

УДК 534-13

# ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В РДТТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМПУЛЬСНОЙ Т-КАМЕРЫ

А. А. Куроедов, П. А. Семёнов

Исследовательский центр им. М. В. Келдыша, 125438 Москва, kuroedov@kerc.msk.ru, semenov@kerc.msk.ru

Обеспечение устойчивости рабочего процесса в РДТТ является неотъемлемой задачей при проектировании и эксплуатации двигателя. В данной работе представлена расчетно-экспериментальная методика определения линейной устойчивости рабочего процесса в РДТТ с осесимметричной камерой сгорания, основанная на решении линеаризованной системы уравнений, описывающих динамику продуктов сгорания твердого ракетного топлива, в частотной области. В качестве граничных условий используются полученные в импульсной Т-камере значения акустической проводимости зоны горения твердого топлива. Верификация методики проводится по расчетно-экспериментальным данным, полученным для шести модельных двигателей. Представлены расчеты устойчивости рабочего процесса в двигателе большого удлинения, работающего на металлизированном топливе.

Ключевые слова: импульсная Т-камера, акустическая неустойчивость, твердое ракетное топливо, акустическая проводимость, функция отклика, нестационарное горение.

DOI 10.15372/FGV20210406

## ВВЕДЕНИЕ

Процесс создания надежных образцов ракетных двигателей на твердом топливе (РДТТ) тесно связан с оценкой возможности перехода рабочего процесса в двигателе на неустойчивые режимы. Данные режимы представляют собой автоколебательный процесс, в рамках которого в камере сгорания (КС) РДТТ наблюдаются существенные отклонения давления от средних значений. В общем случае неустойчивость является следствием взаимодействия явлений, протекающих непосредственно в топливе (разложение и плавление компонентов топлива), в газовой фазе около поверхности горения (химическое взаимодействие продуктов разложения топлива) и непосредственно в КС вдали от зоны горения (газодинамические эффекты). Указанные процессы реализуются одновременно, однако их характерные размеры сильно разнятся, что и обуславливает сложность исследования и прогнозирования [1, с. 11]. К середине 1970-х годов в СССР, США и Франции [2, с. 51–56] были достигнуты первые серьезные успехи в вопросах моделирования линейной и нелинейной неустойчивости рабочего процесса в РДТТ, а также экспериментального определения аку-

стических свойств зоны горения твердого ракетного топлива. С начала 1980-х годов работы в области неустойчивости рабочего процесса в РДТТ касались в большей мере исследования процессов в крупногабаритных двигателях с большим отношением длины проточной части КС  $L$  к ее диаметру  $D$ :  $L/D \geq 10$ . Так, в США обширная программа была посвящена твердотопливным стартовым ускорителям Space Shuttle [3–6] и ускорителям ракеты-носителя Titan [7, 8]. Во Франции исследованию подверглись стартовые ускорители ракеты-носителя Ariane 5 [9–14]. В настоящий момент ведутся интенсивные работы по исследованию отдельных аспектов неустойчивости рабочего процесса в РДТТ [15–20].

Согласно работе [21] можно выделить три уровня неустойчивости:

- неустойчивость, характерная для КС РДТТ;
- неустойчивость, затрагивающая всю систему двигатель — ракета (системная неустойчивость);
- неустойчивость горения непосредственно топлива (внутренняя неустойчивость).

На первом уровне проявляется наиболее распространенный тип неустойчивости, характеризующийся распространением акустических волн в КС (акустическая неустойчивость), частота которых определяется геомет-

рией проточной части и средней скоростью звука в среде, заполняющей КС. К первому уровню можно отнести распространение ударных волн, а также гидродинамическую неустойчивость, которая связана с формированием и развитием вихревых структур в КС РДТТ. Второй уровень неустойчивости связан с взаимным влиянием деформации элементов конструкции и работы агрегатов системы управления ракеты на процессы, протекающие в КС. Третий уровень неустойчивости, наиболее сложный в исследовании, представляет собой неустойчивость, присущую непосредственно горению топлива.

Данная трехуровневая система, которая определяет, где локализована неустойчивость — на уровне топлива, КС или всей системы, не является жесткой. Различные уровни неустойчивости могут взаимодействовать между собой и переходить друг в друга. Например, акустические колебания, развивающиеся в КС, могут входить в резонанс с собственными колебаниями некоторых агрегатов системы управления и приводить к их выходу из строя. Помимо трех указанных уровней, существует разделение неустойчивости на самопроизвольную и вынужденную. Последний вид касается устойчивости рабочего процесса по отношению к некоторому внешнему возмущению давления.

Среди методов теоретического исследования неустойчивости рабочего процесса в РДТТ в настоящее время можно выделить три основных подхода:

- 1) подход, основанный на применении полуаналитических методик [22–27];
- 2) подход, в рамках которого осуществляется численное решение системы линеаризованных уравнений Эйлера (или системы линеаризованных уравнений Навье — Стокса) в частотной и временной областях для определения пульсаций давления в КС РДТТ [28];
- 3) подход, связанный с решением системы уравнений Навье — Стокса с привлечением различных моделей турбулентности [29].

В рамках методик 1-й группы исследуется устойчивость течения в КС к некоторому заданному тестовому возмущению. В качестве возмущения используются собственные моды колебаний проточной части КС. Математически задача сводится к определению знака комплексной части круговой частоты колебаний. Поиск решения может проводиться с использо-

ванием либо волнового уравнения относительно возмущений давления, либо уравнения энергии возмущения (энергетический подход). Методики данной группы не требуют больших вычислительных ресурсов и позволяют в кратчайшие сроки определить устойчивость рабочего процесса в исследуемом РДТТ к определенным видам возмущений малой амплитуды. К основным недостаткам этого подхода можно отнести предварительное задание формы колебаний, а не определение ее в процессе вычислений. Преимущества указанных методик очевидны при исследовании процессов в КС простой формы, однако сложность математических вычислений существенно возрастает при рассмотрении КС со сложной формой сечения каналов (в форме звезды, зонтика, вагонного колеса).

В рамках методик 2-й группы не делается никаких предположений относительно пространственной формы реализуемых колебаний. При этом решение может быть найдено в частотной области, если сделано предположение, что возмущение является гармоническим по времени, либо найдено во временной области, если рассматривается эволюция некоторого стартового возмущения. В общей постановке исходная задача распадается на две: 1) определение основного квазистационарного течения в КС; 2) определение возмущений, распространяемых на фоне данного квазистационарного течения. В случае исследования в частотной области после дискретизации линеаризованной системы уравнений задача сводится к отысканию собственных векторов и собственных значений некоторой матрицы. В качестве граничных условий в методиках первых двух групп требуется задание акустических свойств зоны горения топлива, а именно безразмерной акустической проводимости  $A_b = \rho_0 c_0 (\vec{u}' \cdot \vec{n}) / p'$  или безразмерного акустического импеданса  $z_b = 1/A_b$ , где  $\rho_0$  — плотность среды, в которой распространяются акустические возмущения;  $c_0$  — скорость распространения акустических возмущений;  $\vec{u}'$ ,  $p'$  — амплитуда возмущений скорости и давления;  $\vec{n}$  — вектор нормали к поверхности горения. Значение акустической проводимости может быть определено экспериментально с использованием различных установок, к которым относятся Т-камера [30, 31], установка с вращающимся клапаном [32], импедансная труба [33], СВЧ-камера [34] и установка с магнитным расходомером [35].

