

Таблица 3

№ п/п	Продукты горения	Энерговыведение		Минимальное количество угля на грамм воздуха при полном использовании кислорода воздуха, г
		на молекулу кислорода, эВ	на грамм воздуха, кДж	
1	CO	2,26	1,6	0,16
2	CO ₂	4,02	2,8	0,08
3	50% CO, 50% CO ₂	3,14	2,2	0,12

размера пылинок (см. рис. 3—6), другая обусловлена локальными неоднородностями в смеси, которые приводят к срыву медленного режима в отдельных областях пространства и дальнейшему распространению неустойчивости по всему пространству. Этот механизм имеет отношение к реальным системам. Тем не менее существует широкая область параметров, где возможен медленный режим горения пылегазовой смеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Франк-Каменецкий Д. А. Теория теплового распространения пламени.— ЖФХ, 1938, т. 12, № 1.
2. Зельдович Я. Б., Семенов Н. Н. Кинетика химических реакций в пламенах.— ЖЭТФ, 1940, т. 10, № 9—10.
3. Зельдович Я. Б. Теория горения газов. М.: Изд-во АН СССР, 1944.
4. Теория горения и взрыва/Под ред. Ю. В. Фролова. М.: Наука, 1981.
5. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
6. Смирнов Б. М. Теория распространения волны горения в пылегазовой смеси. Препринт ИТФ СО АН СССР, 1983, № 102.
7. Slezak S. E. et al. Coal dust flame propagation in a laboratory flammability tube.— Combustion and flame, 1983, v. 54.
8. Smith I. M., Tyler R. J. Internal burning of pulverized semiantracite.— Fuel, 1972, v. 51.
9. Smith I. M., Tyler R. J. The reactivity of porous brown coal char to oxygen between 630 and 1817 K.— Combustion science and technology, 1974, v. 9.
10. Григорьев Г. Ю., Дорофеев С. Б., Смирнов Б. М. Параметры тепловыделения при горении активированного угля.— Хим. физика, 1984, т. 3, № 4.
11. Григорьев Г. Ю., Дорофеев С. Б. и др. Скорости горения древесного угля.— ФГВ, 1984, № 5.
12. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.

Поступила 23/VIII 1984 г.

УДК 534.222.2

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ГОРЕНИЯ АЭРОВЗВЕСИ УНИТАРНОГО ТОПЛИВА В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ

П. Б. Вайнштейн, Ю. А. Моргунов, Р. И. Нигматуллин

(Москва)

При конвективном горении аэровзвесей часто реализуются скорости газа и фронта горения много меньше скорости звука в газе. В этом случае процесс может исследоваться в рамках гомобарического приближения [1], при котором вместо уравнения импульса газа используется уравнение однородности давления газа по пространству. Одномерные задачи о конвективном горении аэровзвесей в ограниченных областях в рамках гомобарического приближения рассмотрены в [2—4]. В [5], где аналогичные задачи решены численно, показано, что при низких концентрациях топлива в потоке реализуются затухающие колебания параметров, причем эти колебания происходят около гомобарического решения. В [6] кратко изложены результаты численного решения одномерной задачи о горении аэровзвеси угольной пыли в замкнутой области.

В данной работе решается плоская задача о конвективном горении аэровзвеси в квадратной области. Рассматривается случай низких концентраций топлива. В двумерном движении в гомобарическом приближении система уравнений незамкнута. Для замыкания системы уравнений предлагается использовать предположение о потенциальности движения. Полученные таким образом решения сравниваются с численными.

ным решением полной системы уравнений. Результаты сравнения подтверждают справедливость предположения о потенциальности. Представлены характерные картины линий тока и изобар в области в процессе горения.

В [7] численно исследована плоская нестационарная задача о горении облака частиц унитарного топлива в полупространстве над горизонтальной поверхностью.

1. Постановка задачи. Основные уравнения. Рассмотрим плоское двумерное течение аэрозвеси. Уравнения неразрывности газовой и твердой фаз и сохранения числа частиц в единице объема имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{V}_1) = J, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_2 \mathbf{V}_2) = -J, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{V}_2) = 0,$$

где ρ_i , $\mathbf{V}_i(u_i, v_i)$ ($i = 1, 2$) — средние плотности, скорости соответствующих фаз; n — число частиц в единице объема; J — массовая скорость горения топлива.

