DOI: 10.34020/2073-6495-2021-3-146-155

УДК 330.45

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ДЛЯ ДИСПЕРСИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Ганичева А.В.
Тверская государственная сельскохозяйственная академия
E-mail: TGAN55@yandex.ru

Ганичев А.В.
Тверской государственный технический университет
E-mail: alexej.ganichev@yandex.ru,

Рассматривается проблема уменьшения числа наблюдений для построения доверительного интервала дисперсии с заданной степенью точности и надежности. Разработанный в статье новый метод построения интервальной оценки дисперсии сформулирован тремя утверждениями и обоснован четырьмя доказанными теоремами. Выведены формулы для расчета необходимого числа наблюдений в зависимости от точности и надежности оценки. Результаты расчетов представлены в таблице и изображены на диаграмме. Показана универсальность и эффективность данного метода. Универсальность метода заключается в том, что он применим для любых законов распределения вероятностей, а не только для нормального закона. Эффективность разработанного метода обосновывается путем сравнения его быстродействия с другими известными методами.

Ключевые слова: случайная величина, выборка, дисперсия, теорема Чебышева, закон распределения вероятностей, число наблюдений.

METHOD FOR CONSTRUCTING A CONFIDENCE INTERVAL FOR THE VARIANCE OF A RANDOM VARIABLE

Ganicheva A.V.
Tver State Agricultural Academy
E-mail: TGAN55@yandex.ru

Ganichev A.V.
Tver State Technical University
E-mail: alexej.ganichev@yandex.ru

The problem of reducing the number of observations for constructing a confidence interval of variance with a given degree of accuracy and reliability is considered. The new method of constructing an interval estimate of variance developed in the article is formulated by three statements and justified by four proven theorems. Formulas for calculating the required number of observations depending on the accuracy and reliability of the estimate are derived. The results of the calculations are presented in the table and shown in the diagram. The universality and effectiveness of this method is shown. The universality of the method lies in the fact that it is applicable to any laws of probability distribution, and not only for the normal law. The effectiveness of the developed method is justified by comparing its performance with other known methods.

Keywords: random variable, sample, variance, Chebyshev's theorem, probability distribution law, number of observations.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема статистического оценивания показателей, характеризующих случайные явления и процессы, является одной из важнейших в технических, экономических и социальных системах. Для этого используются точечные и интервальные оценки параметров законов распределения случайных величин. Показателями качества интервальных оценок являются объем репрезентативности, а также точность и надежность для имеющегося разброса значений наблюдений элементов выборки. Часто для получения приемлемых оценок необходимо очень большое количество наблюдений, получить которое практически невозможно [4]. Поэтому проблема сокращения количества наблюдений для получения качественной оценки является актуальной [5].

В данной статье разработан новый метод построения доверительных интервалов для дисперсий любых законов распределения вероятностей, а не только для нормального распределения. Метод рассмотрен для независимой выборки, элементы которой до опыта рассматриваются как независимые случайные величины.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Пусть X – произвольная случайная величина, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – ее выборка, m_x – генеральная средняя, D_x – генеральная дисперсия, $S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$ – выборочная дисперсия, $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ – выборочная средняя.

Построим доверительный интервал для D_x. Для этого докажем несколько утверждений.

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n$ – независимые случайные величины, причем $M[X_i] = M[X],\; D[X_i] = D[X],\; i = \overline{1, n},\; M[\overline{x}] = m_x,\; D[\overline{x}] = \frac{D_x}{n}$.

Утверждение 1.

$$K_{x_j\overline{x}} = \frac{1}{n} D_x, \text{ если } x_j \in \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}. \tag{1}$$

Доказательство.

Найдем

$$K_{x_j\overline{x}} = M\left[x_j \cdot \frac{1}{n}(x_1 + \ldots + x_j + \ldots + x_2)\right] - m_x^2 =$$

$$= \frac{1}{n} M[x_j x_1 + \ldots + x_j^2 + \ldots + x_j x_n] - m_x^2 =$$

$$= \frac{1}{n} M\left[\sum_{i \neq j} x_j x_i\right] + \frac{1}{n} M[x_j^2] - m_x^2 = \frac{n-1}{n} m_x^2 + \frac{1}{n}(m_x^2 + D_x) - m_x^2 = \frac{1}{n} D_x.$$

Утверждение 2.

