

К ТЕОРИИ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

Н. И. Малинин

(Новосибирск)

Некоторые анизотропные материалы имеют свойство анизотропной ползучести. Анизотропная ползучесть будет проявляться при действии механических напряжений в монокристаллах при высоких температурах, в армированных пластмассах [1], железобетоне и др. При расчете некоторых конструкций из анизотропных ползучих материалов возникает необходимость оценки величины деформаций ползучести в теле для отыскания, например, распределения напряжений в нем. К сожалению, решение таких задач затруднено тем, что теория анизотропной ползучести развита в настоящее время крайне недостаточно. Отсутствуют также экспериментальные данные по исследованиям анизотропной ползучести реальных материалов.

Ниже рассматриваются некоторые возможные варианты записи уравнений анизотропной ползучести. Последние, с одной стороны, представляют собой обобщения уравнений анизотропной пластичности, и с другой — обобщения зависимостей изотропной ползучести. В опытах длительностью 2—6 суток изучена анизотропная ползучесть при сжатии стеклопластика АГ-4С (равнопрочного) при температуре 30° С.

1. Работы, посвященные исследованиям анизотропной ползучести, немногочисленны. В работе Такидзавы [2] предложены достаточно общие зависимости теории линейной наследственности анизотропного тела, представляющие собой обобщения известных уравнений наследственности Вольтерра. В монографии [3] отмечается возможность построения для начально анизотропного ползучего тела теории течения типа потенциала, причем в качестве потенциала течения S предлагается взять однородную квадратичную форму

$$S = C_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (1.1)$$

где C_{ijkl} — параметры материала ($C_{ijkl} = C_{jikl}$, $C_{ijlk} = C_{ijkl}$, так как тензор напряжений σ_{ij} симметричен, $C_{ijkl} = C_{klij}$ вследствие симметрии формы (1.1) относительно σ_{ij} и σ_{kl}).

К сожалению, названные работы по теории анизотропной ползучести не могут удовлетворить исследователя по следующим причинам. В работе [2] не указывается, хотя бы приближенно, число параметров, описывающих анизотропную ползучесть, а также ничего не говорится о способах определения параметров материала из экспериментальных данных. Теория течения, для которой в [3] предложен потенциал в виде (1.1), плохо описывает ползучесть при меняющихся напряжениях.

Современные теории ползучести изотропного тела представляют собой обобщения теорий пластичности. Так, например, уравнения теории малых упруго-пластических деформаций для изотропного тела записываются в виде

$$\epsilon_{ij}^p = \Psi(T) \sigma_{ij}^* \quad (1.2)$$

где ϵ_{ij}^p — пластическая деформация, σ_{ij}^* — компонента девиатора напряжений, Ψ — функция интенсивности касательных напряжений T .

Если считать функцию $\Psi(T)$ зависимой не только от T , но и от времени t , то вместо (1.2) будем иметь уравнения одной из теорий ползучести — теории старения, причем в этих уравнениях вместо ϵ_{ij}^p следует писать ϵ_{ij}^c (ϵ_{ij}^c — деформация ползучести).

Аналогичным образом проводятся обобщения теории пластического течения, уравнения которой для изотропного тела записываются в виде

$$(\varepsilon_{ij}^p)' = \Lambda(T) \sigma_{ij}^* \quad ((\quad)' = d/dt) \quad (1.3)$$

Если считать Λ функцией не только T , но и времени t , то получим теорию течения для ползучести; вместо $(\varepsilon_{ij}^p)'$ следует, как и выше, писать $(\varepsilon_{ij}^c)'$. Если считать, что Λ не зависит от t , а зависит от ε_{ij} или ε_{ij}^c , или от работы напряжений, то будем иметь одну из теорий упрочнения.

Из теорий ползучести особое место занимает теория наследственности. Теория линейной наследственности использует принцип суперпозиции, согласно которому деформации, вызванные суммой отдельных ступеней напряжений $\Delta\sigma_{ij}$, равны сумме деформаций от каждого из $\Delta\sigma_{ij}$. При этом законы ползучести имеют вид линейных интегральных уравнений Вольтерра с переменным верхним пределом. Для нелинейной теории наследственности принцип суперпозиции уже не соблюдается. Уравнения нелинейной теории наследственности представляют собой обобщения линейных уравнений, причем в соответствующие интегральные уравнения Вольтерра вместо функций $\sigma_{ij}(t)$ или $\varepsilon_{ij}^c(t)$ подставляются нелинейные функции $f(\sigma_{ij})$ [4] или $f_1(\varepsilon_{ij}^c)$ [5].

