

ЛИТЕРАТУРА

1. Качан М.С., Киселев Ю.В., Тришин Ю.А. Взаимодействие ударных волн с контактной границей соударяющихся тел // ФГВ. — 1975. — № 5. — С. 767—773.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987.
3. Нестеренко В.Ф., Фомин В.М., Ческидов М.А. Затухание сильных ударных волн в слоистых материалах // ПМТФ. — 1983. — № 4. — С. 130—139.
4. Канель Г.И., Уткин А.В. Динамика области кавитации при отражении импульса сжатия от границы раздела двух сред // ПМТФ. — 1991. — № 4. — С. 23—26.
5. Louro L.H.L., Meyers M.A. Effect of stress state and microstructural parameters on impact damage of alumina-based ceramics // J. Mater. Sci. — 1989. — N 24. — P. 2516—2532.
6. Зельдович А.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
7. Качан М.С., Тришин Ю.А. Волны сжатия и растяжения при соударении твердых тел // ФГВ. — 1975. — Т. 11, № 6. — С. 958—963.
8. Ахмадеев Н.Х., Болотнова Р.Х. Влияние жесткости лицевого слоя на снижение растягивающих напряжений в двухслойном композите // МКМ. — 1986. — № 4. — С. 744—746.

г. Уфа

Поступила 13/IX 1993 г.

УДК 533.6.011

В.Л. Ковалев, А.А. Крупнов

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОГО ВОЗДУХА В ВЯЗКОМ УДАРНОМ СЛОЕ

Разработан эффективный метод решения уравнений полного вязкого ударного слоя на основе глобальных итераций по продольной составляющей градиента давления и форме головной ударной волны. Дан анализ применения алгебраических моделей турбулентности для описания переходного и турбулентного режимов течения в химически неравновесном полном вязком ударном слое. Приводится сравнение полученных результатов с данными натуральных экспериментов при входе тел в атмосферу.

Уравнения полного вязкого ударного слоя (ПВУС) [1—3] в настоящее время широко используются для исследования сверхзвукового безотрывного обтекания гладких тел вязким газом в широком диапазоне чисел Рейнольдса, охватывающем течения от режимов со скольжением до режимов с образованием как ламинарного, так и турбулентного пограничного слоя на теле. Уравнения ПВУС следуют из уравнений Навье—Стокса, если в последних оставить члены порядка $O(1)$ и $O(Re^{-1/2})$ и пренебречь членами порядка $O(Re^{-1})$, ответственными за молекулярный перенос массы, импульса и энергии вдоль координатной линии, связанной с основным направлением потока. В качестве граничных условий для этих уравнений на внешней границе (искомой ударной волне) используются обобщенные условия Ренкина—Гюгонио, учитывающие эффекты молекулярного переноса в зоне скачка уплотнения с тем же асимптотическим порядком точности по числу Рейнольдса Re , что и сами уравнения ПВУС. Граничные условия на теле аналогичны граничным условиям для уравнений пограничного слоя.

Трудности решения уравнений ПВУС маршевыми методами вдоль основного направления потока связаны с тем, что в них учитываются все члены уравнений Эйлера, в частности члены, ответственные за передачу возмущений вверх по потоку в дозвуковых областях течения (продольная

составляющая градиента давления). По этой причине маршевые методы решения являются некорректными [4]. Дополнительные проблемы возникают при решении задач сверхзвукового обтекания тонких длинных тел, так как в этом случае ударный слой утолщается и увеличивается толщина дозвуковой области около тела. Отметим, что при обтекании тонких длинных тел на достаточном удалении от критической точки возможен турбулентный режим течения даже при умеренных числах Рейнольдса в набегающем потоке.

В данной работе разработан эффективный метод решения уравнений полного вязкого ударного слоя на основе глобальных итераций по продольной составляющей градиента давления и форме головной ударной волны. Предложен и реализован новый способ их определения на каждой глобальной итерации, позволивший учесть влияние всех точек вдоль координатной линии на передачу возмущений вверх по потоку. При этом при высоком порядке аппроксимации не требуется применять специальные разностные формулы в точке разрыва кривизны контура тела, как в [3, 5, 6].