Исследуются разреженные аэрозвеси, когда объемным содержанием топлива можно пренебречь. Тогда уравнения движения запишем в виде

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho_1 \mathbf{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho_1 u_1 \mathbf{V}_1 + \frac{\partial}{\partial y} \rho_1 v_1 \mathbf{V}_1 + \nabla p = -\mathbf{f} + J \mathbf{V}_2, \\ \frac{\partial \rho_2 \mathbf{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho_2 u_2 \mathbf{V}_2 + \frac{\partial}{\partial y} \rho_2 v_2 \mathbf{V}_2 = \mathbf{f} - J \mathbf{V}_2,$$

где p — давление газа; $\mathbf{f}(f_x, f_y)$ — сила межфазного трения.

Уравнения внутренней энергии твердой фазы, полной энергии смеси и уравнения состояния соответственно имеют вид

$$(1.3) \quad \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}_2 \rho_2 e_2) = q - J e_{2s}, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \nabla \cdot (\mathbf{V}_1 (p + \rho_1 E_1)) + \nabla \cdot (\mathbf{V}_2 \rho_2 E_2) = 0, \\ E_i = e_i + (u_i^2 + v_i^2)/2, \quad e_1 = c_v (T_1 - T_0), \\ e_2 = c_2 (T_2 - T_0) + Q, \quad p = \rho_1^0 R_1 T_1, \quad \rho_2^0 = \text{const},$$

где e_1 , e_2 — внутренние энергии фаз; T_i — температура фаз; Q — энергия реакции.

Принимается, что воспламенение частиц происходит при достижении их поверхностью заданной температуры разложения (воспламенения) T_s . Для определения среднемассовой температуры частиц T_s^* , при которой происходит воспламенение, решалась задача о прогреве сферической частицы:

$$(1.4) \quad \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2'}{\partial \tau} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2 r^2 \frac{\partial T_2'}{\partial r} \right) = 0, \quad \frac{\partial T_2'}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \frac{\text{Nu} (T_1 - T_{2\sigma}')}{2r_0}, \\ \frac{\partial T_2'}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad T_2'(0, r) = T_{20s} \quad T_2 = 3/r_0^3 \int_0^{r_0} r^2 T_2' dr.$$

Здесь $T_{2\sigma}'$ — текущая температура поверхности частицы; T_2 — среднемассовая температура частиц. Из решения (1.4) определяется значение $T_2 = T_s^*$ в момент, когда реализуется воспламенение поверхности частицы ($T_{2\sigma}' = T_s$). В диапазоне $\text{Nu}(T_1 - T_s)/T_0$ от 0 до 400 расчетная зависимость T_s^* от $\text{Nu}(T_1 - T_s)/T_0$, полученная из решения (1.4) неявным методом сеток, аппроксимируется с точностью до 3% формулой

$$(1.5) \quad \frac{T_s^*}{T_0} = 1 + \left(\frac{T_s}{T_0} - 1 \right) \exp \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \text{Nu} \frac{T_s - T_1}{7T_0} \right).$$

Члены межфазного взаимодействия имеют вид

$$(1.6) \quad J = \begin{cases} 0, & T_2 < T_s^*, \\ \pi n d^2 \rho_2^0 u_s (p/p_0)^q, & T_2 \geq T_s^*, \end{cases}$$

$$q = \begin{cases} \pi n d \lambda_{1*} \text{Nu}_{12} (T_1 - T_2), & T_2 < T_s^*, \\ 0, & T_2 \geq T_s^*, \end{cases}$$

$$\text{Nu}_{12} = 2 + 0,6 \text{Re}_{12}^{2/3} \text{Pr}^{1/3}, \quad \text{Re}_{12} = \frac{\rho_1^0 |V_1 - V_2| d}{\mu_1}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \lambda_1}{\mu_1},$$

$$f = \frac{\pi n d^2}{4} C_d \rho_1^0 \frac{|V_1 - V_2| (V_1 - V_2)}{2}, \quad C_d = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{0,5}} + 0,42,$$

где λ_1 , μ_1 — коэффициенты теплопроводности и вязкости газа; d — диаметр частиц; u_s — скорость горения топлива; Nu_{12} , Re_{12} , Pr — числа Нуссельта, Рейнольдса, Прандтля относительного обтекания; C_d — коэффициент трения.