С использованием методик 3-й группы проводится решение полных нелинейных уравнений, описывающих динамику продуктов сгорания в КС, с привлечением различных моделей нестационарного горения твердого топлива (ТРТ). Данный подход направлен на более детальное исследование структуры течения в РДТТ, на разрешение вихревых структур и генерацию вихревого звука в КС. Однако он требует больших вычислительных ресурсов и сопряжен с рядом сложностей, касающихся построения нестационарных моделей горения топлива. Подход, реализуемый в рамках указанной группы методик, является наиболее полным по сравнению с предыдущими, так как оперирует меньшим количеством допущений относительно типа неустойчивости рабочего процесса в РДТТ.

В силу наглядности и приемлемых вычислительных затрат наибольшее распространение получили методики 1-й группы. Наиболее перспективным в плане полноты описания процессов, протекающих при переходе на неустойчивые режимы работы, является подход, основанный на решении полных уравнений, описывающих законы сохранения для продуктов сгорания твердого топлива. В настоящее время он приобретает широкую популярность, однако в силу значительной вычислительной ресурсоемкости и сложностей, связанных с построением адекватных моделей нестационарного горения смесевых ТРТ, его применение является уникальным экспериментом.

В данной работе рассматривается акустическая неустойчивость, характерная для КС (без учета влияния ее развития на элементы конструкции установки и узлы управления). Для решения указанной задачи развивается методика 2-й группы, не получившая широкого применения в области исследования устойчивости рабочего процесса в РДТТ. Тем не менее, именно данный подход, не требующий значительных вычислительных ресурсов, может предоставить относительно полную картину явления, позволяя преодолеть ограничения полуаналитических методик. Акустические свойства зоны горения были получены с использованием импульсной Т-камеры [36]. Итоговая задача, заключающаяся в поиске решения системы линеаризованных уравнений, решалась методом Галеркина с разрывными базисными функциями.

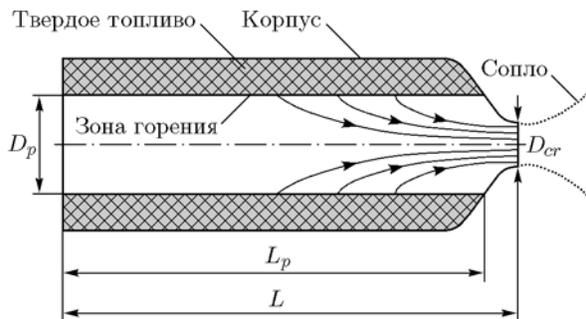


Рис. 1. Схема РДТТ

## МЕТОДИКА

Общая схема РДТТ, в котором исследуется устойчивость рабочего процесса, представлена на рис. 1. Двигатель состоит из металлического корпуса, внутри которого размещается ТРТ, с каналом осевой симметрии (в данном случае — цилиндр). Вдув продуктов сгорания (ПС), обусловленный горением топлива, осуществляется по нормали к поверхности горения. Предполагается, что размер зоны, в которой происходят разложение топлива и дальнейшее химическое взаимодействие продуктов сгорания, существенно меньше радиуса проточной части КС. ПС в самой камере рассматриваются в виде однокомпонентной среды с постоянными теплофизическими свойствами. Истечение ПС происходит через сопло.

Исходная система уравнений, описывающая динамику ПС в камере РДТТ в дифференциальной форме, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} \otimes \vec{u} - \tau) &= 0, \\ \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla(\vec{u} \rho \varepsilon - \tau \vec{u} + \vec{q}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$  — плотность, давление и температура ПС;  $\vec{u} = [u_r \ u_\phi \ u_z]^T$  — вектор скорости;  $u_r$ ,  $u_\phi$ ,  $u_z$  — компоненты вектора скорости в цилиндрической системе координат,  $u_\phi = 0$ ;  $\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu_v \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \left( \xi_v - \frac{2}{3}\mu_v \right) \frac{\partial u_l}{\partial x_l}$  — компоненты тензора напряжений  $\tau$ ;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;  $e = c_V T$  — удельная внутренняя энергия ПС;  $\varepsilon = e + (\vec{u} \cdot \vec{u})/2$  — удельная полная энергия ПС;  $c_V$  — удельная теплоемкость ПС при постоянном объеме;

$R = R_{\text{ун}}/\mu$  ( $R_{\text{ун}} = 8.314$  Дж/(кг·К)) — газовая постоянная;  $\mu$  — молярная масса ПС;  $\mu_v$  — динамическая вязкость ПС;  $\xi_v$  — объемная вязкость ПС;  $\vec{q} = -\lambda\nabla \cdot T$ ;  $\lambda$  — теплопроводность ПС. Течение в камере, которое описывается консервативными переменными  $\vec{U} = [\rho \rho_{u_r} \rho_{u_z} \rho\varepsilon]^T$ , представляется в виде суперпозиции основного квазистационарного  $\vec{U}_0(\vec{x})$  и пульсационного  $\vec{U}'(\vec{x}, t)$  течений, при этом предполагается, что амплитуда колебаний в КС существенно меньше величин основного течения.

В процессе работы РДТТ происходит изменение как геометрии проточной части КС, обусловленное выгоранием заряда ТРТ, так и значений основных параметров течения. Тем не менее, в силу относительно высокой частоты колебаний давления, реализуемых в РДТТ ( $100 \div 1000$  Гц), изменениями параметров основного течения в КС по времени можно пренебречь на фоне нескольких периодов колебаний давления. Данное обстоятельство позволяет рассматривать основное течение в КС стационарным (при фиксированной геометрии проточной части). Однако подобные рассуждения справедливы только для основного режима работы РДТТ и требуют проверки на этапах выхода двигателя на режим и спаде давления. В рамках данного предположения после выполнения линеаризации система уравнений (1) распадается на две — систему, описывающую стационарное течение в КС, и систему, описывающую пульсационное течение, накладываемое на данное стационарное течение. В дальнейшем обе системы вместе с начальными и граничными условиями рассматриваются по отдельности.

