

СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ В НАКЛОННЫХ СЛОЯХ ЖИДКОСТИ  
И ПРИ СТУПЕНЧАТОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕПЛООБМЕНА

А. Г. Кирдяжкин, Н. В. Мужина

(Новосибирск)

Приводятся результаты исследований гидродинамики и теплообмена при ламинарном течении жидкости в наклонных слоях, замкнутых по торцам, а также в слоях жидкости при ступенчатом изменении температуры поверхностей теплообмена в условиях свободной конвекции.

Исследования гидродинамики и устойчивости течения жидкости в наклонных слоях с продольным размером  $H$  и шириной  $l$ , замкнутых по торцам, в режиме теплопроводности представлены в работах [1,2]. Экспериментально найдены значения коэффициентов теплообмена при различных углах наклона неустойчиво стратифицированного по толщине слоя [3]. В работе [4] представлены исследования теплообмена при малых числах Рэлея  $R$  при сложных граничных условиях.

В настоящее время известно [5-7], что переход от режима теплопроводности, при котором вертикальный градиент температуры  $\beta$  в среднем вертикальном сечении равен 0, к режиму пограничного слоя, где  $\beta \neq 0$ , не означает возникновения неустойчивости ламинарного течения. При конечных размерах относительной высоты слоя  $h = H/l$  и  $\beta \neq 0$  по мере увеличения числа  $R$  наблюдается непрерывное изменение профилей скорости и температуры, которые при определенных  $R$ ,  $h$  и числах Прандтля  $P$  теряют устойчивость в гидродинамическом смысле. В наклонных слоях жидкости при неустойчивой стратификации по толщине слоя картина течения более сложная. Данная статья посвящена экспериментальному исследованию профилей температур и скорости в режиме пограничного слоя ( $\beta \neq 0$ ) в наклонных слоях жидкости при устойчивой стратификации, когда температура верхней поверхности теплообмена  $t_1$  больше температуры нижней  $t_2$ , а также исследованию гидродинамики течения при ступенчатом изменении температуры поверхностей теплообмена.

Рассмотрим задачу о течении жидкости в наклонных относительно вертикали на угол  $\alpha$  тонких слоях  $h \gg 1$  при  $\beta \neq 0$  и при постоянной температуре поверхности теплообмена. В сечении с продольной координатой  $z = 0.5h$  и в окрестности точки с безразмерной координатой  $x$ , нормальной к поверхностям теплообмена, равной 0.5, в силу симметрии горизонтальная составляющая скорости  $v = 0$  и производная от вертикальной составляющей  $\partial w / \partial z = 0$ .

В этом случае имеем следующую систему уравнений:

$$R\theta \cos \alpha = B \frac{\partial p}{\partial z} - P^{1/2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad R\theta \sin \alpha = -B \frac{\partial p}{\partial x}, \quad P^{1/2} w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2},$$

$$B = \frac{gl^3}{av} \quad (1)$$

Здесь  $\theta$  — безразмерная температура,  $p$  — давление,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $a$  — коэффициент температуропроводности,  $v$  — коэф-

коэффициент кинематической вязкости. В качестве единицы длины, температуры, давления, скорости приняты следующие величины:

$$l, t_1 - t_2, \rho_0 g l, (av)^{1/2} / l$$

В стационарных условиях уравнения (1) должны удовлетворять граничным условиям  $w = 0, \theta = 1$  при  $x = 0$ ;  $w = 0, \theta = 0$  при  $x = 1$  и  $w = 0$  при  $x = 0.5$ .

Из системы уравнений (1) следует, что  $\beta = \text{const}$  и

$$(D^4 + 4m^4)w = 0 \quad (2)$$

где

$$D = \partial/\partial x, 4m^4 = \beta R \cos \alpha$$

Решение уравнения (2) в приближении теории пограничного слоя [7] может быть получено в следующем виде:

$$w = - \frac{R \cos \alpha}{4P^{1/2} m^2 (f_2 - 1)} [f_1 \cos mx \operatorname{sh} mx + \quad (3)$$

$$+ f_2 \exp mx \sin mx + \exp(-mx) \sin mx]$$

$$\theta = \frac{t - t_{x=0.5}}{t_1 - t_{x=0.5}} = - \frac{1}{f_2 - 1} [f_2 \sin mx \operatorname{ch} mx - \quad (4)$$

$$- f_2 \exp mx \cos mx + \exp(-mx) \cos mx]$$

где

$$f_1 = - \frac{f_2 \sin^{1/2} m \exp^{1/2} m + \sin^{1/2} m \exp(-1/2 m)}{\cos^{1/2} m \operatorname{sh}^{1/2} m}$$

$$f_2 = \frac{\exp(-1/2 m) \sin^{1/2} m \cos m \operatorname{sh} m - \exp(-m) \sin m \cos^{1/2} m \operatorname{sh}^{1/2} m}{\exp m \sin m \cos^{1/2} m \operatorname{sh}^{1/2} m - \exp^{1/2} m \sin^{1/2} m \cos m \operatorname{sh} m}$$