Подводя итог сказанному выше, можно утверждать, что теория ползучести представляет собой обобщение теории пластичности. Теория ползучести в отличие от теории пластичности, учитывает временные эффекты. Уравнения ползучести отличаются от уравнений теории пластичности тем, что в соответствующие члены, определяющие величину ε^c (или $(\varepsilon^c)'$), наряду с напряжением (или некоторым инвариантом напряжения) входит время. Таким образом, каждая теория пластичности может быть, в принципе, обобщена для ползучести, если считать функции Ψ или Λ или им эквивалентные зависимыми не только от напряжений, но и от времени.

Обычно теория пластичности пользуется условиями пластичности в виде условия Сен-Венана или условия Мизеса.

Условие пластичности Сен-Венана обобщено для анизотропного пластического тела А. Савчуком [6] и Д. Д. Ивлевым [7]. Представления, развитые А. Савчуком и Д. Д. Ивлевым, обобщены для анизотропной ползучести О. В. Сосиным [8].

К сожалению, теория, развитая А. Савчуком и Д. Д. Ивлевым, имеет следующий недостаток. При повороте главных осей форма поверхности, изображающей условие пластичности (текучести), будет меняться. Следовательно, изменятся и числовые значения параметров, входящих в уравнения пластичности (текучести). Зависимости этих параметров от углов поворота не установлены; в принципе они могут быть разрывными функциями [7]. Таким образом, для полной характеристики свойств анизотропной пластичности (ползучести) материала необходимо проведение очень большого числа экспериментов. В связи с этим в дальнейшем будем пользоваться условием пластичности (текучести) Мизеса для анизотропного тела, предложенным в статье [9].

Уравнение пластического потенциала записано в декартовой системе координат $Oxyz$, оси которой связаны с главными осями анизотропии. В общем случае это уравнение для анизотропного тела имеет вид

$$S = C_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} = \text{const} \quad (1.4)$$

Коэффициенты C_{ijkl} представляют собой параметры материала. В общем случае в условии (1.4) содержится 21 коэффициент C_{ijkl} . Если пластические деформации не сопровождаются изменениями объема, то число параметров C_{ijkl} уменьшается до 15. Для ортотропного несжимаемого при пластических деформациях тела свойства материала описываются 6 параметрами C_{ijkl} и в главных осях анизотропии уравнение пластического потенциала записывается в виде [10]

$$S = C_x (\sigma_y - \sigma_z)^2 + C_y (\sigma_z - \sigma_x)^2 + C_z (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2C_{yz} \tau_{yz}^2 + 2C_{zx} \tau_{zx}^2 + 2C_{xy} \tau_{xy}^2 = \text{const} \quad (1.5)$$

где C_x, \dots, C_{xy} — параметры материала. При этом скорость пластической деформации $(\varepsilon_{ij}^p)'$ определится формулой

$$(\varepsilon_{ij}^p)' = \partial S / \partial \sigma_{ij} \quad (1.6)$$

В случае неидеальной пластичности S может и не быть константой, и по аналогии с теорией пластического течения типа потенциала можем записать

$$(\varepsilon_{ij}^p)' = f(\sigma_{ij}) \partial S / \partial \sigma_{ij} \quad (1.7)$$

Нетрудно показать, что условие текучести $f(\sigma_{ij})$ для анизотропного тела должно удовлетворять требованиям, налагаемым условием сжимаемости или несжимаемости материала, а также свойствами деформационной симметрии. Эти условия будут удовлетворены, если в качестве аргумента функции f взять квадратичную форму $S^* = C^*_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}$, как и для упругого потенциала (коэффициенты C_{ijkl} и C^*_{ijkl} в общем случае могут и не совпадать). Выражение (1.7) значительно упростится, если положить $f(\sigma_{ij}) = \Phi'(S)$. При этом будем иметь

$$(\varepsilon_{ij}^p)' = \Phi'(S) \frac{\partial S}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.8)$$

В дальнейшем теория, описываемая уравнением (1.8), обобщается на случай ползучести. Для ползучести это уравнение имеет вид

$$(\varepsilon_{ij}^c)' = \frac{\partial \Phi(S, t)}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \Phi(S, t)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.9)$$

2. Для ползучего тела Φ (см. формулу (1.8)) будет зависеть не только от S , но и от времени. Если S рассматривать как параметр (такое рассмотрение возможно лишь в том случае, когда напряжение, а следовательно, и величина S сохраняют постоянное значение на протяжении опыта), то для ползучего тела можно считать потенциал Φ функцией времени t , т. е. $\Phi = \Phi(S, t)$. Если кривые ползучести, полученные при разных напряжениях, подобны, то функцию Φ можно представить в виде произведения двух сомножителей, один из которых зависит только от напряжений, другой — только от времени, т. е.

$$\Phi(S, t) = F(S) \theta^*(t) \quad (2.1)$$

В дальнейшем будет показано, что кривые ползучести для одинаковых образцов из стеклопластика АГ-4С, снятые при различных напряжениях, могут с достаточной степенью точности рассматриваться как подобные. В связи с этим в дальнейшем будем пользоваться гипотезой, описываемой формулой (2.1).