## ОСНОВНОЕ СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ

Как видно из рис. 1, расчетная область, соответствующая проточной части КС РДТТ, ограничена поверхностью горения, твердой стенкой, сверхзвуковой частью сопла и осью симметрии. Стационарное решение нелинейной системы уравнений, описывающих основное течение, ищется методом установления с использованием метода Галеркина с разрывными базисными функциями [37]. В рамках данного подхода решается следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \vec{u}_0) = 0,$$

$$\frac{\partial \rho_0 \vec{u}_0}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \vec{u}_0 \otimes \vec{u}_0 - \tau_0) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_0 \varepsilon_0}{\partial t} + \nabla(\vec{u}_0 \rho_0 \varepsilon_0 - \tau_0 \cdot \vec{u}_0 + \vec{q}_0) = 0.$$

Для случая осесимметричного канала в качестве базисных функций используются полиномы Лагранжа [38, с. 133]. В качестве граничных условий на поверхности горения задаются скорость вдува продуктов сгорания  $u_{0b}$ , давление  $p_{0b}$  и температура  $T_{0b}$ . Скорость горения  $u_p$  ТРТ определяется через параметры ПС в камере в предположении, что происходит полная газификация топлива:

$$\rho_{0b} \vec{u}_{0b} \cdot \vec{n}_b = \rho_p u_p, \quad \vec{u}_{0b} \cdot \vec{\tau}_b = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_p$  — плотность топлива,  $u_p = ap^\nu$  — закон горения топлива,  $a, \nu$  — константы в законе горения,  $\vec{n}_b, \vec{\tau}_b$  — вектор нормали и вектор, касательный к поверхности горения. Давление на поверхности горения равно локальному давлению ПС. На твердой стенке действует условие прилипания  $\vec{u}_{0s} = 0$ . Стенка является теплоизолированной. На границе сверхзвуковой части сопла производные потоков массы, импульса и энергии по нормали к границе равны нулю. В качестве начального значения давления ПС  $p_0|_{t=0}$  используется значение, удовлетворяющее уравнению баланса расходов с поверхности горения и через сопло при реализации сверхзвукового течения (при фиксированном радиусе проточной части КС):

$$\begin{aligned} \rho_p (u_p S_p)|_{t=0} &= \\ &= \frac{p_0|_{t=0} F_{cr} \sqrt{\gamma}}{\sqrt{[2/(1+\gamma)]^{(1+\gamma)/(1-\gamma)} RT|_{t=0}}}, \quad (4) \end{aligned}$$

где  $S_p$  — площадь горения топлива,  $F_{cr}$  — площадь критического сечения сопла,  $\gamma$  — показатель адиабаты ПС.

## ПУЛЬСАЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ

В работе [39] показано, что для режимов течения, реализующихся в КС РДТТ, диссипация энергии возмущений малой амплитуды, обусловленная вязкостью и теплопроводностью газа, значительно ниже диссипации энергии, вызванной ее выносом через сопло. В связи с

этим слагаемыми  $\tau'$ ,  $\tau' \cdot \vec{u}_0$ ,  $\tau_0 \cdot \vec{u}'$  и  $q'$  при линеаризации можно пренебречь, т. е. рассматривать линеаризованную систему уравнений Эйлера.

Акустические свойства зоны горения, стенок КС и соплового блока характеризуются значениями акустических импедансов  $Z_b$ ,  $Z_w$  и  $Z_n$ . Для поверхности горения в качестве ее характеристики вместо акустического импеданса  $Z_b$  чаще используется безразмерная акустическая проводимость  $A_b = \rho_0 c_0 / Z_b$ , где  $c_0$  — скорость звука. В случае распространения возмущений в движущейся среде связь между пульсациями давления  $p'$  и нормальной компонентой пульсации скорости  $\vec{u}'$  на границе области с импедансом  $Z$  определяется выражением [40]

$$\vec{u}' \cdot \vec{n} = \frac{p'}{Z} + \frac{1}{i\omega} \vec{u}_0 \cdot \nabla \left( \frac{p'}{Z} \right) - \frac{p'}{i\omega Z} \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{u}_0, \quad (5)$$

где  $i^2 = -1$ ,  $\omega$  — круговая частота. Таким образом, для поверхности топлива имеем

$$\vec{u}'_b \cdot \vec{n} = \frac{p'_b}{Z_b} + \frac{1}{i\omega} \vec{u}_{0b} \cdot \nabla \left( \frac{p'_b}{Z_b} \right) - \frac{p'_b}{i\omega Z_b} \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla) \vec{u}_{0b}. \quad (6)$$

На стенке КС в силу условия прилипания скорость равна нулю. При этом предполагается, что на стенке амплитуда падающей волны равняется амплитуде отраженной, т. е.  $Z_w \rightarrow \infty$ . Отсюда следует, что  $\vec{u}'_w \cdot \vec{n} = 0$ .

В случае, когда длина волны существенно превосходит длину докритической части сопла, рассмотрение отражения волн в КС может быть упрощено [41, 42]. Для соплового блока может быть использовано следующее граничное условие:

$$\vec{u}'_n \cdot \vec{n} = \frac{(\gamma - 1)p'_n \bar{M}_0}{2\bar{\rho}_0 \bar{c}_0}, \quad (7)$$

где  $\bar{\rho}_0$ ,  $\bar{c}_0$  и  $\bar{M}_0$  — средние значения плотности основного течения, скорости звука и числа Маха на входе в сопло. При этом данное граничное условие выставляется не в критическом сечении сопла, а на входе в его докритическую часть.

Линеаризованная система уравнений решается в частотной области. При этом предполагается, что возмущения в КС являются гармоническими по времени, т. е.  $\vec{U}'(r, z, t) = \hat{\vec{U}}'(r, z) e^{i\omega t}$ , где  $\vec{U}' = [\rho' \rho' \vec{u}_0 + \rho_0 \vec{u}' \rho' \varepsilon_0 + \rho_0 \varepsilon']^T$ . Таким образом, исходная система уравнений сводится к виду:

$$\begin{aligned} i\omega \hat{\rho}' + \nabla(\rho_0 \hat{\vec{u}}' + \hat{\rho}' \vec{u}_0) &= 0, \\ i\omega(\rho_0 \hat{\vec{u}}' + \hat{\rho}' \vec{u}_0) + \nabla(\hat{\rho}' \vec{u}_0 \otimes \vec{u}_0 + \\ &+ \rho_0(\hat{\vec{u}}' \otimes \vec{u}_0 + \vec{u}_0 \otimes \hat{\vec{u}}') + \hat{p}') &= 0, \\ i\omega(\rho_0 \hat{\varepsilon}' + \hat{\rho}' \varepsilon_0) + \nabla(\hat{\rho}' \vec{u}_0 \varepsilon_0 + \\ &+ \rho_0(\vec{u}_0 \hat{\varepsilon}' + \hat{\vec{u}}' \varepsilon_0) + \hat{p}' \vec{u}_0 + \rho_0 \hat{\vec{u}}') &= 0, \\ \hat{p}' &= \hat{\rho}' RT_0 + \rho_0 R \hat{T}'. \end{aligned} \quad (8)$$

Данная система уравнений является линейной. Процесс дискретизации уравнений аналогичен процессу дискретизации системы уравнений, описывающих стационарное течение в КС. После дискретизации исходная задача сводится к отысканию собственных значений в общей постановке  $A \hat{\vec{U}}' = \omega B \hat{\vec{U}}'$ , где  $A$  и  $B$  — матрицы. В результате расчета определяется частота реализуемых колебаний, которая в общем случае является комплексной:  $\omega = \Re\omega + i\Im\omega$ . При этом коэффициент затухания  $\alpha$ , характеризующий устойчивость процесса в КС РДТТ, определяется мнимой частью круговой частоты  $\alpha = -\Im\omega$ . В случае  $\alpha < 0$  процесс является устойчивым (возмущения малой амплитуды будут затухать со временем), в случае  $\alpha > 0$  — неустойчивым.