Задача состоит в экспериментальной проверке справедливости полученных решений (3) и (4), а также в определении условий  $R, P, h, \alpha$ , при которых  $\beta = \text{const}$ .

Экспериментальная установка состоит из двух плоских теплообменников, имеющих различную температуру поверхностей ( $t_1 > t_2$ ).

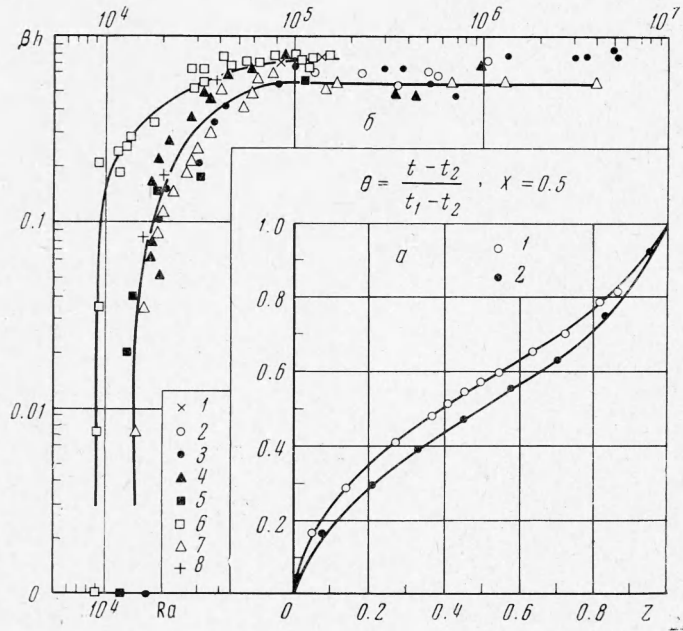
Теплообменники выполнены из меди и имеют размеры  $25 \times 55 \times 395$  мм<sup>3</sup>. Постоянство температур поверхностей теплообмена обеспечивалось циркулирующей в полости теплообменника термостатированной водой. Температура поверхностей теплообмена измерялась с помощью нихром-константановой термопары диаметром 0.2 мм. Термопары протягивались в отверстия диаметром 1.5 мм, расположенные вдоль поверхности теплообмена на расстоянии 0.5 мм от последней и через отверстие 0.5 мм выводились к поверхности и зачеканивались.

Э.д.с. термопар измерялись низкоомным потенциометром постоянного тока Р-306 с гальванометром М-195/1. Температурный градиент на поверхности теплообмена был пренебрежимо мал.

Пластины помещались в контейнер с передней прозрачной стенкой. Параллельность поверхностей теплообмена обеспечивалась калиброванной по толщине рамкой, которая помещалась между ними. Экспериментальный объем ограничивался поверхностями теплообмена, калиброванной рамкой из оргстекла и стеклянной стенкой контейнера. Контейнер с теплообменниками устанавливался на конструкцию, позволяющую изменять угол  $\alpha$  наклона слоя относительно вертикали. Положительным углом наклона считался такой, когда нагрев осуществлялся сверху. В качестве рабочей жидкости использовались вода, 96%-ный этиловый спирт, 97%-ный глицерин.

Нижняя граница справедливости решений (3), (4) может быть определена по изменению  $\beta$  при различных значениях  $R$ ,  $\alpha$ . Число Рэлея, при котором  $\beta \rightarrow 0$ , и будет границей справедливости решений (3), (4).

Температура в наклонных слоях жидкости измерялась с помощью медь-константанового температурного зонда, изготовленного из термодпарных проводов диаметром 0.06 мм. Термопара в одилась сверху слоя



Фиг. 1

вблизи вертикального торца по капилляру диаметром 0.2 мм, затем на расстоянии 12 мм в глубину слоя по капилляру 0.5, и 15 мм составлял свободный конец термопары.

