

16. Маслов А. А. Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя по отношению к трехмерным возмущениям.— ПМТФ, 1974, № 1.
17. Lebiga V. A., Maslov A. A., Pridanov V. G. Experimental investigation of the stability of supersonic boundary layer on a flat insulated plate.— Archives of Mechanics, 1979, vol. 31, N 3.
18. Гапонов С. А., Маслов А. А. Численное решение задачи о полной стабилизации сверхзвукового пограничного слоя.— ПМТФ, 1972, № 2.

УДК 533.657.2

### СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАДНЕЙ КРОМКИ ТОНКОГО ПРОФИЛЯ

А. В. Казаков

(Жуковский)

В исследованиях, посвященных изучению взаимодействия пограничного слоя с внешним невязким потоком при больших докритических числах Рейнольдса  $Re$ , в последнее время эффективно используется метод сращиваемых асимптотических разложений. Асимптотический анализ позволяет получить предельную картину обтекания твердого тела при  $Re \rightarrow \infty$ , определить законы подобия и количественные закономерности, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными. Так, в работах [1—4] с помощью метода сращиваемых асимптотических разложений показано, что около мест с большой локальной кривизной контура тела, точек отрыва и присоединения потока появляется область взаимодействия, которая имеет малую длину порядка  $Re^{-3/8}$ . В этой области течения, имеющей трехслойную структуру, распределение давления уже в первом приближении зависит от изменения толщины вытеснения пограничного слоя, а индуцируемый градиент давления, в свою очередь, влияет на течение в пограничном слое. Аналогичная ситуация возникает в окрестности задней кромки плоской пластины, где также появляется область взаимодействия [5, 6]. Течение в окрестности задней кромки плоской пластины, обтекаемой сверхзвуковым потоком вязкого газа, рассматривалось в работе [7]. Численные результаты этой работы показывают, что в области взаимодействия напряжение трения на поверхности пластины остается всюду положительным и растет при приближении к задней кромке. Сверхзвуковое течение около задней кромки плоской пластины, установленной под малым углом атаки, исследовалось в работах [8, 9]. В [10] рассмотрено сверхзвуковое течение вязкого газа в окрестности задней кромки плоской пластины под нулевым углом атаки, но с различными значениями скорости в невязкой части потока на верхней и нижней сторонах пластины. В данной работе исследуется более общая задача об обтекании задней кромки профиля с малой относительной толщиной.

Рассмотрим обтекание тонкого профиля, установленного под малым углом атаки, равномерным сверхзвуковым потоком вязкого газа при стремлении характерного числа Рейнольдса к бесконечности ( $Re = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty = \varepsilon^{-2}$ , где  $\rho_\infty$ ,  $u_\infty$ ,  $\mu_\infty$  — плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока,  $l$  — длина хорды профиля). В дальнейшем используются только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесены к  $l$ , скорости — к  $u_\infty$ , плотность — к  $\rho_\infty$ , давление — к  $\rho_\infty u_\infty^2$ , энтальпия — к  $u_\infty^2$ , а коэффициент динамической вязкости — к  $\mu_\infty$ . Для описания течения около профиля будем использовать декартову систему координат  $X_0, Y_0$  с осью  $OX_0$ , направленной вдоль скорости набегающего потока и началом координат в задней кромке профиля. Пусть углы наклона поверхности профиля к направлению набегающего потока имеют порядок  $\tau \ll 1$ . Уравнение поверхности профиля в декартовых координатах запишется в виде

$$Y_0 = \tau F_{1,2}(X_0) \text{ для } -1 \leq X_0 \leq 0,$$

где  $F_1(X_0)$  и  $F_2(X_0)$  — форма верхней и нижней поверхности профиля соответственно;  $\tau$  — малый параметр, характеризующий относительную толщину профиля и не зависящий от числа Рейнольдса. Тогда обтекание профиля будет описываться линейной теорией сверхзвуковых течений, которая дает следующие выражения для давления и продольной составляющей скорости на верхней и нижней поверхностях профиля:

$$(1) \quad p = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \pm \frac{\tau}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{dF_{1,2}}{dX_0}, \quad u = 1 \mp \frac{\tau}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{dF_{1,2}}{dX_0},$$

где  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей;  $M_\infty$  — число Маха набегающего потока.