Для численного решения системы дифференциальных уравнений, описывающих течение продуктов сгорания топлива в КС РДТТ, осуществляется триангуляция расчетной области. Для построения сетки используется метод триангуляции Делоне с ограничениями на минимальный угол и минимальный размер ребра треугольника. Применение описанного выше алгоритма дискретизации расчетной области при численном исследовании течения вязкого газа в каналах сложной формы подробно рассмотрено в [43].

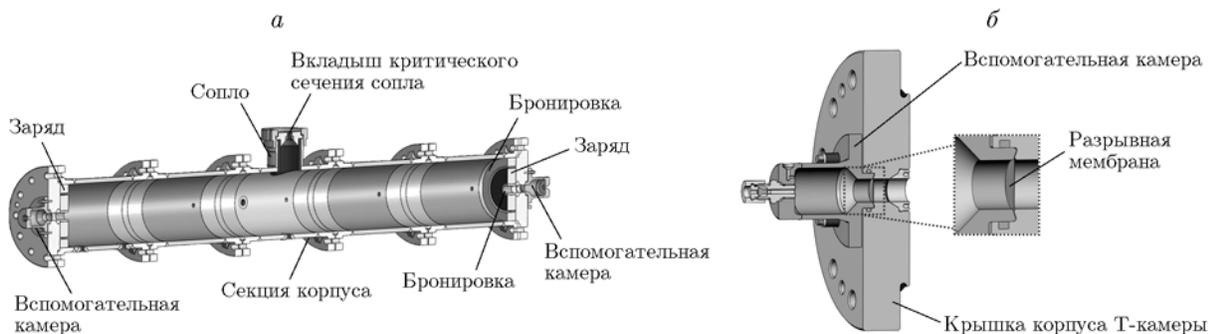


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:

*а* — схема импульсной Т-камеры, *б* — схема вспомогательной камеры генерации возмущений давления

### АКУСТИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ЗОНЫ ГОРЕНИЯ ТРТ

Значения акустической проводимости ТРТ для корректной постановки граничного условия (6) определялись экспериментально с использованием импульсной Т-камеры [36], схема которой представлена на рис. 2.

Установка состоит из классической Т-камеры и двух вспомогательных камер (ВК) генерации возмущений давления, расположенных по торцам. Корпус Т-камеры выполнен из пяти съемных стальных секций. Длина проточной части Т-камеры составляет 1700 мм, диаметр — 151 мм. Изменение числа секций установки позволяет варьировать частоту создаваемых продольных колебаний продуктов сгорания и тем самым измерять акустическую проводимость зоны горения в широком диапазоне частот. Предусмотрена возможность изменения диаметра критического сечения сопла установки до запуска путем замены молибденового вкладыша. Вспомогательные камеры генерации возмущений давления соединяются с крышками Т-камеры посредством четырех шпилек. В свободном объеме ВК размещается пиротехнический состав, обеспечивающий разрыв металлической мембраны, зажимаемой в канале, соединяющем свободный объем ВК и Т-камеру. Посадочное место разрывной мембраны в крышке Т-камеры и поверхность ответной детали ВК имеют форму усеченного конуса. Данная конструкция позволяет сформировать при зажиме мембраны кольцевой концентратор напряжений, по которому происходит ее разрыв.

Для определения акустической проводимости зоны горения исследуемого ТРТ выполняется серия запусков. В каждом запуске исполь-

зуются образцы топлива цилиндрической формы с центральным отверстием. Образцы располагаются по торцам Т-камеры. Первый запуск установки проводится без ВК. По его итогам определяется продолжительность выгорания зарядов ТРТ, необходимая в дальнейшем для правильного выставления временной задержки для своевременного срабатывания пиротехнических составов в ВК.

Последующие запуски проводятся со вспомогательных камер. Внутри каждой ВК располагается воспламенительное устройство. Время их срабатывания устанавливается таким образом, чтобы срабатывание одной ВК приходилось на основной участок работы установки (плато давления), а срабатывание другой — на участок спада давления в момент, когда оба заряда уже выгорели. При достижении в ВК давления разрыва мембраны в основной камере создается импульс давления, который затухает со временем. Пульсации давления в эксперименте фиксируются охлаждаемыми высокочастотными датчиками давления, на основании показаний которых рассчитываются коэффициенты затухания первого и второго импульсов. По полученным коэффициентам затухания рассчитывается действительная часть акустической проводимости зоны горения топлива  $\Re A_b$ :

$$\Re A_b = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2f} \frac{S_c}{S_b} \frac{a}{a_{th}} - M_b, \quad (9)$$

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  — коэффициенты затухания первого и второго импульсов соответственно,  $f$  — частота реализуемых колебаний,  $S_b$  — площадь горения топлива,  $S_c$  — площадь проточной части Т-камеры,  $a = 2Lf$  — скорость звука,  $L$  — длина проточной части Т-камеры,  $a_{th} = \sqrt{\gamma RT_{th}}$  — теоретическая скорость распространения звуковых волн в ПС,

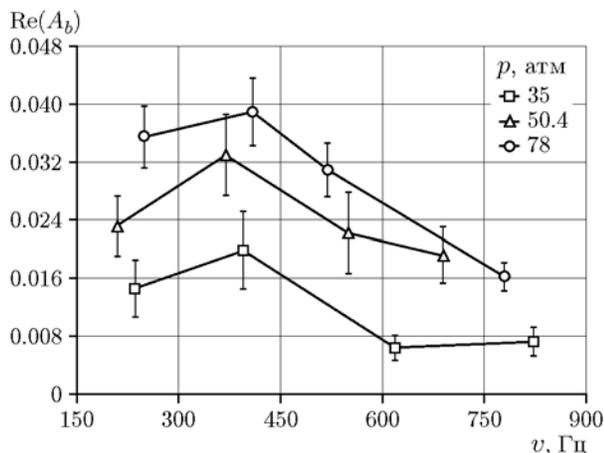


Рис. 3. Акустические свойства зоны горения металлизированного топлива

находящихся в термодинамическом равновесии,  $T_{th}$  — температура продуктов сгорания,  $M_b = \rho_p u_p / (\rho_{th} a)$  — число Маха у поверхности горения.