Термопарный зонд вводился в верхнем торце слоя через отверстие в калиброванной рамке и проходил вдоль бокового торца слоя. Конструкция зонда позволяла определять температуру в любой точке одного вертикального сечения. Координаты положения термопары определялись с помощью микроскопа пятикратного увеличения. Температуры измерялись в различных поперечных сечениях по высоте слоя для заданного числа Рэлея, угла наклона  $\alpha$ . По замеренному температурному полю в слое строилась зависимость  $\theta = f(z)$  для сечения  $x = 0.5$ .

На фиг. 1, а представлены зависимости  $\theta = f(z)$  в сечении  $x = 0.5$  для различных углов наклона слоя этилового спирта. Точки 1 получены в слое  $\alpha = 30^\circ$ ,  $R = 5.25 \cdot 10^4$ ,  $l = 5.9$  мм,  $h = 37.5$ , а точки 2 — в слое  $\alpha = 70^\circ$ ,  $R = 3.1 \cdot 10^5$ ,  $l = 8.2$  мм,  $h = 19.5$ .

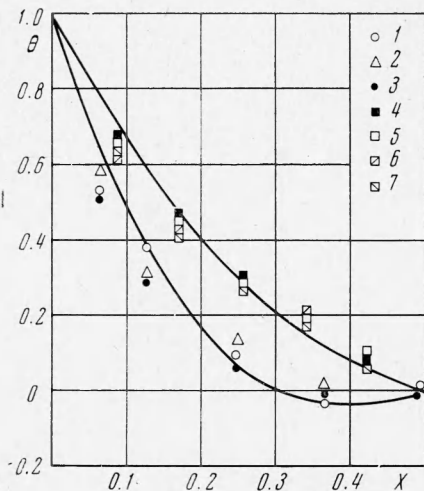
Как видно из фигуры 1, а наблюдается постоянный градиент температуры по высоте в центральной части слоя при различных углах наклона.

На фиг. 1, б представлены экспериментальные значения температурных градиентов по высоте слоя в сечении  $x = 0.5$  при различных углах наклона, размерах слоя и числах  $P$ ,  $R$ . Этиловый спирт  $P = 14$  представлен точками 1 —  $\alpha = 30^\circ$ ,  $h = 37.5$ ; 2 —  $\alpha = 50^\circ$ ,  $h = 19.4$ ; 3 —  $\alpha = 70^\circ$ ,  $h = 10 \div 35$ ; 4 —  $\alpha = 0$ ,  $h = 18 \div 55$ . Вода с  $P = 6$  представлена экспериментальными точками 5 —  $\alpha = 70^\circ$ ,  $h = 37.5$ ; 6 —  $\alpha = 0$ ,  $h = 8 \div 38$ . Точками 7 отмечены экспериментальные данные для парафина

с  $P = 10^5$ ,  $\alpha = 0$  [6]. Глицерину  $P = 10^3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $h = 13 \div 17$  соответствуют точки 8.

Из фиг. 1, б следует, что при  $P = 14 \div 10^3$  граница режима теплопроводности ( $\beta = 0$ ) не зависит от угла наклона и соответствует значению  $R = 1.3 \div 1.6 \cdot 10^4$ . При  $P \sim 6$  наблюдается зависимость границы режима теплопроводности от угла наклона. Если при  $\alpha = 0$   $R = 9 \cdot 10^3$ , то при угле наклона  $\alpha = 70^\circ$   $R = 1.3 \cdot 10^4$ .

При возникновении неустойчивости течения наблюдается возрастание  $\beta h$  до значения  $\beta h \sim 0,7 \div 0,8$  для жидкости с  $P \sim 6$ , а также при больших углах наклона, когда возникает неустойчивость вида продольного валика.



Фиг. 2

На фиг. 2 сопоставляются экспериментальные профили температуры с зависимостью (4). В слое с  $\alpha = 70^\circ$ ,  $R = 3.1 \cdot 10^5$ ,  $l = 8.2$  мм,  $H = 160$  мм измерены на различной высоте профили температуры  $\theta = (t - t_{x=0.5}) / (t_1 - t_{x=0.5})$ . Они отмечены точками 1 —  $z = 52.5$  мм, 2 —  $z = 72.5$  мм, 3 —  $z = 92.5$  мм. При  $\alpha = 30^\circ$ ,  $R = 5.25 \cdot 10^5$ ,  $H = 220$  мм,  $l = 5.9$  мм измерениям соответствуют точки 4 —  $z = 90$  мм, 5 —  $z = 100$  мм, 6 —  $z = 110$  мм, 7 —  $z = 120$  мм. Сплошные линии соответствуют теоретическому решению (4) для приведенных условий. Как видно из фигуры, наблюдается удовлетворительное соответствие экспериментальных

и теоретических профилей температуры на большей части высоты слоя при различных углах наклона.