Относительно формы профиля сделаем следующие дополнительные предположения. Пусть форма поверхности профиля такова, что в некоторой окрестности задней кромки профиля с  $X_0 \sim \epsilon^{3/4}$  углы наклона верхней и нижней его поверхностей имеют порядок  $\epsilon^{1/2} = Re^{-1/4}$ . Так как параметр  $\tau$  не зависит от  $Re$  и, следовательно, может не стремиться к нулю при  $Re \rightarrow \infty$ , форма профиля должна быть выбрана такой, чтобы, во-первых, обеспечивался гладкий переход от углов наклона порядка  $\tau$  на основной части поверхности с  $X_0 \sim 1$  к углам вблизи задней кромки, которые имеют порядок  $\epsilon^{1/2}$ , и, во-вторых, реализовалось безотрывное обтекание поверхности профиля, по крайней мере, до окрестности его задней кромки с  $X_0 \sim \epsilon^{3/4}$ .

При сделанных предположениях относительно углов наклона контура профиля в окрестности задней кромки форма поверхности профиля должна удовлетворять условию  $dF_{1,2}/dX_0 = 0$  при  $X_0 = 0$ . Нулевая линия потока совпадает при  $-1 \leq X_0 \leq 0$  с поверхностью профиля, где ставится условие непроницаемости контура. Для того чтобы обеспечить выполнение условия прилипания, на верхней и нижней сторонах профиля необходимо ввести пограничный слой. Течение в пограничном слое описывается обычными уравнениями для сжимаемого пограничного слоя с распределениями давления и внешней скорости, определяемыми уравнениями (1), и заданной температурой поверхности. Интегрируя эти уравнения, можно получить профили скорости и энтальпии, распределения напряжения трения и теплового потока по поверхности профиля и, в частности, напряжения трения на верхней и нижней стороне задней кромки профиля. Эти напряжения трения в отличие от исследованного в работах [8, 9] случая сверхзвукового обтекания плоской пластины, установленной под малым углом атаки, могут отличаться друг от друга по величине. Однако различные напряжения трения на задней кромке появляются в этом случае не вследствие того, что невязкий поток на верхней и нижней стороне имеет различные значения скорости (см. [10]), а благодаря тому, что распределения скорости на внешней границе пограничного слоя и градиента давления на разных сторонах профиля могут существенно отличаться друг от друга. В окрестности задней кромки профиля в этом случае реализуется область взаимодействия пограничного слоя с внешним невязким сверхзвуковым потоком [4]. Для описания течения в этой области удобно использовать ортогональную систему координат  $(x, y)$ , связанную с нулевой линией тока и началом координат в задней кромке профиля. Область взаимодействия, как и в работах [1—4, 8—10], разбивается на области с различными масштабами координат и функций течения: область 1 соответствует возмущенной зоне невязкого сверхзвукового потока ( $x \sim y \sim \epsilon^{3/4}$ ), область 2 — основная часть пограничного слоя ( $y \sim \epsilon$ ), область 3 — вязкий подслой, в котором возмущения скорости порядка самой скорости ( $y \sim \epsilon^{5/4}$ ). В области 1 асимптотические разложения координат и функций течения, используя функцию тока  $\psi$ , мож-

но представить в виде

$$x = \varepsilon^{3/4} x_1, \quad \psi = \varepsilon^{3/4} \psi_1, \quad p = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + \varepsilon^{1/2} p_1(x_1, \psi_1) + \dots,$$

$$\rho = 1 + \varepsilon^{1/2} \rho_1(x_1, \psi_1) + \dots, \quad u = 1 + \varepsilon^{1/2} u_1(x_1, \psi_1) + \dots, \quad v = \varepsilon^{1/2} v_1(x_1, \psi_1),$$

$$h = \frac{1}{(\gamma - 1) M_\infty^2} + \varepsilon^{1/2} h_1(x_1, \psi_1) + \dots, \quad y = \varepsilon^{5/4} \psi_1 + \varepsilon^{5/4} y_1(x_1, \psi_1) + \dots$$