В работе [36] проводились измерения акустической проводимости зоны горения металлизированного топлива (ПХА — 70 %, связка — 11 %, алюминий — 18 %). Значения акустической проводимости и функции отклика зоны горения по давлению представлены на рис. 3. Акустическая проводимость измерялась при трех различных давлениях в КС в указанных диапазонах частот.

Основным преимуществом данной установки по сравнению с классической Т-камерой является возможность ее использования как для определения свойств безметалльных, так и металлизированных ТРТ. Наличие в потоке продуктов сгорания капель оксидов металлов может препятствовать самопроизвольному возбуждению колебаний, наблюдаемому в классической Т-камере, тем самым делая ее применение затруднительным для определения характеристик металлизированных топлив. В импульсной установке происходит генерация колебаний за счет специальных вспомогательных камер, расположенных по торцам основной конструкции. Т-камера спроектирована с учетом возможности изменения длины камеры сгорания и диаметра критического сечения, что позволяет определять акустическую проводимость зоны горения с вариацией частот колебаний и значений среднего давления.

## ВАЛИДАЦИЯ МЕТОДИКИ

Валидация методики определения продольной линейной неустойчивости рабочего процесса в РДТТ, основанной на численном решении линеаризованных уравнений методом Галеркина с разрывными базисными функциями, проводится по экспериментальным данным, полученным в [44, 45] для модельных РДТТ. В данной серии экспериментов в двигателе создается одиночный импульс давления, амплитуда которого составляет не более 10 % от среднего давления в камере сгорания. Для указанного возмущения измеряется его коэффициент затухания. Рассматриваемые РДТТ оснащены твердым топливом с каналом в форме цилиндра (см. рис. 1). Геометрические размеры двигателей представлены в табл. 1, характеристики ТРТ и их продуктов сгорания — в табл. 2 и 3.

В работах [44–47] для топлив приведены значения функции отклика зоны горения по давлению  $R_b$ . Однако в расчетах необходимо использовать величину акустической проводимости  $A_b$ . Значение  $A_b$  можно восстановить по величине  $R_b$ , используя соотношение

$$A_b = M_b(\gamma R_b - 1). \tag{10}$$

Таблица 1  
Параметры КС РДТТ [44, 45]

Номер РДТТ	Топливо	$D_p$ , мм	$D_{cr}$ , мм	$L_p$ , мм	$L$ , мм
1	ТРТ-1	66.6	25.6	777	820
2	ТРТ-1	67.2	25.6	777	820
3	ТРТ-1	67.7	25.6	777	820
4	ТРТ-1	123.4	47.3	1 438	1 509
5	ТРТ-2	90	40	1 700	1 785
6	ТРТ-2	90	43.4	1 700	1 785

Примечания. 1–4 соответствуют РДТТ № 1–3 и 10 из [44, table 1], 5, 6 — РДТТ № 9 и 10 из [45, table 1].

Таблица 2  
Характеристики топлив [44, 45]

Топливо	$a \cdot 10^{-6}$ , м/с	$\nu$	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
ТРТ-1	25.6	0.37	1 718
ТРТ-2	2.7	0.49	1 800

Таблица 3  
Характеристики продуктов сгорания  
топлив ТРТ-1 и ТРТ-2 [44, 47]

Топливо	$T$ , К	$c_p$ , Дж/(кг·К)	$\mu$ , г/моль	$\gamma$	$\lambda$ , Вт/(м·К)
ТРТ-1	2747	1900	25.8	1.22	0.22
ТРТ-2	2800	2200	25.2	1.19	0.26

Таблица 4  
Сравнение экспериментальных и расчетных [45]  
значений коэффициента затухания

Номер РДТТ	Коэффициент затухания $\alpha$ , $c^{-1}$	
	эксперимент	методика
5	232	272.4
6	244	279.4

В силу того, что для давлений, реализуемых в КС указанных двигателей, непосредственное экспериментальное определение функции отклика  $R_b$  не проводится, для получения требуемых значений осуществляется интерполяция имеющихся данных с использованием подхода, предложенного в [44].

На рис. 4 представлены результаты расчетов коэффициента затухания для модельных РДТТ. По оси абсцисс отложены значения коэффициента затухания  $\alpha_{exp}$ , полученные экспериментально, по оси ординат — расчетные значения  $\alpha_{th}$ . В работе [44] расчет выполнен с использованием методики [23]. Геометрическое положение точек, для которых экспериментальные и расчетные значения совпадают, представлено сплошной линией на графике.

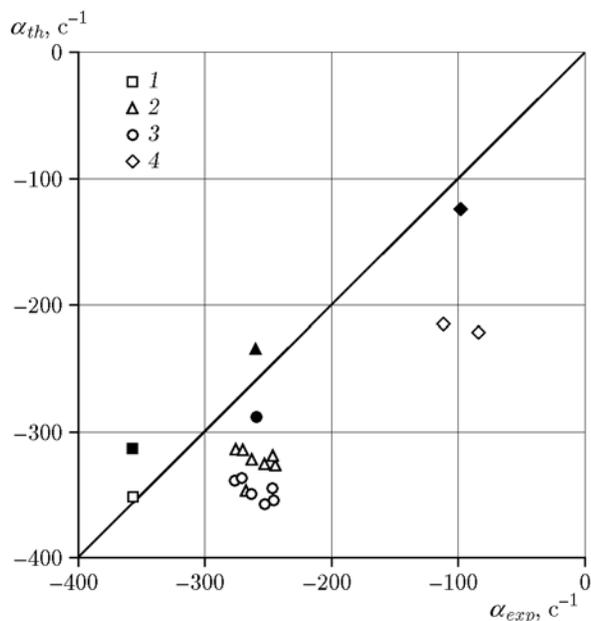


Рис. 4. Сравнение экспериментальных и расчетных значений коэффициента затухания: светлые точки — расчет [44], 1–4 — см. табл. 1, темные точки — данные авторов настоящей работы

Как видно из рис. 4, рассматриваемые двигатели устойчивы к малым возмущениям давления ( $\alpha_{exp} < 0$ ). Практически точное совпадение наблюдается только для двигателя № 1. При этом РДТТ № 2–4 в реальности являются менее устойчивыми, чем это предсказывает полуаналитическая методика [23] (точки на графике лежат ниже кривой точного совпадения). Для двигателей № 2 и 3 данные, полученные по методике [23], укладываются в диапазон 50%-го отклонения от экспериментальных данных. Наибольшее отклонение ( $>50\%$ ) наблюдается для двигателя № 4. Завышение в расчете устойчивости для большинства РДТТ может быть связано с неточностями экспериментального определения функции отклика зоны горения по давлению для рассматриваемых топлив.