Пусть $x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in}$ – выборки случайной величины X_i, $\overline{x}_i$ ее среднее значение. Тогда

$$D\left[(x_i - \overline{x})^2\right] \geq \frac{1}{m} D_x^2, \tag{2}$$

где $m \geq \dfrac{2}{n-2}$ и $n > 2$.

Доказательство.

Имеем: $D\left[(x_i - \overline{x}_i)^2\right] = \dfrac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 - \left(\dfrac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^2\right)^2.$

Здесь во избежание громоздкости записи используется сокращение

$$\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^s = \sum_{j=1}^{n} (x_{ij} - \overline{x}_i)^s.$$

Раскроем правую часть неравенства (2):

$$\frac{1}{m} D_x^2 = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^2\right)^2.$$

Найдем разность

$$\frac{1}{m} D_x^2 - D\left[(x_i - \overline{x}_i)^2\right] = \frac{1}{mn^2}\left(\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^2\right)^2 - \frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 + \left(\frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^2\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{mn^2}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 + \frac{2}{mn^2}\sum_{j<k} (x_{ij} - \overline{x}_i)^2 (x_{ik} - \overline{x}_i)^2 - \frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 +$$

$$+ \frac{1}{n^2}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 + \frac{2}{n^2}\sum_{j<k} (x_{ij} - \overline{x}_i)^2 (x_{ik} - \overline{x}_i)^2 = \frac{m(1-n)+1}{mn^2}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 +$$

$$+ \frac{2(m+1)}{mn^2}\sum_{j<k} (x_{ij} - \overline{x}_i)^2 (x_{ik} - \overline{x}_i)^2 \leq \frac{m(1-n)+1}{mn^2}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 + \frac{(m+1)}{mn^2}\sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4 =$$

$$= \frac{m(2-n)+2}{mn^2} \cdot \sum (x_{ij} - \overline{x}_i)^4.$$

Очевидно, полученное выражение меньше нуля при $m \geq \dfrac{2}{n-2}$ и $n > 2$, причем минимальное m будет равно $\dfrac{2}{n-2}$ $(n > 2)$.

Утверждение доказано.

Утверждение 3.

Пусть $x_i, x_j \in \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Тогда

$$K_{(x_i - \overline{x})^2, (x_j - \overline{x})^2} = \frac{1}{n^2} D_x^2. \tag{3}$$

Доказательство.

Имеем:

$$K_{(x_i-\overline{x})^2,(x_j-\overline{x})^2}=M\left[\left((x_i-\overline{x})^2-M\left[(x_i-\overline{x})^2\right]\right)\cdot\left((x_j-\overline{x})^2-M\left[(x_j-\overline{x})^2\right]\right)\right]=$$

$$=M\left[(x_i-\overline{x})^2\cdot(x_j-\overline{x})^2\right]-M\left[(x_i-\overline{x})^2\cdot M\left[(x_j-\overline{x})^2\right]\right]-$$

$$-M\left[(x_j-\overline{x})^2\cdot M\left[(x_i-\overline{x})^2\right]\right]+M\left[(x_i-\overline{x})^2\right]\cdot M\left[(x_j-\overline{x})^2\right]=$$

$$=M\left[(x_i-\overline{x})^2\cdot(x_j-\overline{x})^2\right]-M\left[(x_i-\overline{x})^2\right]\cdot M\left[(x_j-\overline{x})^2\right].$$

При этом $M\left[\left(x_i-\overline{x}\right)^2\right]=\left(M\left[x_i-\overline{x}\right]\right)^2+D\left[x_i-\overline{x}\right]=D\left[x_i\right]+D\left[\overline{x}\right]-2K_{x_i\overline{x}}$.

С учетом Утверждения 1 получаем:

$$M\left[(x_i-\overline{x})^2\right]=\frac{n-1}{n}D_x. \tag{4}$$

Найдем при $i\neq j$:

$$M\left[\left((x_i-\overline{x})(x_j-\overline{x})\right)^2\right]=\left(M\left[(x_i-\overline{x})(x_j-\overline{x})\right]\right)^2+D\left[(x_i-\overline{x})(x_j-\overline{x})\right]=$$

$$=\left(M\left[x_ix_j-x_i\overline{x}-\overline{x}x_j+(\overline{x})^2\right]\right)^2+D\left[x_i-\overline{x}\right]\cdot D\left[x_j-\overline{x}\right]+$$