Течение в области 1, как в случае течения около точки отрыва [1—4] или обтекания задней кромки пластины [7—10], описывается в первом приближении линейной теорией сверхзвуковых течений. Используя эту теорию, можно получить связь между возмущением давления и вертикальной составляющей скорости сверху и снизу от нулевой линии тока  $\psi = 0$ , декартову координату которой обозначим через  $Y_0^*$ :

$$\sqrt{M_\infty^2 - 1} p_1(x_1, \psi_1 \rightarrow \pm 0) = \pm \frac{dY_0^*}{dx_1} \pm v_1(x_1, \psi_1 \rightarrow \pm 0).$$

В области 2 асимптотические разложения примут следующий вид:

$$x = \varepsilon^{3/4} x_2, \quad \psi = \varepsilon \psi_2, \quad p = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + \varepsilon^{1/2} p_2(x_2, \psi_2) + \dots,$$

$$\rho = \rho_{20}(\psi_2) + \varepsilon^{1/2} \rho_2(x_2, \psi_2) + \dots, \quad u = u_{20}(\psi_2) + \varepsilon^{1/2} u_2(x_2, \psi_2) + \dots,$$

$$v = \varepsilon^{1/2} v_2(x_2, \psi_2) + \dots, \quad h = h_{20}(\psi_2) + \varepsilon^{1/2} h_2(x_2, \psi_2) + \dots,$$

$$y = \varepsilon y_{20}(\psi_2) + \varepsilon^{5/4} y_{21}(x_2, \psi_2) + \dots$$

Первые члены разложений  $u_{20}(\psi_2)$ ,  $\rho_{20}(\psi_2)$ ,  $h_{20}(\psi_2)$ ,  $y_{20}(\psi_2)$  при  $\psi_2 > 0$  определяются из сращивания с решением уравнений пограничного слоя перед областью взаимодействия на верхней стороне задней кромки профиля, а при  $\psi_2 < 0$  сращивание проводится с решением, полученным для пограничного слоя на нижней стороне профиля. Течение в области 2 оказывается [1—4] невязким и в первом приближении не влияет на распределение давления в области взаимодействия. Отсутствие поперечного перепада давления в области 2 позволяет использовать найденное в области 1 распределение давления при расчете течения в вязком пристеночном слое (см. [1—4]). Асимптотические представления и уравнения, которыми описывается течение в области 3, имеют вид

$$(2) \quad x = \varepsilon^{3/4} x_3, \quad \psi = \varepsilon^{3/2} \psi_3, \quad p = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + \varepsilon^{1/2} p_3(x_3, \psi_3) + \dots, \quad \rho = \rho_w + \varepsilon^{1/4} \rho_3(x_3, \psi_3),$$

$$u = \varepsilon^{1/4} u_3(x_3, \psi_3) + \dots, \quad v = \varepsilon^{3/4} v_3(x_3, \psi_3) + \dots, \quad h = h_w + \varepsilon^{1/4} h_3(x_3, \psi_3),$$

$$\mu = \mu_w + \dots, \quad y = \varepsilon^{5/4} y_3(x_3, \psi_3) + \dots;$$

$$(3) \quad \rho_w u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial p_3}{\partial x_3} = \rho_w u_3 \frac{\partial}{\partial \psi_3} \left( \rho_w \mu_w u_3 \frac{\partial u_3}{\partial \psi_3} \right), \quad \frac{\partial p_3}{\partial \psi_3} = 0, \quad \frac{\partial y_3}{\partial x_3} = \frac{v_3}{u_3},$$

$$\frac{\partial y_3}{\partial \psi_3} = \frac{1}{\rho_w u_3}, \quad \frac{\partial h_3}{\partial x_3} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \psi_3} \left( \rho_w \mu_w u_3 \frac{\partial h_3}{\partial \psi_3} \right).$$

Уравнения (3) показывают, что течение в вязком подслое описывается обычными уравнениями несжимаемого пограничного слоя. Однако градиент давления здесь не задан, а должен определяться в процессе решения