Значения  $\alpha_{th}$ , рассчитанные с использованием описанной в данной работе методики, находятся в диапазоне 25%-го отклонения от результатов экспериментов. При этом все значения  $\alpha_{th}$  лежат выше значений, полученных по методике [23]. Наибольшее расхождение в расчетных значениях наблюдается для РДТТ № 4. Для двигателей № 1 и 2 методика занижает устойчивость рабочего процесса.

В табл. 4 представлены расчетно-экспериментальные данные для двух РДТТ, переходящих на неустойчивые режимы работы [45]. Как видно из таблицы, методика завышает неустойчивость рабочего процесса в рассматриваемых РДТТ. При этом относительное отклонение составляет 17.4 и 14.5 % соответственно. Полученные результаты как для устойчивых, так и для неустойчивых РДТТ можно считать удовлетворительными.

## РДТТ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ

С использованием предлагаемой методики был проведен анализ рабочего процесса в РДТТ большого удлинения, схема которого

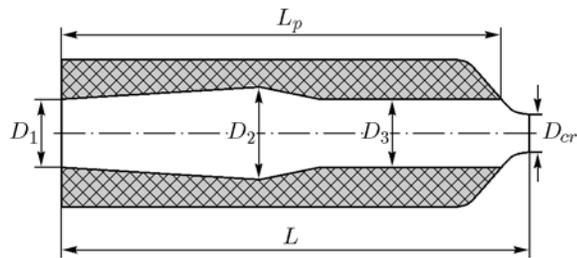


Рис. 5. Общая схема проточной части КС РДТТ большого удлинения  $L = 28.7$

Таблица 5

Параметры КС РДТТ большого удлинения

$t, c$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$L_p$
1.5	1.8	2.0	1.5	27.5
2.5	2.0	2.1	1.7	27.4
3.5	2.2	2.7	1.8	27.35
4.5	2.3	2.5	2.0	27.3

представлена на рис. 5. Общее время работы РДТТ не превышает 6 с. Коэффициент затухания  $\alpha$  рассчитывается для четырех моментов времени, лежащих в диапазоне  $1 \div 5$  с. Геометрические параметры ТРТ, выгорание которого в различные моменты времени определяются с использованием алгоритма [48], приведены в табл. 5. Все данные указаны в безразмерном виде относительно диаметра критического сечения сопла  $D_{cr}$ .

В данном РДТТ в качестве топлива используется металлизированный состав, акустические свойства которого представлены на рис. 3. Так как непосредственное моделирование двухфазного течения в методике не предусмотрено, необходимо учесть диссипацию энергии возмущения на частицах конденсированной фазы. Данный учет осуществляется введением поправки к суммарному коэффициенту затухания, зависящему от массовой доли и диаметра частиц конденсированной фазы. В силу данного обстоятельства итоговый коэффициент затухания может быть представлен в виде  $\alpha = \tilde{\alpha} + \alpha_{fr}$ , где  $\tilde{\alpha}$  — коэффициент затухания, обусловленный особенностями основного течения в КС, стоком энергии через сопло и взаимодействием возмущения давления с зоной горения топлива;  $\alpha_{fr}$  — коэффициент затухания, обусловленный диссипацией энергии возмущений на частицах конденсированной фазы. В [49, с. 228] предложена зависимость  $\alpha_{fr} = -\eta\omega\tau^2/(1 + \omega^2\tau^2)$ , где

$\eta$  — массовая концентрация конденсированной фазы в ПС;  $\tau = \rho_{fr}d_{fr}^2/(18\mu_v)$  — время скоростной релаксации колеблющейся частицы;  $\rho_{fr}$  — плотность вещества частицы (в данном случае  $Al_2O_3$ );  $d_{fr}$  — диаметр частицы. В качестве температурной зависимости плотности частиц оксида алюминия может быть использовано соотношение  $\rho_{fr} = 5558 - 1.08T$ , предложенное в [50, с. 174].

Результаты расчетов для первой продольной моды колебаний представлены на рис. 6. Стоит обратить внимание на то, что полученные распределения параметров рассчитаны без учета воздействия конденсированной фазы на основное и пульсационное течения. Иными словами, результатам, представленным на рис. 6, соответствует коэффициент затухания  $\tilde{\alpha}$ . Для получения значения  $\alpha$  необходимо рассчитать  $\alpha_{fr}$ , подставив в формулу для его расчета значения частот реализуемых колебаний.

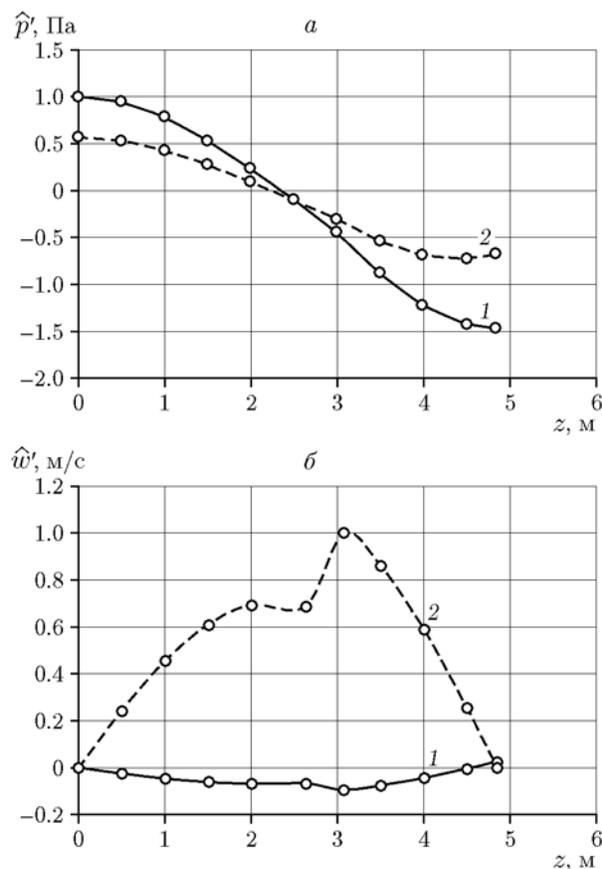


Рис. 6. Пространственное распределение пульсаций давления (а) и азимутальной компоненты скорости (б):

а: 1 —  $\Re\hat{p}'$ , 2 —  $\Im\hat{p}'$ ; б: 1 —  $\Re\hat{w}'$ , 2 —  $\Im\hat{w}'$

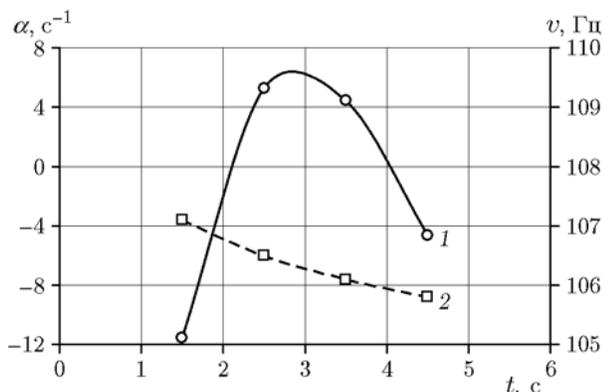


Рис. 7. Зависимость коэффициента затухания (1) и частоты первой продольной моды колебаний (2) для РДТТ большого удлинения

При диаметре частиц конденсированной фазы  $d_{fr} = 5$  мкм и частоте колебаний  $\omega = 107$  Гц коэффициент затухания  $\alpha_{fr} = -3.7$  с<sup>-1</sup>. Итоговые значения  $\alpha$  представлены на рис. 7. Как видно из рисунка, существует временной интервал, в котором рабочий процесс РДТТ большого удлинения неустойчив ( $\alpha > 0$ ). При этом в начальный момент времени и в конце эксплуатации рабочий процесс РДТТ становится устойчивым.