$$+\left(M\left[x_i-\overline{x}\right]\right)^2\cdot D\left[x_j-\overline{x}\right]+\left(M\left[x_j-\overline{x}\right]\right)^2\cdot D\left[x_i-\overline{x}\right]=$$

$$=\left(M\left[x_ix_j\right]-M\left[x_i\overline{x}\right]-M\left[\overline{x}x_j\right]+M\left[(\overline{x})^2\right]\right)^2+D\left[x_i-\overline{x}\right]\cdot D\left[x_j-\overline{x}\right]=$$

$$=\left(\frac{D_x}{n}\right)^2+\left(D_x+\frac{D_x}{n}-2K_{x_i\overline{x}}\right)\left(D_x+\frac{D_x}{n}-2K_{x_j\overline{x}}\right).$$

Отсюда следует, что

$$M\left[\left((x_i-\overline{x})(x_j-\overline{x})\right)^2\right]=\left(\frac{1}{n^2}+\frac{(n-1)^2}{n^2}\right)D_x^2. \tag{5}$$

Итак, из (4) и (5) следует Утверждение 3.

Теорема 1. Имеет место неравенство:

$$D\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right]\geq\frac{n^2+2m}{(n-1)^2nm}D_x^2. \tag{6}$$

Доказательство.

Преобразуем

$$D\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right]=\frac{1}{(n-1)^2}D\left[\sum_{i-1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right]=$$

$$=\frac{1}{(n-1)^2}\left[\sum_{i-1}^{n}D\left[x_i-\overline{x}\right]^2+2\sum_{i<j}K_{(x_i-\overline{x})^2,(x_j-\overline{x})^2}\right].$$

С использованием утверждений 2 и 3 данное выражение преобразуется к виду:

$$D\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right] \geq \frac{1}{(n-1)^2}\left(\frac{n}{m}\cdot D_x^2+\frac{2nD_x^2}{n^2}\right)=\frac{n^2+2m}{(n-1)^2\cdot nm}D_x^2. \qquad (7)$$

Теорема доказана.

Из теоремы Чебышева следует, что

$$1-\alpha = P\left(\left|D_x - S_x^2\right| \leq \varepsilon\right) \geq 1-\frac{D\left[S_x^2\right]}{\varepsilon^2}.$$

Отсюда

$$\frac{D\left[S_x^2\right]}{\varepsilon^2}=\frac{D\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right]}{\varepsilon^2} \geq \alpha.$$

Воспользуемся теоремой 1, усилив неравенство (7). Получим:

$$\frac{D_x^2(n^2+2m)}{\varepsilon^2(n-1)^2\cdot nm} \geq \alpha,$$

или

$$\frac{(S_x^2-\varepsilon)^2}{\varepsilon^2\alpha} \geq \frac{(n-1)^2 nm}{n^2+2m}. \qquad (8)$$

Предположим, что $\varepsilon = S_x^2 \cdot \varepsilon_1$, где ε_1 задано и $0 < \varepsilon_1 \leq 1$. Тогда выражение $\left(\frac{S_x^2-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2$ преобразуется к виду $\left(1-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)^2$. С учетом этого формула (8) будет иметь вид:

$$\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)^2 \geq \frac{(n-1)^2 nm}{n^2+2m}. \qquad (9)$$

Обозначим $\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)^2$ через a, тогда $a \geq \frac{(n-1)^2 nm}{n^2+2m}$.

Выразив из (9) m, при условии, что $(n-1)^2 n - 2a > 0$, получим

$$m \leq \frac{an^2}{(n-1)^2 n - 2a}. \qquad (10)$$

При этом $m \geq \frac{2}{n-2}$ и $n \geq 3$, и правая часть неравенства (10) не меньше, чем $\frac{2}{n-2}$.