Рассмотрим задачу о развитии конвективного горения в ограниченной области. Пусть область G ($0 \leq x, y \leq l$) заполнена аэрозвесью, в некоторой ее части G_0 ($0 \leq x, y \leq x_0$) в начальный момент времени без повышения давления увеличивается температура частиц топлива до $T_2 = T_s^*$ и начинается горение. Начальные и граничные условия поставленной задачи:

$$(1.7) \quad t = 0 : V_1 = V_2 = 0, \quad T_1 = T_0, \quad \rho_1 = \rho_{10}, \quad \rho_2 = \rho_{20},$$

$$n = n_0, \quad T_2 = T_0((x, y) \in G \setminus G_0), \quad T_2 = T_s^*((x, y) \in G_0),$$

$$t \geq 0 : V_{1n}|_{\partial G} = 0,$$

где ∂G — граница области; V_{1n} — нормальная к границе составляющая скорости.

2. Исследование конвективного горения аэрозвеси в гомобарическом приближении. После начала горения продукты реакции под действием перепада давления проникают в негорящую область и разогревают частицы до температуры воспламенения. При малых массовых содержаниях частиц ($\rho_{20}/(\rho_{20} + \rho_{10}) \ll 1$) влияние частиц на движение газа незначительное. Поэтому при описании начального этапа движения, когда время протекания процесса меньше времени вовлечения частиц в движение газа, можно считать частицы неподвижными, а влиянием межфазного трения на газ пренебречь. Скорость распространения горения определяется безразмерным параметром [4]

$$\Pi = 6(\gamma - 1) \rho_{20} Q u_s l / \rho_{10} d a_0^3.$$

При малых значениях этого параметра скорость конвективного горения существенно меньше скорости звука. Поэтому при движении конвективного фронта в ограниченной области давление успевает выравниваться и процесс можно исследовать в гомобарическом приближении. При одномерном движении поле скоростей в этом приближении однозначно определяется из уравнения энергии [2]. При двумерном движении в гомобарическом приближении система уравнений оказывается незамкнутой, так как два уравнения импульса газа заменяются одним уравнением однородности давления $p = p(t)$. Для замыкания системы уравнений предположим, что течение потенциально. Это предположение вытекает из того, что движение среды в данном случае, по существу, является акустическим, так как возникает под действием малых возмущений, связанных с распределенным вдувом и тепловыделением. В следующем пункте предположение о потенциальности течения газа при существенно дозвуковом движении обосновывается численным решением полной системы уравнений.

При указанных предположениях уравнения, описывающие движение смеси, примут вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \mathbf{V}_2 &= 0, \quad \partial \rho_2 / \partial t = -J, \quad \partial n / \partial t = 0, \\ \partial \rho_2 e_2 / \partial t &= q - J e_{2s}, \quad \partial \rho_1 / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{V}_1 \rho_1) = J, \\ \mathbf{V}_1 &= \nabla \varphi, \quad \nabla^2 \varphi = \Psi, \quad \Psi = \frac{\gamma-1}{\gamma p} \left(\frac{1}{1-\gamma} \frac{dp}{dt} + JQ \right). \end{aligned}$$

Из граничных условий (1.7) следует условие для потенциала

$$(2.2) \quad \partial \varphi / \partial n|_{\partial G} = 0.$$

Рассматриваются два предельных варианта задачи: горение происходит только в зоне иницирования G_0 , а распространение горячих газов конвективного фронта не приводит к воспламенению частиц за пределами G_0 ; за пределами зоны иницирования на конвективном фронте происходит мгновенное воспламенение частиц. Интегрируя последнее уравнение в (2.1) по всей области, используя граничные условия (2.2) и интегральную формулу Грина, для первого варианта задачи получим закон роста давления

$$\frac{dp}{dt} = JQ(\gamma-1) \frac{x_0^2}{l^2}.$$

Во втором варианте задачи уравнения для изменения площади зоны горения S_w имеют вид