Совместное решение всех уравнений вязкого ударного слоя, в отличие от их последовательного решения в [1], позволило существенно повысить устойчивость численного алгоритма и тем самым исследовать течение у тонких длинных тел в широком диапазоне безразмерных параметров задачи. Указанный подход позволяет также использовать ЭВМ с параллельными процессорами, что значительно экономит время расчета.

При исследовании течения диссоциированной и частично ионизированной многокомпонентной смеси с разными диффузионными свойствами компонентов применяется алгоритм, не требующий предварительного разрешения соотношений Стефана—Максвелла (уравнений переноса компонентов) относительно диффузионных потоков. Это также уменьшает объем вычислений, так как время счета становится пропорциональным числу компонентов, а не его квадрату.

Предложенный метод позволяет единым образом рассчитывать течение в дозвуковой и сверхзвуковой областях течения, является значительно более экономичным по времени расчета и используемой памяти ЭВМ по сравнению с методами установления. Для определения интегральных характеристик, таких как тепловой поток и давление на теле, с точностью 1 % необходимо не более 2—3 глобальных итераций. С использованием алгебраических моделей турбулентности он позволяет исследовать ламинарное, переходное и турбулентное течения во всем диапазоне скоростей протекания реакций диссоциации и ионизации (от замороженных до равновесных).

Рассмотрим сверхзвуковое обтекание наветренной поверхности осесимметричного или плоского тела с непрерывной или разрывной кривизной контура. Система уравнений и граничных условий ПВУС, первоначально выписанная в криволинейной ортогональной системе координат (x, y) , естественным образом связанной с телом, записывается в переменных типа Дородницына (ξ, η) [2]. В полученной системе физическая координата y рассматривается как искомая функция $y = y(\xi, \eta)$. Уравнение для y является следствием уравнений состояния, неразрывности и проекции уравнения импульсов на нормаль. В качестве граничных условий для y используются $y = 0$ на теле и преобразованное условие для давления на ударной волне.

На первой глобальной итерации угол наклона ударной волны задавался аналитически [2]:

$$\operatorname{tg} \beta_s = \frac{1}{H_1} \frac{dy_s}{dx} = c \sqrt{(2c - 1)/c^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \operatorname{tg} \alpha, \quad \beta_s = \beta - \alpha.$$

Здесь β, α — углы наклона ударной волны и контура тела к оси симметрии; H_1 — коэффициент Ламе. Для функции $c = c(\xi)$ предложено полуэмпирическое дифференциальное уравнение

$$\frac{dc}{dx} = \frac{1 - k}{2R} c \sqrt{2c - 1},$$

при этом используются аппроксимационные формулы [7] для отхода и кривизны ударной волны в критической точке, условия непрерывности кривизны ударной волны в точке сопряжения сфера — конус и стремления на бесконечности угла ее наклона к углу Маха; параметр k лежит в пределах от 0,5 до 1 (для сферы он равен отношению кривизн ударной волны и тела при $\alpha = 0$). Продольная составляющая градиента давления на первой глобальной итерации аппроксимировалась как

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \omega \frac{p^i - p^{i-1}}{\xi^i - \xi^{i-1}} + (\omega - 1) \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^0,$$

причем $\omega = \gamma M^2 / [1 + (\gamma - 1)M^2]$ в дозвуковой области течения [8] и $\omega = 1$ в сверхзвуковой. Здесь γ — отношение удельных теплоемкостей; M — местное число Маха; $(\partial p / \partial \xi)^0$ — начальное распределение $\partial p / \partial \xi$.

Для вычисления новых значений $\partial p / \partial \xi$ и $\partial y_c / \partial \xi$ при переходе к следующей глобальной итерации распределение давления вдоль координатной линии $\eta = \text{const}$ и отход ударной волны сглаживались с помощью минимизации функционала

$$\int_0^{\xi_{\max}} [(\varphi - \varphi_0)^2 + \lambda^2 \dot{\varphi}^2] d\xi,$$

где φ_0 , φ — любая из функций до и после минимизации; точка обозначает производную по продольной координате; λ — параметр сглаживания [9]. При граничных условиях $\varphi(0) = \varphi_0(0)$, $\varphi(\xi_{\max}) = \varphi_0(\xi_{\max})$ экстремальная задача сводится к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\lambda^2 \frac{d\dot{\varphi}}{d\xi} = \varphi - \varphi_0, \quad \frac{d\varphi}{d\xi} = \dot{\varphi},$$