из сращивания с областью 1, так как поперечный перепад давления в области 2 отсутствует. Пограничный слой на верхней и нижней поверхности профиля, как было отмечено выше, может иметь перед областью взаимодействия различные напряжения трения на стенке ( $\psi_2 = \pm 0$ ). Поэтому, используя безразмерные напряжения трения в невозмущенном пограничном слое перед областью взаимодействия на верхней и нижней стороне профиля  $a_1 = \frac{\partial u_{20}}{\partial y_{20}}$  ( $\psi_2 = +0$ ),  $a_2 = \frac{\partial u_{20}}{\partial y_{20}}$  ( $\psi_2 = -0$ ), можно получить граничные условия для продольной составляющей скорости в вязком подслое в виде

$$u_3 \rightarrow \sqrt{\frac{2a_1\psi_3}{\rho_w}} \text{ при } \psi_3 \rightarrow +\infty, \quad u_3 \rightarrow \sqrt{\frac{-2a_2\psi_3}{\rho_w}} \text{ при } \psi_3 \rightarrow -\infty.$$

Сращивание вертикальных координат в областях 2 и 3, которое проводится, как и в работе [4], дает следующие выражения для функций  $y_{21}(x_2, \pm 0)$ :

$$\begin{aligned} y_{21}(x_2, +0) &= \lim_{\psi_3 \rightarrow +\infty} \left( \int_0^{\psi_3} \frac{d\psi_3}{\rho_w u_3} - \sqrt{\frac{2\psi_3}{\rho_w a_1}} \right), \quad y_{21}(x_2, -0) = \\ &= \lim_{\psi_3 \rightarrow -\infty} \left( \int_{\psi_3}^0 \frac{d\psi_3}{\rho_w u_3} + \sqrt{\frac{-2\psi_3}{\rho_w a_2}} \right). \end{aligned}$$

Последующее сращивание вертикальных скоростей и координат в областях 2 и 1 позволяет найти давление в области взаимодействия, что полностью определяет краевую задачу для области 3:

$$\begin{aligned} \sqrt{M_\infty^2 - 1} p_3(x_3, +0) &= \frac{d}{dx_3} \left[ Y_0^*(x_3, +0) + \lim_{\psi_3 \rightarrow +\infty} \left( \int_0^{\psi_3} \frac{d\psi_3}{\rho_w u_3} - \sqrt{\frac{2\psi_3}{\rho_w a_1}} \right) \right], \\ \sqrt{M_\infty^2 - 1} p_3(x_3, -0) &= \frac{d}{dx_3} \left[ -Y_0^*(x_3, -0) + \lim_{\psi_3 \rightarrow -\infty} \left( \int_{\psi_3}^0 \frac{d\psi_3}{\rho_w u_3} - \sqrt{\frac{-2\psi_3}{\rho_w a_2}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что при  $x_3 > 0$   $p_3(x_3, +0) = p_3(x_3, -0)$  и  $Y_0^*(x_3, +0) = Y_0^*(x_3, -0)$ , а при  $x_3 < 0$  декартова координата нулевой линии тока совпадает с верхней и нижней поверхностью профиля соответственно и  $p_3(x_3, +0) \neq p_3(x_3, -0)$ . Для исследования течения в области 3 удобно использовать уравнения пограничного слоя (3) в переменных  $(x_3, y_3)$  и следующее преобразование переменных и функций течения:

$$\begin{aligned} (4) \quad u_3 &= (\mu_w a_1 / \rho_w^2 (M_\infty^2 - 1)^{1/2})^{1/4} U, \quad v_3 = (\mu_w^3 a_1^3 (M_\infty^2 - 1)^{1/2} \rho_w^{-2})^{1/4} V, \\ x_3 &= (\mu_w a_1^5 \rho_w^2 (M_\infty^2 - 1)^{3/2})^{-1/4} X, \quad y_3 = (\mu_w / a_1^3 \rho_w^3 (M_\infty^2 - 1)^{1/2})^{1/4} Y, \\ p_3 &= (\mu_w a_1 / (M_\infty^2 - 1)^{1/2})^{1/2} P, \quad Y_0^* = (\mu_w / a_1^3 \rho_w^3 (M_\infty^2 - 1)^{1/2})^{1/4} \bar{Y}_0. \end{aligned}$$