Будем считать, что $m = \dfrac{2}{n-2}$, так как в этом случае разность между левой и правой частью неравенства (2) будет минимальной. Значит, с учетом (9) получим систему относительно n:

$$\begin{cases} (n-1)^2 n - 2a > 0, \\ m = \dfrac{2}{n-2} \quad (n > 2), \\ a \ge \dfrac{(n-1)^2 nm}{n^2 + 2m}, \\ \dfrac{an^2}{(n-1)^2 n - 2a} \ge \dfrac{2}{n-2}. \end{cases} \tag{11}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Будем рассматривать значения α в диапазоне $[0{,}01; 0{,}4]$. Большие значения использовать нецелесообразно, так как надежность оценки менее 50 % связана с грубым описанием рассматриваемой ситуации. В этом случае надо переходить к противоположному событию. Значение ε_1 будем применять из диапазона [0,01; 0,5], поскольку если взять, например, $\varepsilon_1 = 0{,}5$, то $D_x \le S_x^2 + 0{,}5 S_x^2 = 1{,}5 S_x^2$. Тогда $\sigma_x \le 1{,}2247 S_x$, $3\sigma_x \le 3{,}6714 S_x$.

Относительная погрешность составит $\dfrac{3{,}6714 S_x - 3S_x}{3S_x} = \dfrac{0{,}6741 S_x}{3} \cdot 100\,\% = 22\,\%$, т.е. это ориентировочная точность [2].

При больших значениях ε_1 погрешность будет больше.

Минимальное значение $n_{\min}$ (найдено с помощью MS Excel), при котором выполняется первое неравенство системы (10), в зависимости от α и ε_1 показано в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость $n_{\min}$ от α и ε_1

ε_1	α					
	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
0,01	126	74	59	47	41	38
0,05	43	26	21	17	15	13
0,1	26	16	13	11	9	9
0,2	16	10	8	7	6	6
0,3	11	7	6	5	5	4
0,4	9	6	5	4	4	3
0,5	7	5	4	3	3	3

Заметим, что при S_x = 0,5 и 0,4 при α = 0,4 целое значение $n_{\min}$ = 2. Однако, согласно утверждению 2, $n > 2$. Поэтому для данных случаев положим $n_{\min} = 3$.

На рисунке представлена диаграмма этой зависимости для $\alpha \in [0{,}01; 0{,}4]$, $\varepsilon_1 \in [0{,}01; 0{,}5]$.

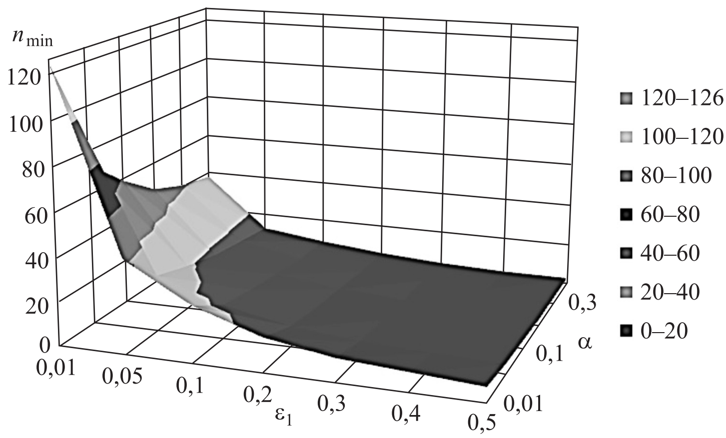

График зависимости n_{min} от α и ε_1

Из диаграммы видно, что n_{min} очень быстро возрастает с уменьшением ε_1.

При сделанных допущениях минимальное значение a = 13,6111 при α = 0,4 и ε_1 = 0,3. Покажем, что в этом случае выполняется третье неравенство системы (11). Имеем: n_{min} = 4, тогда m = 1. Надо проверить выполнение неравенства:

$$13,6111 \geq \frac{n_{\min}(n_{\min}-1)^2}{n_{\min}^2+2} \quad \text{при} \quad n_{\min}=4.$$

Это верное неравенство, так как правая часть равна 2.

Теорема 2. При выполнении первого и второго неравенства системы (11) для n_{min}, третье неравенство (11) выполняется для любого a > 13,6111, удовлетворяющего неравенству (12):

$$a \geq \frac{2/(n_{\min}-2)\cdot n_{\min}(n_{\min}-1)^2}{n_{\min}^2+4/(n_{\min}-2)}. \tag{12}$$

Доказательство.