которая решалась разностным методом четвертого порядка точности аппроксимации [10]. Существенно, что при этом одновременно находились сглаженные поля φ и $\dot{\varphi}$. Такой способ вычисления $\dot{\varphi}$ эффективно учитывает распространение возмущений вверх по потоку, так как в новых значениях $\dot{\varphi}$ учитывается влияние всех точек вдоль каждой координатной линии $\eta = \text{const}$. Кроме того, в точке разрыва кривизны контура тела при высоком порядке аппроксимации формы ударной волны и проекции градиента давления не требуется применять специальные разностные формулы, как в [3, 5, 6], если поместить один из расчетных узлов в эту точку и учесть изменение шага на координатных линиях ($d\xi = d\xi_0 \sqrt{H_1^2 + (\cos \alpha / R_0 \cdot \partial y / \partial \xi)^2}$, $d\xi_0$ — шаг вдоль ξ при $\eta = 0$, R_0 — радиус затупления).

При заданных продольной составляющей градиента давления и форме ударной волны начальная по ξ и краевая по η задача решалась разностным методом [11], разработанным ранее авторами для решения нелинейных, существенно взаимосвязанных систем уравнений параболического типа. Использовалась неявная разностная схема повышенной точности аппроксимации [10], а к нелинейной системе разностных уравнений применялся метод Ньютона. Система для поправок решалась векторной прогонкой.

Проведенные методические расчеты на разных сетках показали достоверность полученных результатов.

На рис. 1 приведены результаты расчетов величины отхода ударной волны при обтекании сферы химически реагирующим девятикомпонентным частично ионизованным воздухом ($R_0 = 0,635$ см, $M_\infty = 15,3$, $Re_\infty = 1,5 \cdot 10^4$). Номера кривых на рис. 1 соответствуют номерам глобальных итераций N . Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [12]. Скорость сходимости глобальных итераций по различным параметрам для данного расчета иллюстрирует рис. 2. Кривая 1 отвечает отходу ударной волны, 2 — производной по продольной координате

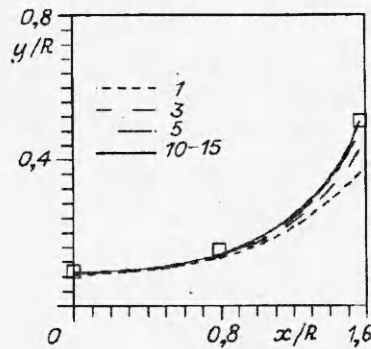


Рис. 1

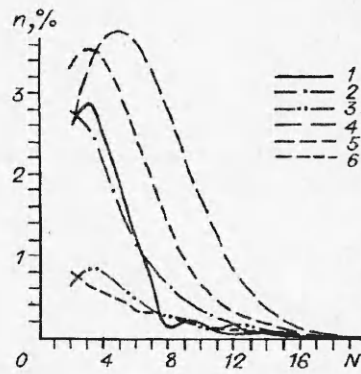


Рис. 2

от отхода ударной волны, 3 — давлению на поверхности тела, 4 — производной по продольной координате от давления на поверхности тела, 5 — производной по продольной координате от давления за ударной волной, 6 — конвективному тепловому потоку к поверхности тела. Заметим, что для установления отхода и формы ударной волны с точностью до $n = 1\%$ (в среднем квадратичном) требуется 6—7 глобальных итераций, однако распределение конвективного теплового потока к обтекаемой поверхности и давления на ней устанавливается после 2 глобальных итераций. В то же время для установления градиента давления по продольной координате необходимо 10—12 глобальных итераций.