Предполагая, что форма профиля в окрестности задней кромки представляет собой клин с углом полураствора  $\theta$ , установленный под углом атаки  $\alpha$  к направлению набегающего потока, получим следующую краевую задачу для вязкого подслоя:

$$\begin{aligned} (5) \quad U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{dP}{dX} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad P = \begin{cases} P_v, & Y > 0, \\ P_n, & Y < 0, \end{cases} \\ \frac{\partial U}{\partial Y} &\rightarrow 1 \text{ при } Y \rightarrow +\infty, \quad \frac{\partial U}{\partial Y} \rightarrow -A \text{ при } Y \rightarrow -\infty, \end{aligned}$$

$$U = \frac{Y + |Y|}{2} - \frac{Y - |Y|}{2} A, \quad P_B \rightarrow -\theta - \alpha, \quad P_H \rightarrow -\theta + \alpha \quad \text{при } X \rightarrow -\infty,$$

$$U = V = 0 \quad \text{при } Y = 0, \quad P_B = -\theta - \alpha + \frac{d\Delta}{dX}, \quad P_H = \\ = -\theta + \alpha + \frac{d\Delta_1}{dX} \quad \text{при } X \leq 0,$$

$$V = 0 \quad \text{при } Y = 0, \quad P_B = \frac{d\bar{Y}_0}{dX} + \frac{d\Delta}{dX}, \quad P_H = -\frac{d\bar{Y}_0}{dX} + \frac{d\Delta_1}{dX}, \quad P_B = \\ = P_H \quad \text{при } X > 0,$$

$$P \rightarrow 0 \quad \text{при } X \rightarrow +\infty, \quad \Delta = \lim_{Y \rightarrow +\infty} (Y - U), \quad \Delta_1 = \lim_{Y \rightarrow -\infty} \left(-Y - \frac{U}{A}\right),$$

где  $A = a_2/a_1$ .

Сформулированная здесь краевая задача при  $\theta = 0$  и  $A = 1$  переходит в задачу, подробно рассмотренную в работе [8]. Условие  $\theta = 0$  означает, что профиль в окрестности задней кромки имеет нулевую толщину или что толщина профиля по порядку величины меньше, чем  $\varepsilon^{5/4}$ . Параметр  $A$  обращается в единицу в случае равенства напряжений трения на верхней и нижней стороне задней кромки профиля. Это возможно либо в случае обтекания плоской пластины [8], либо при обтекании симметричного профиля под нулевым углом атаки ( $F_1(X_0) = F_2(X_0)$ ). В отличие от работы [10] использование преобразования подобия (4) позволило исключить из формулировки краевой задачи (5) число Маха набегающего потока. Действительно, как показано в [10], при сверхзвуковом обтекании задней кромки плоской пластины с различными скоростями на разных ее сторонах в формулировку задачи для вязкого подслоя в качестве одного из краевых условий входит не только отношение напряжений трения в невозмущенном пограничном слое, но и число Маха набегающего потока.

Рассмотрим асимптотическое поведение решения полученной краевой задачи (5) при больших значениях  $X$ . Используя уравнение неразрывности, введем функцию тока  $\psi$  и предположим, следуя работе [8], что решение при  $X \rightarrow +\infty$  можно искать в виде

$$P = P_0 X^{-2/3} + \dots, \quad \psi = X^{2/3} f_0(\eta) + X^{1/3} f_1(\eta) + \dots,$$

где автомодельная переменная  $\eta = Y/X^{1/3}$ . Тогда для первого члена разложения функции тока получим уравнение и граничные условия

$$(6) \quad f_0''' + \frac{2}{3} f_0'' f_0 - \frac{1}{3} (f_0')^2 = 0, \quad f_0''(+\infty) = 1, \quad f_0''(-\infty) = -A.$$

В случае обтекания сверхзвуковым потоком плоской пластины, установленной под малым углом атаки, который был исследован в работе [8], пограничный слой на верхней и нижней стороне задней кромки пластины имеет одинаковые напряжения трения. Поэтому  $A = 1$  и последнее граничное условие (6) принимало вид  $f_0''(-\infty) = -1$ . Как было показано в [5], это граничное условие можно заменить на  $f_0''(0) = 0$  и искать решение уравнения (6) только для положительных значений  $\eta$ .