Предположим, что имеет место неравенство, противоположное неравенству (12). Из первого неравенства (11) следует, что $n > \sqrt[3]{2a}$. Тогда значение n_{min} будет $\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor + 1$, где $\lfloor\ \rfloor$ означает целую часть числа. Отсюда имеем:

$$a < \frac{2/\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor - 1\right)\cdot\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor\right)^2\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor + 1\right)}{\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor\right)^2 + 4/\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor - 2\right)}, \tag{13}$$

т.е.

$$a < \frac{2\cdot\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor\right)^2\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor + 1\right)}{\left(\lfloor \sqrt[3]{2a} \rfloor\right)^2 + 4/\sqrt[3]{2a}}.$$

Поделим числитель и знаменатель правой части на $(\sqrt[3]{2a})^2$ и, заменив a в знаменателе на максимальное значение 980100 при $\varepsilon_1 = 0,01$, $\alpha = 0,01$, получим $a < 2(\sqrt[3]{2a}+1)$, , т.е. $(a)^{\frac{2}{3}} < 2\sqrt[3]{2} + 2/\sqrt[3]{2\cdot 13,6111}$.

Это противоречивое неравенство.

Правая часть этого неравенства равна 3,1887. Левая часть $(a)^{\frac{2}{3}}$ достигает минимального значения при a = 13,6111, т.е. $(a)^{\frac{2}{3}} = (13,6111)^{\frac{2}{3}} = 5,7007$ и 5,7007 < 3,1867. Это противоречие.

Теорема доказана.

Последнее неравенство системы (11) выполняется для любого a, так как заменив его на равносильное $n^2(a-2)-2n\cdot(a-2)\geq 2-4a$, получим $n^2-2n\geq\dfrac{2-4a}{a-2}$, что всегда верно, поскольку правая часть отрицательна.

Из приведенных рассуждений с учетом теоремы 2 получаем теорему.

Теорема 3. Пусть α, ε и ε_1 – заданные положительные числа, $\varepsilon = S_x^2\cdot\varepsilon_1$, $\alpha\in[0,01;0,4]$, $\varepsilon\in[0,01;0,5]$. Тогда с вероятностью 1 – α генеральная дисперсия D_x будет отличаться по абсолютной величине от S_x^2 не менее, чем на ε, при объеме выборки, равному минимальному значению $n_{\min}$ ($n_{\min}$ > 3), удовлетворяющему неравенству:

$$(n_{\min}-1)^2 n_{\min} - 2\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)^2 > 0. \tag{14}$$

Упростим формулу (14). Решение первого неравенства (11) сводится к решению кубического неравенства общего вида. Можно упростить эту задачу. Обратим внимание, что при замене n на n – 1, когда n ≥ 29, относительная погрешность составляет 3,4 %, что соответствует повышенной точности [2]. В этом случае при извлечении корня кубического относительная погрешность составит $\dfrac{n(\sqrt[3]{n})'}{\sqrt[3]{n}}\cdot 3,4\,\% = \dfrac{1}{3}\cdot 3,4\,\%$, т.е. 1,13 %. При $4\leq n\leq 28$ погрешность замены n на n – 1 изменяется от 3,6 до 25 %. Относительная погрешность при извлечении корня кубического будет изменяться от 1,2 до 8,33 %. Усилим первое неравенство (11), заменив в левой части n на n – 1, получим: $(n-1)^3 = 2a$, т.е.

$$n = \sqrt[3]{2a}+1. \tag{15}$$

Так, для $\alpha = 0,4$, $\varepsilon_1 = 0,5$, и a = 13,6111 получаем $n_{\min} = \sqrt[3]{27,2222}+1 = \lfloor 3,0082\rfloor + 1$, т.е. минимальное значение $n_{\min}$ = 4.

Отсюда получаем следующее утверждение.

Теорема 4. При условии теоремы 3 минимальное значение $n = n_{\min}$ можно вычислить по формуле (15) с относительной погрешностью, не превосходящей 8,33 %.

Это обычная точность.

Сравним разработанный метод с известными методами.

По методу из [1], определенному для нормального закона при $n\geq 30$, получим оценку

$$n = \max\left\{\left\lfloor\frac{2(S_x^2+\varepsilon)^2}{\varepsilon^2}\cdot t_\beta^2\right\rfloor + 1,\ 2t_\beta^2+1\right\}. \tag{16}$$

Отсюда $S_x = \sqrt{\frac{\varepsilon}{t_\beta}\sqrt{\frac{n-1}{2}} - \varepsilon}$.

Под знаком корня квадратного стоит неотрицательное число, поэтому $n \geq 2t_\beta^2 + 1$. Так, если β = 0,9 или β = 0,95, то $n \geq 6$.