На рис. 3 представлены результаты расчетов по некоторым алгебраическим моделям турбулентности конвективных тепловых потоков Q к боковой поверхности гиперboloида вращения моделирующего пространственное течение у линии растекания аппарата Space Shuttle [13]. Здесь z — координата вдоль оси симметрии, обезразмеренная на радиус кривизны в критической точке. Условия в набегающем потоке соответствуют высоте 45,3 км для реальной планирующей траектории входа в атмосферу Земли. Модели турбулентности Себечи—Смита, Лойцянского, Кендалла (соответственно кривые 2—4) дают в области развитого турбулентного режима течения величины тепловых потоков, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными [13]. В переходной же области течения перечисленные модели турбулентности приводят к заниженным тепловым потокам, что можно объяснить завышенным значением толщины вязкого подслоя, задаваемым в этих моделях. Однако учет влияния вязкого подслоя в модели Эскудиера (кривая 1) существенно увеличивает уровень тепловых потоков для всех режимов течения. Учет шероховатости обтекае-

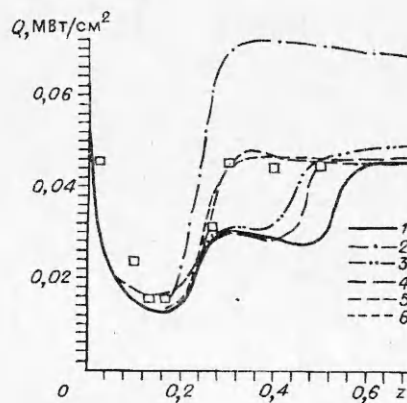


Рис. 3

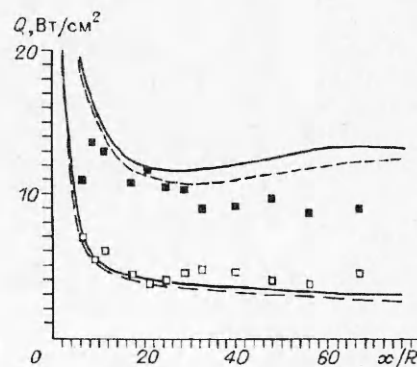


Рис. 4

мой поверхности в модели турбулентности Дэма (кривая б) уменьшает толщину вязкого подслоя и позволяет получить удовлетворительное согласование величин теплового потока с экспериментальными данными [13] в переходной области. Подбором коэффициентов в аппроксимационной зависимости для толщины вязкого подслоя в модели турбулентности Совершенного [14] также удается описать зоны переходного и развитого турбулентного режимов течения (кривая 5).

Представленные на рис. 4 данные показывают хорошее совпадение полученных распределений тепловых потоков вдоль поверхности с экспериментальными результатами [15] и расчетами других авторов [15] (штриховые линии) в случае обтекания затупленного по сфере тонкого длинного конуса ($R_0 = 1,01$ см, $\alpha = 5,25^\circ$, $M_\infty = 11$, $Re_\infty = 3,3 \cdot 10^5$) как при ламинарном (светлые квадратики), так и при турбулентном (темные) режиме течения. Используется уточненная в [11] модель турбулентности [14].

На рис. 5 приведено сравнение уровня ионизации в ударном слое при обтекании затупленного по сфере конуса ($R_0 = 15,4$ см, $\alpha = 9^\circ$) с результатами измерений, приведенными в [16] для двух различных условий в набегающем потоке (кривые 1 и 2 — $M_\infty = 25,9$, $Re_\infty = 6,28 \cdot 10^3$ и $M_\infty = 28,9$, $Re_\infty = 1,59 \cdot 10^3$ соответственно). Характер полученного распределения числовой плотности электронов N_e улавливается значительно лучше, чем в расчетах с применением параболизированных уравнений Навье—Стокса [16] (кривые отмечены звездочками), где рассматривалась семикомпонентная модель воздуха и использовались некаталитические граничные условия для заряженных компонентов.

Отметим, что предлагаемый метод позволяет существенно экономить ресурсы ЭВМ, так как в оперативной памяти требуется хранить только искомые функции в двух соседних сечениях. Кроме того, для сходимости требуется несколько глобальных итераций, что на порядок меньше числа глобальных итераций, необходимых в случае метода установления. При этом скорость сходимости не зависит от шага сетки в поперечном направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Davis R.T. Numerical solutions of the hypersonic viscous shock layer equations // AIAA J. — 1970. — V. 8, N 5. — P. 843—851.
2. Тирский Г.А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким потоком газа при наличии вдува // Науч. тр. Ин-та механики МГУ. — 1975. — № 39. — С. 5—38.
3. Васильевский С.А., Тирский Г.А., Утюжников С.В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // ДАН СССР. — 1985. — Т. 290, № 5. — С. 1058—1061.
4. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. — Новосибирск: Наука, 1981.
5. Srivastava B.N., Werle M.J., Davis R.T. Viscous shock-layer solutions for hypersonic spherecones // AIAA J. — 1978. — V. 16, N 2. — P. 137—144.
6. Глазков Ю.В., Тирский Г.А., Щербак В.Г. Метод решения параболизированных уравнений Навье — Стокса с использованием глобальных итераций // Мат. моделирование. — 1990. — Т. 2, № 8. — С. 31—41.
7. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. — М.: Машиностроение, 1975.
8. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 2.