В работе [5] при решении краевой данной задачи найдено:

$$f_0'(0) = 1,61, \quad f_0' \rightarrow \pm \eta - 3P_0 \quad \text{при } \eta \rightarrow \pm \infty, \quad P_0 = -0,297.$$

В несимметричном случае, который рассматривается в данной работе ( $A \neq 1$ ), необходимо решать уравнение (6) для всего интервала  $-\infty < \eta < +\infty$ . Граничные условия (6) позволяют указать поведение  $f_0'(\eta)$  при больших значениях переменной  $\eta$ :

$$f_0'(\eta) \rightarrow \eta + S_1 \quad \text{при } \eta \rightarrow +\infty, \quad f_0'(\eta) \rightarrow -\eta A + S_2 \quad \text{при } \eta \rightarrow -\infty,$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — константы, определяемые из решения краевой задачи (6).

Это дает возможность найти первые члены разложений для давления и декартовой координаты нулевой линии тока при  $X \rightarrow +\infty$ :

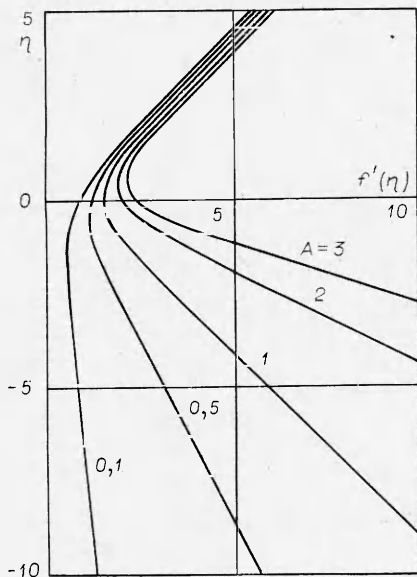
$$P = P_2 X^{-2/3} + \dots, \quad \bar{Y}_0 = C_0 X^{1/3} + \dots, \quad P_0 = \frac{1}{6} \left( -S_1 - \frac{S_2}{A} \right), \quad C_0 = \frac{1}{2} \left( S_1 - \frac{S_2}{A} \right).$$

Краевая задача (6), в которую входит единственный параметр  $A$ , решалась численно для значений  $0 \leq A \leq 3,5$ . На фиг. 1 показано поведение первой производной  $f'_0(\eta)$  при различных значениях  $A$ . Кривые, показывающие зависимость скорости на нулевой линии тока и констант  $S_1$  и  $S_2$  от величины параметра  $A$ , приведены на фиг. 2. В частности, для случая  $A = 1$  получены результаты, которые хорошо согласуются с данными работы [5]:

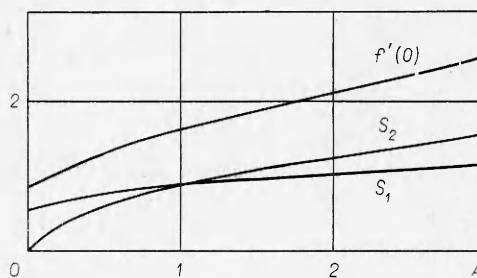
$$f'_0(0) = 1,610, \quad S_1 = S_2 = 0,894, \quad P_0 = -0,298, \quad C_0 = 0.$$

В этом случае ( $A = 1$ ) первый член в разложении для декартовой координаты нулевой линии тока отсутствует ( $C_0 = 0$ ) и разложение начинается со следующего члена, вид которого рассмотрен в [8]. Однако при  $A \neq 1$  декартова координата нулевой линии тока при  $X \rightarrow +\infty$  ведет себя как  $C_0 X^{1/3}$ , причем величина  $C_0$  зависит только от параметра  $A$ . На фиг. 3 представлены кривые, показывающие зависимость констант  $P_0$  и  $C_0$ , входящих в первые члены разложений для давления и декартовой координаты нулевой линии тока, от  $A$ . Константа  $P_0$  при  $A > 1$ , оставаясь отрицательной, медленно увеличивается одновременно с ростом параметра  $A$ . Так, при увеличении  $A$  от 1 до 1,5  $P_0$  увеличивается лишь на 5% и практически не изменяется при дальнейшем росте  $A$ . Однако при уменьшении  $A$  от 1 до 0 абсолютная величина  $P_0$  начинает расти. Так, при  $A = 0,1$  величина  $P_0$  уменьшается более чем в 2 раза по сравнению со своим значением при  $A = 1$ . Это приводит к более медленному затуханию возмущения давления при  $X \rightarrow +\infty$  и  $A < 1$ , вследствие чего протяженность области взаимодействия вниз по потоку от задней кромки профиля