Скорости течения жидкости в слое определялись методом фиксации траектории движения взвешенных частиц с помощью фотокамеры.

Для визуализации потока в слой жидкости помещались алюминиевые частицы размером  $5 \div 15$  мк. Время экспозиции фотоаппарата периодически тарировалось. Съемки картины течения проводились на расстоянии  $\sim 3l$  от вертикального торца слоя, что позволяло избежать погрешности от торцевых эффектов.

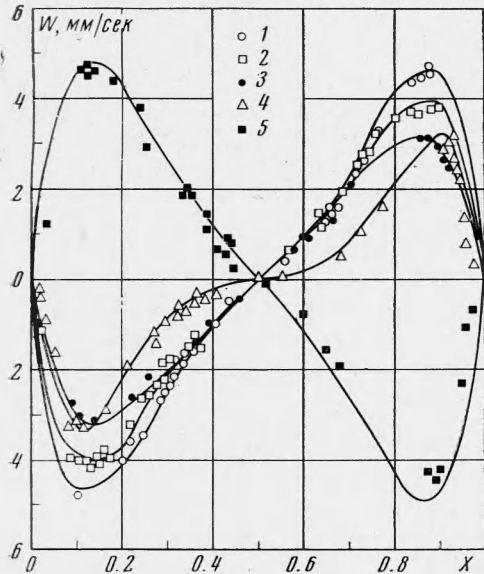
На фиг. 3 представлены профили скорости при различных углах наклона. Результаты расчета по (3) представлены кривыми, а результаты экспериментальных исследований для слоя  $l = 8.2$  мм,  $h = 19.5$  — точками 1 —  $\alpha = 30^\circ$ ,  $R = 2.4 \cdot 10^5$ ; 2 —  $\alpha = 50^\circ$ ,  $R = 2.4 \cdot 10^5$ ; 3 —  $\alpha = 70^\circ$ ,  $R = 3.15 \cdot 10^5$ .

Как видно из фиг. 3, наблюдается хорошее совпадение результатов эксперимента и расчета по формуле (3).

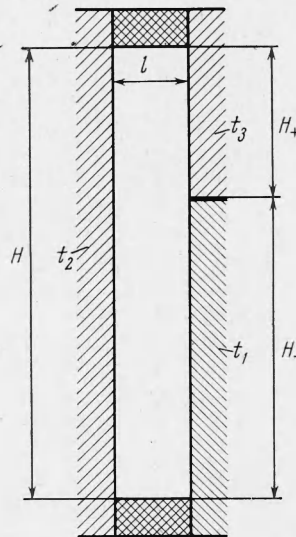
Экспериментальные исследования естественной конвекции в вертикальных слоях жидкости ( $\alpha = 0$ ) при ступенчатом изменении перепада температур по высоте слоя проводились на установке, состоящей из трех плоских теплообменников, схема которой представлена на фиг. 4. Каждый из теплообменников изготовлен из двух медных пластин, спаянных так, что между ними имеется щель размером  $7 \times 60$  мм<sup>2</sup>. В щели теплообменника циркулирует термостатированная вода. Теплообменники 1, 2, 3 имели соответственно следующие размеры:  $27 \times 80 \times 160$  мм<sup>3</sup>,  $27 \times 80 \times 250$  мм<sup>3</sup>,  $27 \times 80 \times 90$  мм<sup>3</sup>. Теплообменник 3 устанавливался над теплообменником 1 так, что они составляли одну плоскую поверхность

теплообмена. Пластины разделялись теплоизолирующей пластиной толщиной 1 мм. Таким образом, в слое жидкости, замкнутом по торцам, создавались условия, когда температура одной поверхности теплообмена была постоянной по высоте ( $t_2$ ), а температура другой изменялась ступенчато ( $t_1, t_3$ ). Методика экспериментальных исследований приведена выше.

Исследования гидродинамики течения жидкости проводились для различных видов температурных скачков:  $t_3 > t_2 > t_1$ ,  $t_1 > t_2 > t_3$ ,  $t_2 > t_1 > t_3$ ,  $t_2 > t_3 > t_1$ .



