

**ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА
НА ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ГАЗА
ПРИ КОНЕЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА**

С. С. Кутателадзе, В. П. Мионов

(Новосибирск)

Показывается, что при использовании соотношений теории турбулентного пограничного слоя жидкости с исчезающей вязкостью стандартные величины коэффициентов трения и чисел Стантона следует определять по числу Рейнольдса

$$R_3^{**} = \frac{w_0 \delta^{**} \rho_0}{\mu_w}$$

При оценке влияния температурного фактора на теплообмен существенное значение имеет форма обработки результатов: по средним параметрам потока, как это делается при течениях в трубах, или по параметрам на внешней границе пограничного слоя.

Обозначения

c_f — коэффициент трения; S, R, P, N — числа Стантона, Рейнольдса, Прандтля, Нуссельта соответственно; ρ, γ, w, T, i — плотность, удельный вес, скорость, температура, энтальпия; ν, μ, λ — коэффициенты кинематической, динамической вязкости, теплопроводности; τ — касательное напряжение; $\delta, \delta^*, \delta^{**}, \delta_T^{**}$ — толщина пограничного слоя, вытеснения, потери импульса, потери энергии; y, ζ — поперечные координаты; ψ — температурный фактор; D — диаметр трубы.

Индексы: w — величины на стенке, 0 — условия на внешней границе пограничного слоя, оси трубы, стандартные условия; $\langle \rangle$ — осредненные параметры.

Теория турбулентного пограничного слоя дает связь относительного изменения коэффициентов трения и теплоотдачи с температурным фактором при числах $R \rightarrow \infty$, не зависящую от эмпирических «констант турбулентности» [1-3].

При этом не возникает вопроса об определении числа Рейнольдса, к которому надо относить стандартные величины в функциях

$$\Psi = \frac{c_f}{c_{f_0}}, \quad \Psi_S = \frac{S}{S_0}$$

Связано это с тем, что

$$\left(\frac{\partial c_f}{\partial R} \right)_{R \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

и большая неточность в определении числа Рейнольдса не отражается заметно на величинах c_{f_0} и S_0 при $R \rightarrow \infty$.

Однако в области достаточно малых чисел R это обстоятельство уже не имеет места и неопределенность, вносимая возможностью отнесения физических свойств (ρ, μ) к тем или иным характерным температурам, может быть весьма заметной.

Рассмотрим эту проблему в рамках асимптотической теории, но с учетом конечности чисел Рейнольдса.

Как известно, при $R \rightarrow \infty$ происходит вырождение вязкого подслоя в том смысле, что его относительная величина

$$\zeta_1 = (y_1/\delta) \rightarrow 0$$

Соответственно, температура на внешней границе вязкого подслоя

$$T_1 \rightarrow T_w$$

т. е. чем больше число Рейнольдса, тем ближе к изотермичности вязкое течение в непосредственной окрестности обтекаемой поверхности. Следовательно, в этих условиях параметры вязкого подслоя в целом неизотермического турбулентного пограничного слоя определяются хорошо известными зависимостями для стандартных условий при отнесении физических свойств к температуре стенки.

При $R \rightarrow \infty$ имеем

$$w_1 (\rho_w / \tau_w)^{1/2} \rightarrow y_1 (\tau_w / \rho_w)^{1/2} / v_w \rightarrow \eta_{10} \quad (1)$$

где, например, в двухслойной модели турбулентного пограничного слоя $\eta_{10} = 11.6$.

Интересно отметить, что этот результат находится в соответствии с опытными данными [5-7] даже при не очень больших числах R .

При дозвуковом течении и достаточно больших числах R функция Ψ имеет вид [2]

$$\Psi = \left[\frac{2(1 - \sqrt{\Psi - (\Psi - 1)\omega_2})}{z(\Psi - 1)} \right]^2 \quad (2)$$

$$\psi = \frac{T_w}{T_0}, \quad z \rightarrow -2.5 \sqrt{1/2 c_{f_0}} \ln \zeta_1$$

Введя сюда значения ζ_1 , из (1) находим, что

$$z = z_1 \rightarrow z_0 - 2.5 \sqrt{1/2 c_{f_0}} \ln \frac{\bar{\delta}^{**}}{\sqrt{\Psi} \sqrt{\psi}} \quad (3)$$

$$z_0 = 1 - \omega_{10}, \quad R_1^{**} = \frac{w_0 \bar{\delta}^{**}}{v_w}$$

При отнесении физических свойств к температуре вне пограничного слоя T_0 имеем

$$R_2^{**} = \frac{w_0 \bar{\delta}^{**}}{v_0}, \quad z = z_2 \rightarrow z_0 - 2.5 \sqrt{1/2 c_{f_0}} \ln \frac{\bar{\delta}^{**} \psi^{1/2+m}}{\sqrt{\Psi}} \quad (4)$$