$$\frac{dS_w}{dt} = \int_G \nabla^2 \varphi d\tau.$$

На начальном этапе выгорание твердой фазы можно не учитывать [4], т. е. в формуле для нахождения скорости массового горения (1.6) положить $J = \text{const}$. Тогда для определения роста давления получим

$$\frac{dp}{dt} = JQ(\gamma-1) \frac{S_w}{l^2}, \quad \frac{dS_w}{dt} = \frac{\gamma-1}{\gamma p} \left(\frac{1}{\gamma-1} + JQ \right),$$

$$t=0: p = p_0, \quad S_w = x_0^2.$$

Решение задачи Неймана (2.1), (2.2) для квадратной области ищется в виде рядов Фурье. Полной системой собственных функций для данной задачи является [8]

$$\theta_{ij}(x, y) = \cos\left(\frac{i\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{l}\right) \quad (i, j = 1, 2).$$

Коэффициенты в разложении искомого потенциала

$$\varphi = \sum_{0,0}^{\infty} c_{ij} \theta_{ij}(x, y)$$

определяются по формуле

$$(2.3) \quad c_{ij} = \frac{1}{\lambda_{ij}} \int_0^l \int_0^l \Psi \theta_{ij}(x, y) dx dy.$$

Применяя формулу Грина к (2.3), получим

$$(2.4) \quad c_{ij} = \frac{l}{\lambda_{ij} i \pi} \oint_{\partial G_0} \Psi \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{l}\right) dy.$$

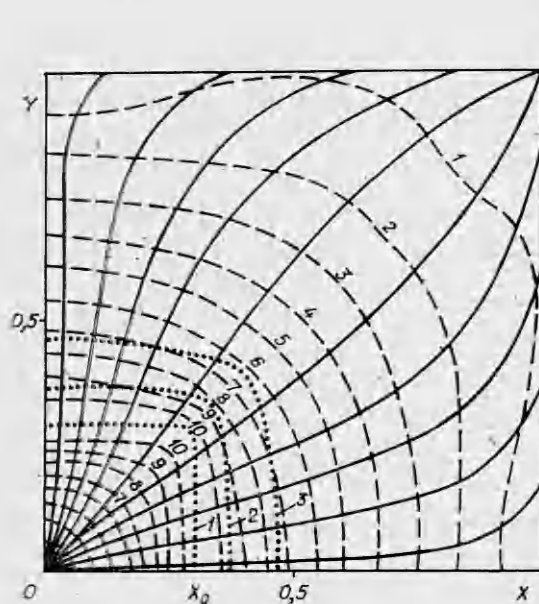


Рис. 1

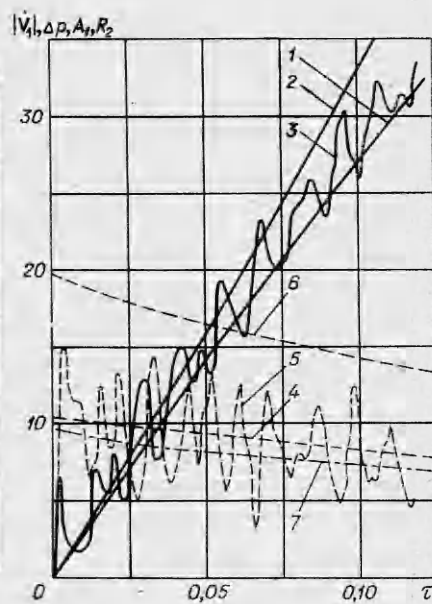


Рис. 2

В расчетах используется конечный отрезок ряда Фурье ($0 \leq i, j \leq N$). Число N выбирается таким образом, чтобы относительная погрешность не превышала 1%. В представленном ниже варианте $N = 15$.