Проведем сравнительный анализ быстродействия разработанного в статье метода (метод 1) с этим методом (метод 2).

Данные относительно первого и второго метода представлены в табл. 1 и 2 соответственно.

Таблица 2

Зависимость $n_{\min}$ от α и ε_1 для второго метода

ε1	α			
	0,1	0,2	0,3	0,4
0,1	651	397	262	171
0,2	194	118	78	51
0,3	102	62	41	30
0,4	66	41	41	30
0,5	49	30	30	30

Из сравнения данных в табл. 1 и 2 следует, что метод 1 существенно более быстродействующий по сравнению с методом 2, т.е. существенно предпочтительнее.

Для других законов формула (16), как указанно в [1], дает грубо приближенный результат. Другой известный метод из [1] с использованием функции χ^2 работает только для нормального закона при малых выборках $(n \leq 30)$. При этом n находится подбором. В общем случае надо сделать 30 итераций.

В [3] рассмотрен метод построения доверительного интервала для дисперсии, когда $n \geq 30$. Доверительный интервал имеет вид:

$$\left(\frac{(n-1)S_x^2}{(n-1)+t_\beta\sqrt{2(n-1)}},\ \frac{(n-1)S_x^2}{(n-1)-t_\beta\sqrt{2(n-1)}}\right).$$

Тогда

$$\left|S_x^2 - \sigma_x^2\right| \leq \frac{2(n-1)S_x^2 t_\beta\sqrt{2(n-1)}}{(n-1)^2 - 2t_\beta^2(n-1)} = \frac{2S_x^2 t_\beta\sqrt{2(n-1)}}{n-1-2t_\beta^2}.$$

Отсюда

$$n \geq n_1 = \frac{8t_\beta^2 S_x^4}{\varepsilon^2} + 4\cdot t_\beta^2 - 0{,}52\cdot t_\beta^4 + 1, \tag{17}$$

т.е. $n \geq \max\{n_1, 30\}$.

Назовем этот метод – метод 3. Поскольку для этого метода $n \geq 30$, то из табл. 1 следует, что для указанных α и ε_1 метод 1 предпочтительнее. Для сравнения, метод 3 дает при α = 0,1 и ε_1 = 0,1 n = 2187; при α = 0,2 и ε_1 = 0,1 n = 1335.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По количеству необходимых наблюдений для построения доверительного интервала дисперсии разработанный метод является более эффективным, чем известные.

Предметом будущих исследований является решение проблемы уменьшения числа наблюдений для выборки зависимых элементов и статистики нечетких данных.

Литература

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1999. 576 с.
2. *Ганичева А.В.* Теория вероятностей. СПб.: Лань, 2017. 144 с.
3. *Михин М.Н.* Математическая статистика: учебное пособие. М.: МИРЭА, 2016. 60 с.
4. *Нестеров В.Н. и др.* Влияние величины дисперсии распределения ошибки измерения на доверительный интервал измеренной величины: компьютерный анализ // Альманах современной науки и образования. 2012. № 12 (67). С. 107–111.
5. *Симанков В.С., Бучацкая В.В., Теплоухов С.В.* Определение оптимального сочетания доверительного интервала и доверительной вероятности // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2019. № 3 (246). С. 69–74.

Bibliography

1. *Ventcel' E.S.* Teorija verojatnostej: uchebnik dlja vuzov. M.: Vysshaja shkola, 1999. 576 p.
2. *Ganicheva A.V.* Teorija verojatnostej. SPb.: Lan', 2017. 144 p.
3. *Mihin M.N.* Matematicheskaja statistika: uchebnoe posobie. M.: MIRJeA, 2016. 60 p.
4. *Nesterov V.N. i dr.* Vlijanie velichiny dispersii raspredelenija oshibki izmerenija na doveritel'nyj interval izmerennoj velichiny: komp'juternyj analiz // Al'manah sovremennoj nauki i obrazovanija. 2012. № 12 (67). P. 107–111.
5. *Simankov V.S., Buchackaja V.V., Teplouhov S.V.* Opredelenie optimal'nogo sochetanija doveritel'nogo intervala i doveritel'noj verojatnosti // Vestnik Adygejskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija 4: Estestvenno-matematicheskie i tehnicheskie nauki. 2019. № 3 (246). P. 69–74.