Фиг. 3



Фиг. 4

При температурном скачке вида  $t_3 > t_2 > t_1$  на высоте температурного скачка создаются условия устойчивой стратификации и потоки противоположно направлены. В этом случае на высоте температурного скачка отсутствует конвективное перемешивание и образуются два независимых одно от другого течения выше и ниже температурного скачка.

На фиг. 5, а представлена картина течения жидкости в области скачка температуры для слоя  $l = 5.9$  мм,  $h_+ = 12$ ,  $R_+ = 8.3 \cdot 10^4$ ,  $h_- = 25.5$ ,  $R_- = 8 \cdot 10^4$ .

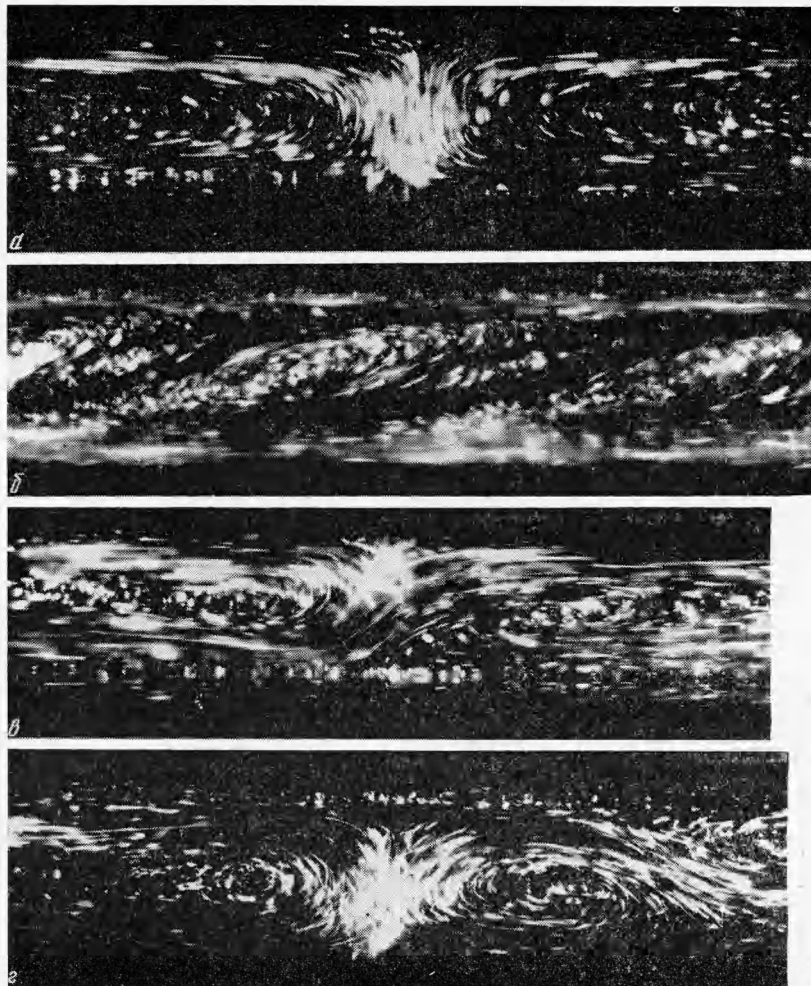
Представленный на фиг. 6 профиль температуры  $\theta = (t - t_2) / (t_1 - t_2)$  для слоя ниже скачка температуры и  $\theta_+ = (t - t_2) / (t_3 - t_2)$  для верхнего слоя показал, что характер изменения температуры по высоте слоев выше и ниже скачка температуры тот же самый, что и в слое с постоянной разностью температур поверхностей теплообмена по высоте: наблюдается область постоянного градиента температуры в слоях ниже и выше скачка, величина  $\beta h$ , вычисленная независимо для верхнего и нижнего течения, равна  $\sim 0.5$ . Замеры проведены в слое этилового спирта  $l = 8$  мм,  $h_- = 18.7$ ,  $R_- = 1.9 \cdot 10^5$ ,  $h_+ = 8.7$ ,  $R_+ = 2.08 \cdot 10^5$  в сечении  $x = 0.5$ .

Исследования гидродинамики течения жидкости показали, что профили скорости в сечении  $0.5 h_+$  для верхнего слоя (выше скачка температуры) и в сечении  $0.5 h_-$  для нижнего слоя (ниже скачка температуры) соответствуют решению (3). На фиг. 3 точками 4 представлены экспериментальные значения скорости в верхней части слоя  $l = 8$  мм,  $h_+ = 8.7$ ,  $R_+ = 1.95 \cdot 10^5$ , точками 5 — в слое ниже скачка  $h_- = 18.7$ ,  $R_- = 1.9 \cdot 10^5$ .