## ВЫВОДЫ

Предложена расчетно-экспериментальная методика определения продольной линейной неустойчивости рабочего процесса в РДТТ. Решение линеаризованной системы уравнений, описывающих динамику продуктов сгорания в камере РДТТ, ищется в частотной области. В качестве граничного условия для поверхности горения топлива используются значения акустической проводимости, определяемые экспериментально в импульсной Т-камере. Данный тип установки является универсальным, обеспечивающим единую методологию определения акустической проводимости безметаллических и металлизированных топлив. Для валидации методики были привлечены экспериментальные данные исследования устойчивости модельных РДТТ, работающих на безметаллических топливах. Для всех двигателей расчетные значения коэффициентов затухания лежат в пределах 25%-й погрешности по сравнению с экспериментальными данными. В статье представлены результаты расчета устойчивости РДТТ, использующего металлизированное

топливо. Для учета диссипации энергии возмущения на частицах оксидов металлов, входящих в состав ТРТ в качестве добавки, было введено поправочное слагаемое к коэффициенту затухания реализуемых колебаний. Проведенный численный эксперимент показал возможность потери устойчивости рабочего процесса в рассматриваемом двигателе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Beckstead M. W. et al. Investigations of Novel Energetic Materials to Stabilize Rocket Motors. — California Institute of Technology & Jet Propulsion Center, 2002.
2. Culick F. E., Kuentzmann P. Unsteady motions in combustion chambers for propulsion systems. — NATO Research and Technology Organization Neuilly-Sur-Seine (France), 2006.
3. Blomshield F. S., Bicker C. Pressure oscillations in Shuttle Solid Rocket Motors // 33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit. — 1997. — P. 1–10. — DOI: 10.2514/6.1997-3252.
4. Blomshield F. S., Mathes H. B. Pressure oscillations in post-Challenger Space Shuttle redesigned solid rocket motors (RSRMs) // 29th Aerospace Sciences Meeting. — 1991. — P. 1–9. — DOI: 10.2514/6.1991-203.
5. Mason D., Folkman S., Behring M. Thrust oscillations of the Space Shuttle solid rocket Booster motor during static tests // 15th Joint Propulsion Conference. — 1979. — P. 1–6. — DOI: 10.2514/6.1979-1138.
6. Mathes H. B. Assessment of chamber pressure oscillations in the Shuttle Solid Rocket Booster Motor // 16th Joint Propulsion Conference. — 1980. — P. 1–11. — DOI: 10.2514/6.1980-1091.
7. Brown R. S., Dunlap R., Young S. W., Waugh R. C. Vortex shedding as a source of acoustic energy in segmented solid rockets // J. Spacecraft and Rockets. — 1981. — V. 18, N 4. — P. 312–319. — DOI: 10.2514/3.57822.
8. Dotson K. W., Koshigoe S., Pace K. K. Vortex shedding in a large solid rocket motor without inhibitors at the segment interfaces // J. Propul. Power. — 1997. — V. 13, N 2. — P. 197–206. — DOI: 10.2514/2.5170.
9. Ballereau S., Godfroy F., Orlandi O., Ballion D. Numerical simulations and searching methods of thrust oscillations for solid rocket motors // 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. — 2006. — P. 1–15. — DOI: 10.2514/6.2006-4425.
10. Fabignon Y., Dupays J., Avalon G., Vuillot F., Lupoglazoff N., Casalis G., Prevost M. Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors // Aerospace Sci. Technol. — 2003. — V. 7, N 3. — P. 191–200. — DOI: 10.1016/S1270-9638(02)01194-X.