При отнесении динамической вязкости к температуре стенки T_w , а плотности — к температуре потока T_0 , как это было сделано в [4], имеем

$$R_3^{**} = \frac{w_0 \bar{\delta}^{**} \rho_0}{\mu_w} \quad (5)$$

$$z = z_3 \rightarrow z_0 - 2.5 \sqrt{1/2 c_{f_0}} \ln \frac{\bar{\delta}^{**} \sqrt{\Psi}}{\sqrt{\Psi}} \quad (6)$$

В формуле (4) m — показатель степени температурной зависимости

$$\mu / \mu_0 = T / T_0)^m$$

На фиг. 1 приведена зависимость

$$\Psi^0 = f(\psi), \quad \Psi^0 = \Psi / \Psi_\infty$$

Кривые 1, 2, 3 вычислялись по формуле (2), (6) для значений $R_3^{**} = 500, 10^4, 10^6$ соответственно, кривые 4, 5 вычислялись по формулам (2) — (4) при значениях $R_1^{**} = R_2^{**} = 10^6$. При этом принято существова-

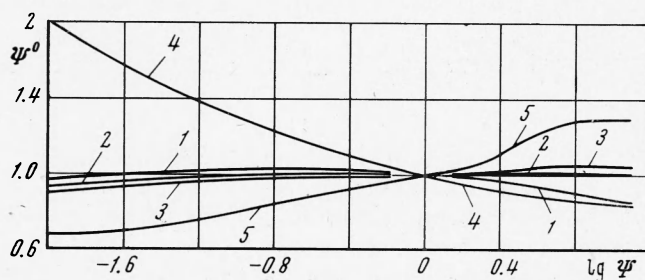
ние подобия полей скоростей и температур, а стандартный коэффициент трения определялся по формуле Кармана

$$\sqrt{2/c_{f_0}} = 2.5 \ln R^{**} + 3.8 \quad (7)$$

Величина

$$\bar{\delta}^{**} = \left[\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_0} \omega (1 - \omega) d\xi \right] \left[\int_0^1 \omega (1 - \omega) d\xi \right]^{-1}$$

вычислялась по степенному закону $\omega = \xi^n$, где величина n бралась для данного R^{**} при пересчете (7) на степенной закон трения.



Фиг. 1. Отношение Ψ/Ψ_∞ для разных R^{**} в зависимости от Ψ

$$1 - R_3^{**} = 500, 2 - 10^4, 3 - 10^6, \\ 4 - R_1^{**} = 10^8, 5 - R_2^{**} = 10^7$$

Как видно, при выборе числа R^{**} в соответствии с (5) предельный закон трения для дозвукового течения

$$\Psi \rightarrow \left(\frac{2}{V\bar{\Psi} + 1} \right)^2 (R^{**} \rightarrow \infty) \quad (8)$$

удовлетворительно описывает и область конечных чисел Рейнольдса.

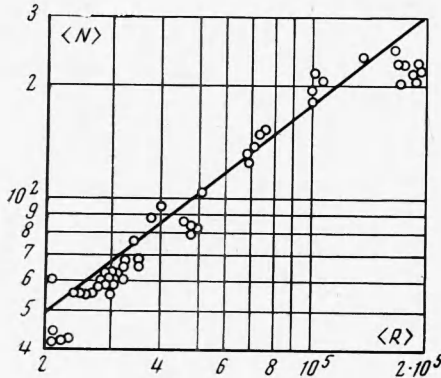
При этом следует подчеркнуть, что такое определение величины R^{**} следует рассматривать не как чисто рецептурное, а как точное для больших чисел Рейнольдса.

Заметим, что большинство опытных данных по исследованию влияния температурного фактора на теплообмен получены для условий течения газа в стабилизированном участке трубы. В этом случае вязкость и теплопроводность газа определялись по средней температуре потока; температурный напор находился как разность между средней температурой потока и температурой стенки; скорость входящая в число R , бралась среднерасходной. Большинство этих опытов показывает слабое влияние неизотермичности на теплообмен или практическое отсутствие этого влияния.