На этих же графиках нанесены теоретические профили скорости (3) справедливые для отдельного слоя жидкости с  $\Delta t = \text{const}$  по высоте.

Как видно из фиг. 3 наблюдается хорошее совпадение теоретических профилей с экспериментальными.



Фиг. 5

Как и в слое с  $\Delta t = \text{const}$  по высоте, в верхнем и нижнем слоях при соответствующих размерах и числах  $R$  возникают ячеистые течения (фиг. 5, б).

На фотографии 5, б представлена картина течения в центре нижней части слоя  $l = 8$  мм,  $h_- = 18,6$ ,  $R_- = 8,8 \cdot 10^5$ .

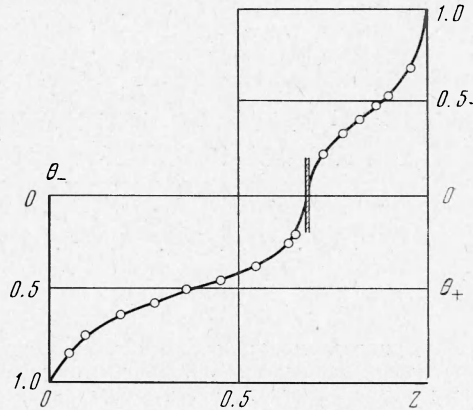
Таким образом, при температурном распределении вида  $t_3 > t_2 > t_1$  выше и ниже температурного скачка имеют место независимые одно от другого течения.

При температурном скачке  $t_1 > t_2 > t_3$  также наблюдаются встречные течения, однако в противоположность случаю  $t_3 > t_2 > t_1$ , в области скачка температуры существуют условия неустойчивой стратификации

( $\partial t/\partial z < 0$ ). На высоте скачка температуры возникают неустойчивые течения. Как видно из фиг. 5, в, в области скачка температуры наблюдаются течения, похожие на переплетающиеся струйки. На фотографии представлена область скачка температур в слое с параметрами  $l = 5.9$  мм,  $h_- = 25.5$ ,  $R_- = 2.4 \cdot 10^4$ ,  $h_+ = 11.9$ ,  $R_+ = 7.8 \cdot 10^4$ . По мере увеличения числа  $R$  течение все более усложняется (фиг. 5, з), и уже при числах  $R_+ = 2.66 \cdot 10^5$  и  $R_- = 2.84 \cdot 10^5$  на высоте температурного скачка имеет место интенсивное перемешивание.

На фиг. 5, г представлена область температурного скачка с указанными значениями  $R$  в верхнем и нижнем слое и с размерами  $l = 8$  мм,  $h_- = 18.7$ ,  $h_+ = 8.75$ .

При температурных скачках видов  $t_2 > t_1 > t_3$ ,  $t_2 > t_3 > t_1$  существует общее подъемное течение у одной поверхности и опускное у другой. Наличие температурного скачка сказывается на более раннем возникновении неустойчивости вида бегущей волны.



Фиг. 6

Поступила 29 IV 1974

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З. К вопросу об устойчивости плоского конвективного движения жидкости. Ж. техн. физ., 1955, т. 25, вып. 2.
2. Бирах Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н. Гидродинамическая и тепловая неустойчивость стационарного конвективного движения. ПММ, 1968, т. 32, вып. 2.
3. Дропкин, Сомерскей л з. Теплопередача путем естественной конвекции в жидкостях, ограниченных двумя параллельными плоскими поверхностями, которые располагаются под различными углами наклона к горизонтали. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Сер. С, Теплопередача, 1965, № 1.
4. Лыков А. В., Мартыненко О. Г., Берковский Б. М., Аеров В. Е., Фертман В. Е. Некоторые вопросы ламинарной естественной конвекции в вертикальной щели с произвольной температурой стенок. Тепло- и массо-перенос. М., «Энергия», 1968, т. 1.
5. Сорокин М. П. Свободная конвекция жидкости в полости, происходящая в условиях пограничного слоя. Инж.-физ. ж., 1961, № 8.
6. Elder J. W. Laminar free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, pt 1.
7. Кирдяшкин А. Г., Леонтьев А. И. Исследование гидродинамики и теплообмена в вертикальных слоях жидкости при свободной конвекции. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, вып. 5.