11. **Kourta A.** Vortex shedding in segmented solid rocket motors // *J. Propul. Power.* — 1996. — V. 12, N 2. — P. 371–376. — DOI: 10.2514/3.24038.
12. **Lupoglazoff N., Vuillot F.** Comparison between firing tests and numerical simulation of vortex shedding in a 2-D test solid motor // *23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference.* — 1993. — P. 1–9. — DOI: 10.2514/6.1993-3066.
13. **Prevost M., Vuillot F., Traineau J.** Vortex shedding driven oscillations in subscale motors for the Ariane 5 MPS P230 // *32nd Joint Propulsion Conference and Exhibit.* — 1996. — P. 1–13. — DOI: 10.2514/6.1996-3247.
14. **Scippa S., Pascal P., Zanier F.** Ariane 5-MPS — Chamber pressure oscillations full scale firing results: Analysis and further studies // *30th Joint Propulsion Conference and Exhibit.* — 1994. — P. 1–12. — DOI: 10.2514/6.1994-3068.
15. **Высоцкая С. А.** Численное исследование вихревых структур и автоколебаний давления в ракетном двигателе твердого топлива с утопленным соплом: автореф. дис. ... канд. тех. наук / КАИ. — Казань, 2017.
16. **Кашина И. А.** Влияние диссипативных свойств конструктивных элементов РДТТ на амплитуду колебаний давления в камере сгорания при продольной акустической неустойчивости: дис. ... канд. тех. наук / КАИ. — Казань, 2017.
17. **Петрова Е. Н.** Влияние высокочастотных колебаний газа в ракетном двигателе на твердом топливе на продольную акустическую неустойчивость: дис. ... канд. тех. наук / Перм. гос. техн. ун-т. — Пермь, 2010.
18. **Ferretti V., Favini B., Cavallini E., Seraglia F., Di Giacinto M.** Numerical simulations of acoustic resonance of Solid Rocket Motor // *46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit.* — 2010. — P. 1–18. — DOI: 10.2514/6.2010-6996.
19. **Genot A., Gallier S., Schuller T.** A numerical analysis of aluminum droplet combustion driven instabilities in solid rocket motors // *7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences.* — 2017. — P. 1–14. — DOI: 10.13009/EUCASS2017-64.
20. **Orlandi O., Plaud M., Godfroy F., Larrieu S., Cesco N.** Aluminium droplets combustion and SRM instabilities // *Acta Astronaut.* — 2019. — V. 158. — P. 470–479. — DOI: 10.1016/j.actaastro.2019.03.036.
21. **Barrère M., Williams F. A.** Comparison of combustion instabilities found in various types of combustion chambers // *Symp. (Int.) Combust.* — 1969. — V. 12, N 1. — P. 169–181. — DOI: 10.1016/S0082-0784(69)80401-7.
22. **Culick F. E. C.** Stability of high-frequency pressure oscillations in rocket combustion chambers // *AIAA J.* — 1963. — V. 1, N 5. — P. 1097–1104. — DOI: 10.2514/3.1730.
23. **Culick F. E. C.** Stability of longitudinal oscillations with pressure and velocity coupling in a solid propellant rocket // *Combust. Sci. Technol.* — 1970. — V. 2, N 4. — P. 179–201. — DOI: 10.1080/00102207008952247.
24. **Culick F. E. C.** Stability of three-dimensional motions in a combustion chamber // *Combust. Sci. Technol.* — 1975. — V. 10, N 3–4. — P. 109–124. — DOI: 10.1080/00102207508946663.
25. **Rice T. M.** Effect of unsteady combustion on the stability of rocket engines: doctoral dissertation / Univ. of Tennessee. — Knoxville, 2011.
26. **Fischbach S., Flandro G. A., Majdalani J.** Volume-to-surface transformations of rocket stability integrals // *40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit.* — 2004. — P. 1–15. — DOI: 10.2514/6.2004-4053.
27. **Куроедов А. А., Борисов Д. М.** Влияние способа усреднения рабочих параметров энергетических установок на твердом топливе на значение коэффициента затухания акустических колебаний // *Тр. МАИ.* — Вып. 94. — 2017. — С. 1–18.
28. **Kierkegaard A.** Frequency domain linearized Navier — Stokes equations methods for low Mach number internal aeroacoustics: doctoral dissertation / Roy. Inst. of Technology. — Stockholm, 2011.
29. **Ducruix S., Rey C., Candel S.** A method for the transverse modulation of reactive flows with application to combustion instability // *Combust. Theory Model.* — 2005. — V. 9, N 1. — P. 5–22. — DOI: 10.1080/13647830500051950.
30. **Coates R. L., Horton M. D., Ryan N. W.** T-burner method of determining the acoustic admittance of burning propellants // *AIAA J.* — 1964. — V. 2, N 6. — P. 1119–1122. — DOI: 10.2514/3.2477.
31. **Архипов В. А., Волков С. А., Ревягин Л. Н.** Экспериментальное исследование акустической проводимости горячей поверхности смесевых твердых топлив // *Физика горения и взрыва.* — 2011. — Т. 74, № 2. — С. 74–80.
32. **Brown R. S., Erickson J. E., Babcock W. R.** Combustion response function measurements by the rotating valve method // *AIAA J.* — 1974. — V. 12, N 11. — P. 1502–1510. — DOI: 10.2514/3.49536.
33. **Baum J. D., Daniel B. R., Zinn B. T.** Determination of solid propellant admittances by the impedance tube method // *AIAA J.* — 1981. — V. 19, N 2. — P. 214–220. — DOI: 10.2514/3.50942.
34. **Strand L. D., Magiawala K. R., McNamara R. P.** Microwave measurement of the solid-propellant pressure-coupled response function // *J. Spacecraft Rockets.* — 1980. — V. 17, N 6. — P. 483–488. — DOI: 10.2514/3.57768.

35. **Cardiff E. H., Pinkham J. D., Micci M.** Magnetic flowmeter measurement of pressure-coupled response of a plateau solid propellant // *J. Propul. Power.* — 1999. — V. 15, N 6. — P. 844–848. — DOI: 10.2514/2.5504.
36. **Куроедов А. А., Борисов Д. М., Семенов П. А.** Определение акустической проводимости зоны горения безметалльных и металлизированных энергетических конденсированных систем // *Тр. МАИ.* — 2018. — Вып. 98. — С. 1–26.
37. **Волков А. В.** Особенности применения метода Галеркина к решению пространственных уравнений Навье — Стокса на неструктурированных гексаэдральных сетках // *Учен. зап. ЦАГИ.* — 2009. — Т. 40, № 6. — С. 41–59.
38. **Краснов М. Л. и др.** Вся высшая математика. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — Т. 6.
39. **Fischbach S., Majdalani J., Flandro G., French J.** Verification and validation of rocket stability integral transformations // 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. — 2005. — P. 1–15. — DOI: 10.2514/6.2005-4001.
40. **Eversman W.** The boundary condition at an impedance wall in a non-uniform duct with potential mean flow // *J. Sound Vibration.* — 2001. — V. 246, N 1. — P. 63–69. — DOI: 10.1006/jsvi.2000.3607.
41. **Crocco L.** Verification of nozzle admittance theory by direct measurement of the admittance parameter // *ARS J.* — 1961. — V. 31, N 6. — P. 771–775. — DOI: 10.2514/8.5627.
42. **Janardan B. A., Daniel B. R., Zinn B. T.** Scaling of rocket nozzle admittances // *AIAA J.* — 1975. — V. 13, N 7. — P. 918–923. — DOI: 10.2514/3.60470.
43. **Рощин А. С.** Моделирование пространственных течений в газовых трактах с использованием адаптивных сеток: дис. ... канд. физ.-мат. наук / МАИ. — М., 2014.
44. **Harris P. G.** Experimental evaluation of one-dimensional design technology for linear combustion instability // 30th Joint Propulsion Conference & Exhibit. — 1994. — P. 1–13. — DOI: 10.2514/6.1994-3191.
45. **Blomshield F. S., Crump J. E., Mathes H. B., Stalnaker R. A., Beckstead M. W.** Stability testing of full-scale tactical motors // *J. Propul. Power.* — 1997. — V. 13, N 3. — P. 349–355. — DOI: 10.2514/2.5191.
46. **Harris P. G.** Experimental evaluation of pulse-triggered nonlinear combustion instability in solid propellant rocket motors: doctoral dissertation / Université Laval. — Québec, 2000.
47. **Blomshield F. S., Stalnaker R. A.** Pulsed motor firings-Pulse amplitude, formulation, and enhanced instrumentation // 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. — 1998. — P. 1–12. — DOI: 10.2514/6.1998-3557.
48. **Лаптев И. В., Семенов П. А., Дегтярев С. А.** Автоматизация моделирования процесса выгорания заряда твердого топлива в системе SOLIDWORKS // *Автоматизация. Современные технологии.* — 2016. — № 3. — С. 14–18.
49. **Орлов Б. В., Мазинг Г. Ю.** Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. — М.: Машиностроение, 1979.
50. **Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива / под ред. А. С. Коротеева.** — М.: Машиностроение, 2004.

*Поступила в редакцию 01.06.2020.  
Принята к публикации 28.10.2020.*

---