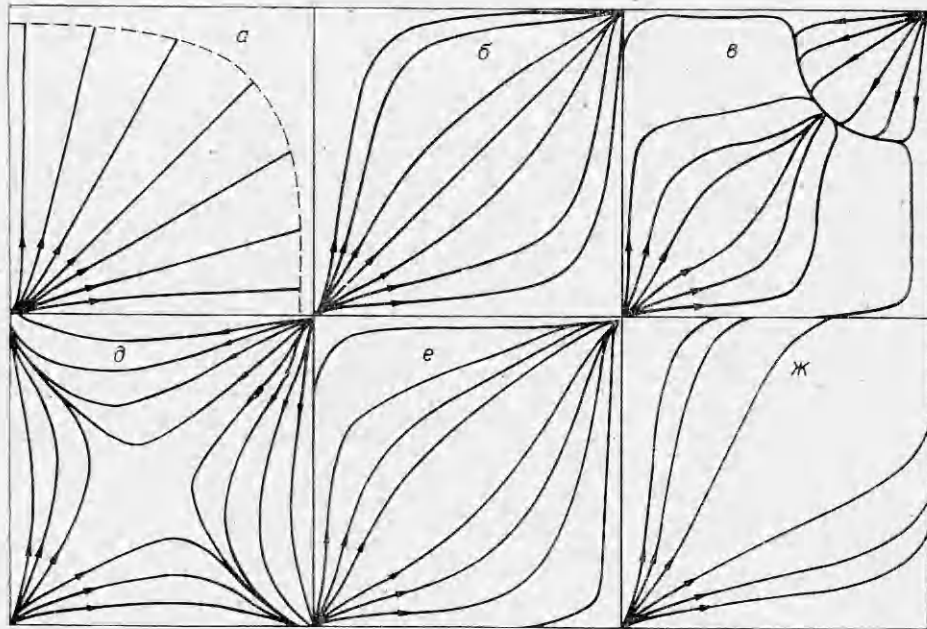
Расчеты проводились для модельного топлива при следующих термодинамических данных и условиях [5]:

$$\begin{aligned} \rho_{10}^0 &= 1,29 \text{ кг/м}^3, & \rho_{20}^0 &= 1550 \text{ кг/м}^3, \\ R_1 &= 287 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ г}, & c_{p1} &= 1000 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ г}, & c_{v1} &= 713 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ г}, \\ c_2 &= 1466 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ г}, & T_s &= 473 \text{ К}, & T_0 &= 273 \text{ К}, \\ \mu_1 &= 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ кг/мс}, & \lambda_1 &= 2,57 \cdot 10^{-2} \text{ кг м/с}^3 \text{ г}, & \lambda_2 &= 0,687 \text{ кг м/с}^3 \text{ г}. \end{aligned}$$

Рассмотрим горение аэрозвеси при $d = 0,5$ мм, $\rho_{20} = 0,13$ кг/м³ в области $l = 0,84$ м, $x_0 = 0,25l$. На рис. 1 приведены линии тока газа и пронумерованные линии уровня модуля скорости в начальный момент (штриховые линии — $X = x/l$, $Y = y/l$). Значение модуля скорости получается по формуле $|V_1| = i \cdot 0,159$ м/с, где i — номер линии. Видно, что газ, выходя из зоны горения, несколько растекается. Холодный газ, поджимаемый продуктами горения, движется по области в сторону угла, противоположного зоне горения. Из формулы (2.4) видно, что картина линий тока целиком определяется формой зоны горения и для первого варианта не зависит от времени. Максимальное значение скорости газа приходится на границу зоны горения. Значение скорости $V_1(x, y, t)$ в любой момент времени определяется по формуле

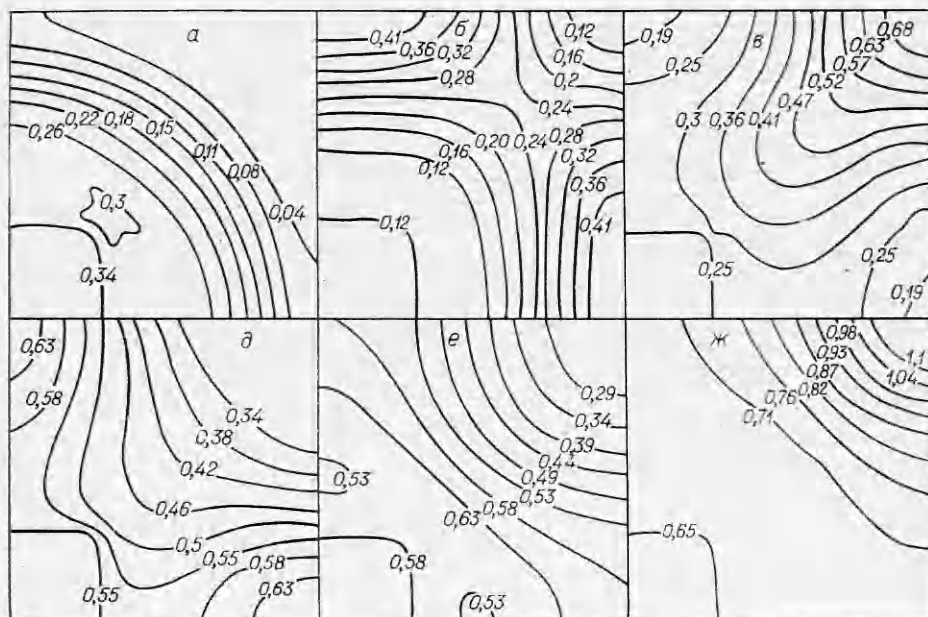
$$V_1(x, y, t) = V_1(x, y, 0)A_1(t)/A_1(0),$$