В работе [8] получены данные по теплообмену в условиях существенной неизотермичности в начальном и стабилизированном участке цилиндрической трубы. Опытные данные обрабатывались аналогично случаю внешнего течения, т. е. по параметрам $\rho_0, w_0, \Delta T = T_0 - T_w$. Было показано, что зависимость

$$S = \frac{\Psi \cdot 0.0126}{(R^{**})^{0.25} P^{0.75}} \quad (9)$$

справедлива как для начального, так и для стабилизированного участка, а зависимость $\Psi = f(\psi)$ для этих участков с учетом (5) близка к предельной по (8). На фиг. 2 представлены эти опытные данные для стабилизированной части трубы в виде зависимости среднего значения числа Нуссельта от среднего числа Рейнольдса



$$\langle N \rangle = f(\langle R \rangle)$$

Фиг. 2. Зависимость $\langle N \rangle = f(\langle R \rangle)$ для стабилизированного участка трубы $T_w/\langle T \rangle = 0.2-0.7$; \circ — опыт, — по (10)

Числа $\langle N \rangle$, $\langle R \rangle$ находились по средним значениям $\langle \rho \rangle$, $\langle w \rangle$, $\Delta T = \langle T \rangle - T_w$, μ и λ определялись по $\langle T \rangle$. Значения $T_w/\langle T \rangle$ при этом изменялись от 0.2 до 0.7. Как видно из графика, в этой обработке влиянием температурного фактора можно пренебречь.

Этот вывод подтверждается и приближенным теоретическим расчетом, когда зависимость для стабилизированной части (9) была пересчитана на параметры $\langle \rho \rangle$, $\langle w \rangle$, $\Delta T = \langle T \rangle - T_w$, $\langle \mu \rangle$, $\langle \lambda \rangle$ применительно к условиям опыта [8].

Приняв подобие скоростей и энтальпий, были найдены толщины вытеснения и потерь энергии

$$\frac{2\delta^*}{D} = \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho w}{\rho_0 w_0}\right) (1 - \zeta) d\zeta \quad \left(\zeta = \frac{2y}{D}\right)$$

$$\frac{2\delta_{T^{**}}}{D} = \int_0^1 \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \left(1 - \frac{i - i_w}{i_0 - i_w}\right) (1 - \zeta) d\zeta$$

где
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\psi - (\psi - 1)\zeta^{1/2}}, \quad \omega = \frac{w}{w_0} = \frac{i - i_w}{i_0 - i_w} = \zeta^{1/2}$$

Значение $\langle \gamma w \rangle$ находилось из уравнения

$$\langle \gamma w \rangle = \gamma_0 w_0 \left(\frac{4\delta^*}{D}\right)$$

Среднее значение $\langle T \rangle$ определялось через $\langle i \rangle$

$$\gamma_0 w_0 (i_0 - i_w) (D - 2\delta_{T^{**}})^2 = \langle \gamma w \rangle (\langle i \rangle - i_w) D^2$$

Зная R^{**} , из (9) можно найти величину теплового потока q и далее среднее значение числа Нуссельта

$$\langle N \rangle = \frac{\bar{q} D}{(\langle T \rangle - T_w) \langle \lambda \rangle}$$

Значение $\langle N_0 \rangle$ для изотермических условий определялось по известной формуле

$$\langle N_0 \rangle = 0.018 \langle R \rangle^{0.8} \left(\langle R \rangle = \frac{\langle \gamma w \rangle D}{\varepsilon \langle \mu \rangle} \right) \quad (10)$$

Как показывают расчеты, значения $\langle N \rangle / \langle N_0 \rangle$ меньше Ψ в (9) на 10–15%.

В заключение авторы выражают признательность Л. А. Безугловой за помощь в проведении расчетов.

Поступила 14 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. К у т а т е л а д з е С. С. Влияние температурного фактора на дозвуковые турбулентные течения газа. ПМТФ, 1960, № 1.
2. К у т а т е л а д з е С. С., Л е о н т ь е в А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
3. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1964.
4. Л е о н т ь е в А. И., М и р о н о в Б. П. Распространение предельных относительных законов трения и теплообмена на неизотермические течения газа с конечными числами Рейнольдса. ПМТФ, 1965, № 5.
5. Л о б б Р., В и н к л е р Е., П е р ш Дж. Экспериментальное исследование турбулентных пограничных слоев в сверхзвуковом потоке. Вопр. ракетн. техн., 1955, № 5.
6. Х и л л Ф. Исследование пограничного слоя в гиперзвуковом потоке. Вопр. ракетн. техн., 1957, № 1.
7. Турбулентные течения и теплопередача. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
8. Л е о н т ь е в А. И., М и р о н о в Б. П., Ф а ф у р и н А. В. Экспериментальное исследование турбулентного теплообмена в начальном и стабилизированном участках цилиндрической трубы в условиях существенной неизотермичности. Инж.-физ. ж., 1969, т. 16, № 4.