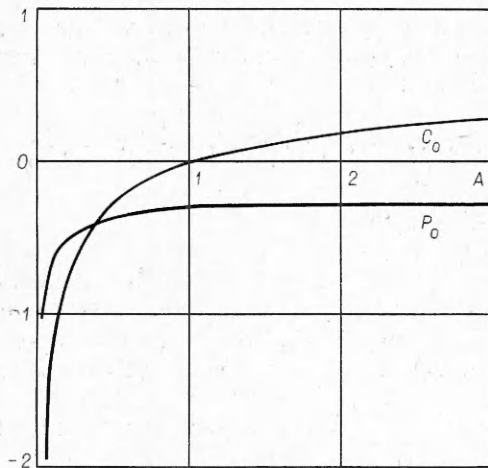
увеличивается по сравнению со случаем  $A = 1$ . Расчеты показали также, что константа  $C_0$ , характеризующая отклонение нулевой линии тока от оси абсцисс декартовой системы координат  $(X_0, Y_0)$ , при  $A < 1$  изменяется значительно быстрее, чем при  $A > 1$ . Такое различие в поведении величин  $P_0$  и  $C_0$  при  $A < 1$  и  $A > 1$  объясняется следующим. При введении новых переменных



Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3

(4) была использована величина безразмерного напряжения трения на верхней стороне задней кромки профиля  $a_1$ , а величина  $a_2$  при этом вошла только в параметр  $A = a_2/a_1$ . Длина области взаимодействия, как это следует из (4), пропорциональна безразмерному напряжению трения в степени  $m = -5/4$ . Величина  $P_0$  и длина области взаимодействия определяются главным образом наименьшим безразмерным напряжением трения в невозмущенном пограничном слое. Поэтому в переменных, в которых сформулирована задача (5), константа  $P_0$  и протяженность области взаимодействия вниз по потоку от задней

кромки профиля практически не изменяются с увеличением параметра  $A$  при  $A = a_2/a_1 > 1$ , так как они определяются величиной, влияние которой уже учтено при введении переменных (4). При  $A < 1$  распространение возмущений вниз по потоку и течение в следе зависят главным образом от величины напряжения трения  $a_2$  и в переменных (4) зависимость от параметра  $A$  становится более сильной. Отметим, что при  $A = 0$  отрыв пограничного слоя происходит на нижней стороне профиля вверх по течению от области взаимодействия, образующейся у задней кромки профиля. В окрестности точки отрыва при этом возникает область взаимодействия, подробно рассмотренная в работах [1—4]. Течение у задней кромки в этом случае может перестроиться, а асимптотические разложения и схема течения, предложенная здесь, могут стать несправедливыми.

Поступила 10 IV 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4.
2. Stewartson K., Williams P. G. Self-induced separation. — Proc. Roy. Soc. London, 1969, vol. 312A, p. 181.
3. Нейланд В. Я. К асимптотической теории взаимодействия сверхзвукового потока с пограничным слоем.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 4.
4. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений.— Труды ЦАГИ, 1974, вып. 1529.
5. Stewartson K. On the flow near the trailing edge of a flat plate.— Mathematika, 1969, vol. 16, p. 106.
6. Messiter A. F. Boundary layer flow near the trailing edge of a flat plate.— SIAM J. Appl. Math., 1970, vol. 18, N 1.
7. Daniels P. G. Numerical and asymptotic solutions for the supersonic flow near the trailing edge of a flat plate.— Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1974, vol. 27, N 2.
8. Daniels P. G. Numerical and asymptotic solutions for the supersonic flow near the trailing edge of a flat plate incidence.— J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, N 14.
9. Brown S. N., Stewartson K. Trailing edge stall.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, N 13.
10. Daniels P. G. Viscous mixing at a trailing edge.— Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1977, vol. 30, N 3.