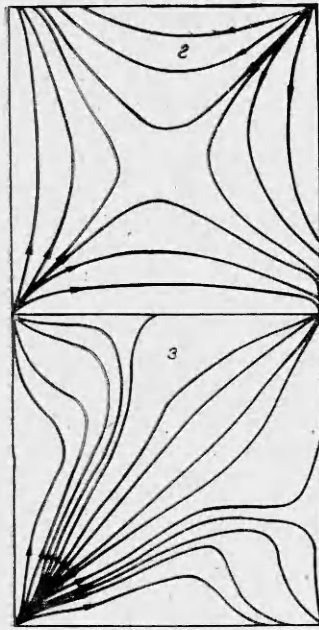
где $A_1(t)$ — зависимость, приведенная на рис. 2 (линия 7). В случае мгновенного воспламенения на конвективном фронте происходит увеличение зоны горения. Картина течения при увеличении зоны горения меняется незначительно. Линии тока несколько отклоняются от своего первоначального положения, но, как и выше, выходят из начала координат и заканчиваются в противоположном углу. При этом максимум скорости находится



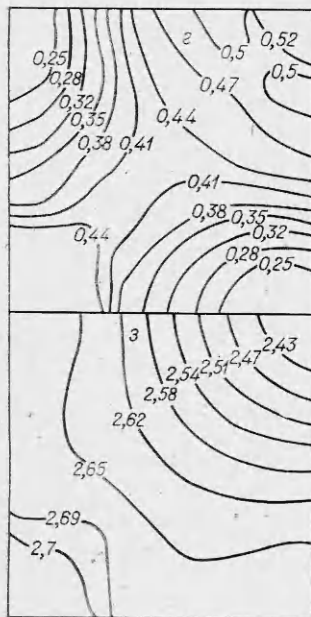
на границе зоны горения. На рис. 1 пунктиром показано положение фронта пламени в моменты $t = 0; 85; 170$ мс (линии 1—3). На рис. 2 приведены зависимость давления ($\Delta P = 10^3 (p - p_0)/p_0$) от времени ($\tau = t/t_0$, $t_0 = d/2u_s$) для случая с фиксированной зоной горения (линия 1), для случая с мгновенным воспламенением (линия 2), зависимость модуля скорости $|V_1| = |V_1|/V_0$ от времени в фиксированной точке ($X = 0,25$, $Y = 0,2$, $V_0 = 0,14$ м/с) (линия 4), зависимость плотности твердой фазы от времени в зоне горения ($R_2 = 20(\rho_2/\rho_{20})$) (линия 6).

Полная система (1.1) — (1.7) с учетом волновых эффектов решалась численно в три этапа: 1) решение осуществляется без учета членов межфазного взаимодействия (J , q , f), для разностной аппроксимации используется двухшаговый метод Лакса — Вендроффа; 2) полученное решение уточняется с учетом членов межфазного взаимодействия с помощью яв-