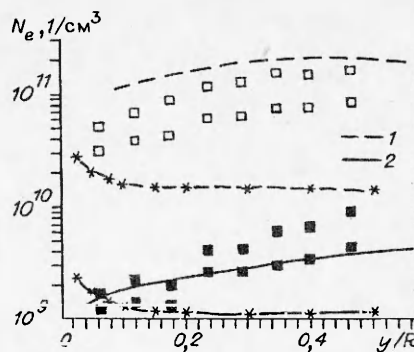


Рис. 5

9. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1987.
10. Петухов И.В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. — М.: Наука, 1964. — Т. 4. — С. 304—325.
11. Ковалев В.Л., Крупнов А.А. Многокомпонентный химически реагирующий турбулентный вязкий ударный слой у каталитической поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1989. — № 2. — С. 144—148.
12. Candler G. On the computation of shock shapes in nonequilibrium hypersonic flows. — N.Y., 1989. — (Paper/AIAA; N 312).
13. Zoby E.V. Analysis of STS-2 experimental heating rates and transition data. — N.Y., 1982. — (Paper/AIAA; N 822).
14. Совершенный В.Д., Алексин В.А. О расчете пограничного слоя на профилях при наличии зон ламинарного и турбулентного режимов течения // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1983. — № 2. — С. 68—72.
15. Hudson M. Evaluation of PNS-computed heating and hypersonic shock tunnel data on sharp and inclined blunt cones. — N.Y., 1989. — (Paper/AIAA; N 310).
16. Candler G., McCormack R.W. The computation of hypersonic ionized flow in chemical and thermal nonequilibrium. — N.Y., 1988. — (Paper/AIAA; N 511).

г. Москва

Поступила 10/ХІІ 1993 г.

УДК 532.582.31

И.В. Стурова

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ КАЧКЕ ПОГРУЖЕННОГО ТЕЛА ПРИ НАЛИЧИИ ХОДА В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

Исследуется качка на регулярном волнении горизонтального цилиндрического тела, расположенного в нижнем слое двухслойной жидкости. Тело движется равномерно на постоянной глубине в направлении, перпендикулярном своей оси, и совершает гармонические колебания под действием попутных или встречных волн. Решение данной задачи производится методами линейной теории. Набегающие на тело свободные волны, а также вынужденные качания погруженного тела и образующиеся волны предполагаются малыми. Жидкость считается идеальной и несжимаемой, а течение в каждом слое — потенциальным.

Имеющиеся в настоящее время теоретические исследования гидродинамической качки погруженного тела при наличии хода [1—8] выполнены только для однородной жидкости, когда единственный источник внешнего волнения — поверхностные волны. Более сложной задачей является изучение влияния внешнего волнения на тело, движущееся в стратифицированной жидкости. При этом волнение может быть вызвано как поверхностными, так и свободными внутренними волнами. Движение тела под свободной поверхностью однородной жидкости — частный случай этой задачи.

1. Постановка задачи. В невозмущенном состоянии верхний слой жидкости плотности ρ_1 имеет толщину H и занимает область $-\infty < \bar{x} < \infty$, $0 < y < H$, а нижний бесконечно глубокий слой плотности $\rho_2 = (1 + \epsilon)\rho_1$ ($\epsilon > 0$) — область $-\infty < \bar{x} < \infty$, $y < 0$, где \bar{x} — горизонтальная, а y — вертикальная координаты. Наряду с неподвижной системой координат (\bar{x}, y) вводится подвижная система $(x = \bar{x} - Ut, y)$, которая движется вместе с телом с постоянной скоростью U . Для простоты предполагается, что верхний слой жидкости ограничен твердой крышкой. В этом случае возможно существование только свободных внутренних волн, обусловленных наличием

© И.В. Стурова, 1994