фиг. 3, а представлены графики изменения нагрузки $p_0(t)$ и массовой скорости среды $u(t)$ на границе плоского и сферического (штриховые линии) слоя и на фронте $R(t)$ в зависимости от времени. Отсюда видно, что для поддержания одного и того же давления в соответствующих точках плоского и сферического фронта необходимо на сферической каверне по сравнению с плоским приложить большую нагрузку. Это является следствием обратной постановки задачи, так как в прямой постановке (если задана нагрузка) давление на сферическом фронте спадает быстрее, чем на плоском. При этом процесс загущения давления (скорости) на фронте волны происходит медленнее, чем на границе слоя. На фиг. 3, б показано изменение $p(r, t)$ и $u(r, t)$ в зависимости от пространственной координаты r при фиксированном моменте времени t . Заметим, что давление изменяется в зависимости от r по линейному закону, а скорость в основном нелинейным образом. С целью исследования зависимости нагрузки $p_0(t)$ и давления $p^*(t)$ от формы фронта ударной



Фиг. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5

волны на фиг. 4 приводятся кривые изменения $p_0(t)$ и $p^*(t)$ в зависимости от t для случая (3.2) при значениях $R_2 = 2R_1 \cdot 10^2$; $4R_1 \cdot 10^2$; $2R_1 \cdot 10^3$ соответственно сплошными, штриховыми и штрихпунктирными линиями. Эти кривые показывают, что в плоской задаче при $R_2 = 4R_1 \cdot 10^2$ и $R_2 = 2R_1 \cdot 10^3$ давление $p^*(t)$ и нагрузка $p_0(t)$ с увеличением t уменьшаются нелинейным образом. На фиг. 5 построены поверхность постоянного давления $p^{**} = \text{const}$ и кривая распределения скорости $u^{**}(t)$ на ней в зависимости от t , которые служат граничным условием для исследования распространения пластической волны в нелинейно-сжимаемой среде в последующих областях (кривые 2 относятся к сферической волне).

Авторы выражают глубокую благодарность Х. А. Рахматулину за обсуждение результатов работы.

Поступила 19 III 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Мамадалиев Н., Маматкулов Ш. Об одном способе решения волновых задач для нелинейно-сжимаемой среды. — ПМТФ, 1977, № 6.
2. Phillips A., Wood E. R. et al. On the theory of plastic wave propagation in a bar-unloading waves. — Intern. J. Non-Linear Mech., 1973, vol. 8, p. 1—16. Рус. пер. — Сб. Механика, 1974, № 1.
3. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов. М., изд. МГУ, 1964.
4. Механический эффект подземного взрыва. Под редакцией М. А. Садовского. М., Недра, 1971.
5. Мамадалиев Н., Молев В. П. О распространении двумерной пластической волны в нелинейно-сжимаемой полуплоскости. — ПМТФ, 1977, № 4.
6. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М., 1973.
7. Алексеев Н. А. Метод определения динамических характеристик грунтов при больших давлениях. — В кн.: Динамика грунтов. М., Госстройиздат, 1961.