тем, что зона иницирования не имеет круговой симметрии. Изобары являются почти окружностями (а). В момент времени $t=2$ мс возмущение давления достигает противоположных стенок (б). Из ближних углов начинают двигаться отраженные волны уплотнения. Одновременно искривляются линии тока — поворачивают в сторону дальнего угла. В момент $t=2,8$ мс возмущение достигает дальнего угла. Там происходит прирост давления, торможение газа и возникновение зоны возвратного течения. На картинах видны зоны обратного и основного потоков. Так как к данному моменту времени продолжается движение от двух противоположных ближних углов волн уплотнения, линии тока сходятся к диагонали, соединяющей дальний угол с зоной иницирования. Когда эти волны встречаются, вдоль указанной диагонали возникает повышение давления, которое разворачивает потоки к стенкам (г). Отраженная от дальнего угла волна сжатия продолжает движение в сторону зоны иницирования, при этом увеличиваются области возвратного течения (д). В момент, когда волна, движущаяся из дальнего угла, достигает зоны иницирования и в центре области встречаются волны, порожденные ею после отражения в ближних углах, поток газа во всей области приобретает направление из зоны иницирования к противоположному углу, картина течения близка к исходной, однако давление во всей области становится больше (е). Отличие связано с описанным выше взаимодействием волн. Далее волна уплотнения движется в сторону дальнего угла (ж). Таким образом в системе осуществляется колебательное движение газа. В дальнейшем в процессе движения отражение и взаимодействие большого числа волн сжатия приводят к тому, что картина движения перестает быть регулярной. Поэтому в



отличие от одномерного случая [4] движение не является периодическим. Одно из реализующихся течений показано на рис. 3, 4, з. Действие силы межфазного трения, тормозящей силы при вдуве газа и уменьшение вдува из-за выгорания топлива приводят к затуханию указанных выше колебаний. Картина течения становится близкой к описанной в гомобарическом приближении. В представленном варианте горение происходит только в зоне иницирования и фронт пламени практически не сдвигается. Однако вследствие колебаний скорости газа на фронте происходят незначительные колебания самого фронта.

Колебания давления и скорости осуществляются около гомобарического решения, полученного в предположении потенциальности в первом варианте задачи (ср. линии 1 и 3, 4 и 5 на рис. 2). Решение с мгновенным воспламенением на конвективном фронте дает завышение по сравнению с полученным при решении полной системы значения давления.

Из расчетов по полной системе уравнений (1.1) — (1.7) газодинамического течения нетрудно вычислить реализующие значения ротора скорости в каждой точке: $\omega = (\partial u/\partial y - \partial v/\partial x)/2$. В представленном выше варианте расчета $\max|\omega| \sim 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Тогда соответствующая непотенциальная составляющая скорости определяется по формуле [10]

$$V_{\omega}(x, y) = \int_G \int \frac{\omega \times r}{|r|^2} d\tau,$$

согласно которой имеем оценку

$$|V_{\omega}| = \left| \int_G \int \frac{\omega \times r}{|r|^2} d\tau \right| \leq \max_G |\omega| L.$$

Тогда $|V_{\omega}| \leq 10^{-2} \text{ м/с}$. Таким образом, в данном случае (при низких концентрациях и высоких теплотворных способностях топлива) скорость, порожденная вихрем, есть незначительная добавка к потенциальной составляющей скорости ($|V_1| \sim 1,5 \text{ м/с}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
2. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. О гомобарических (с однородным давлением) течениях газовзвесей при наличии гетерогенных физико-химических превращений. — ДАН СССР, 1981, т. 249, № 1.
3. Вайнштейн П. Б. Конвективное горение аэровзвесей унитарного топлива. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5.
4. Вайнштейн П. Б. К теории конвективного горения аэровзвесей унитарного топлива. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6.
5. Вайнштейн П. Б., Моргунов Ю. А. Численное исследование горения аэровзвесей унитарного топлива в ограниченных объемах. — В кн.: Нестационарные течения многофазных систем с физико-химическими превращениями. М.: Изд-во МГУ, 1983.
6. Levin V. A., Tunik J. V., Wolanski P. Model matematyczny procesu wybuchy mieszaniny pylowo-powietrznej. — Biuletyn informacji Technicznej. Rok XXIII, 1980, N 3—4.
7. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Горение облака аэровзвеси над плоской горизонтальной поверхностью. — Хим. физика, 1983, № 7.
8. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. М.—Л.: ГИИТЛ, 1981, т. 1, 2.
9. Ахатов И. Ш., Вайнштейн П. Б. Нестационарные режимы горения пористых порохов. — ФГВ, 1983, № 3.
10. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976, т. 2.

Поступила 9/VII 1984 г.