В качестве $\theta^*(t)$ в теориях ползучести часто используется степенная функция [4], т. е.

$$\theta^*(t) = t^n \quad (n — параметр материала) \quad (2.2)$$

Функция $\Phi(S)$ представляет собой зависимость скорости ползучести от напряжения. Для линейной ползучести можно положить

$$F(S) = S \quad (2.3)$$

Для нелинейной ползучести возможны два случая:

$$\partial \varepsilon^c / \partial \sigma = G \quad \text{при } t = \text{const}, \quad \partial \varepsilon^c / \partial \sigma = \text{const} \neq 0 \quad \text{при } t = \text{const} \quad (2.4)$$

при этом в первом случае обычно используется степенная функция зависимости деформаций ползучести от напряжений [3], а во втором в виде

гиперболического синуса [11-12] (или косинуса), так что для анизотропного тела можно записать

$$F(S) = S^m, \quad F(S) = A \operatorname{ch} \sqrt{S} \quad (2.5)$$

В этих зависимостях m характеризуют материал.

3. Если считать, что зависимость (1.8) удовлетворяется и для переменных напряжений, то приходим к одному из возможных вариантов теории течения при ползучести. Если напряжения не меняются, то уравнение (1.8) для ползучести можно записать с учетом (2.1) и (2.2) в виде

$$(\epsilon_{ij}^c)' = \theta^*(t) \partial F / \partial \sigma_{ij}$$

Отсюда легко находится уравнение кривой ползучести, имеющее вид

$$\epsilon_{ij}^c = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \theta(t) \quad \left(\theta(t) = \int_0^t \theta^*(t) dt \right) \quad (3.1)$$

Если считать, что уравнение (3.1) пригодно и для меняющихся со временем напряжений, то получим один из вариантов теории старения.

Как показано Ю. Н. Работновым [5], теории старения и течения имеют недостаток, заключающийся в том, что их уравнения не инвариантны относительно начала отсчета времени. Поэтому эти теории не могут дать удовлетворительных решений в задачах, когда нагрузки быстро меняются во времени. Более перспективны в этом отношении теории упрочнения и наследственности.

По теории упрочнения, в отличие от теории течения, функция Φ (см. уравнение (1.9)) зависит от набора параметров, характеризующих состояние материала [13]. В частных случаях в качестве определяющего параметра (наряду с напряжением) можно рассматривать деформацию ползучести [14], работу напряжений на деформациях ползучести [15] и др.

Итак рассмотрим возможные варианты построения теории упрочнения для анизотропного тела. Предположим, что величина Φ в уравнении (1.9) зависит от некоторых функций напряжений и деформаций, т. е.

$$\Phi = \Phi [\xi_i(\sigma_{ij}), \zeta_i^c(\epsilon_{ij}^c)] \quad (3.2)$$

Функции $\xi(\sigma_{ij})$ и $\zeta(\epsilon_{ij}^c)$ играют роль соответственно напряжений и деформаций для одномерного случая, поэтому назовем их обобщенными напряжением и деформацией. Для расчетов в случае сложного напряженного состояния существенно, чтобы уравнения (1.9) и (3.2) приводили к зависимости между ξ и ζ , имеющей такую же структуру, как и формула (1.9) для одноосного растяжения или сжатия. Для изотропного тела в качестве ξ удобно принять интенсивность касательных напряжений, в качестве ζ — интенсивность деформаций сдвига при ползучести.

Для анизотропного тела функции ξ и ζ должны удовлетворять требованиям, налагаемым условиями симметрии деформационных свойств материала. Для несжимаемого при ползучести материала к ним присоединяется условие несжимаемости. В качестве обобщенного напряжения можно принять, например, величину \sqrt{S} , которая, как уже отмечалось выше, удовлетворяет поставленным требованиям. Можно показать, что требования, касающиеся формы зависимости ζ от ξ , будут удовлетворены, если в качестве обобщенной деформации примем функцию

$$\zeta = \int_0^t (b_{ijkl} \dot{\epsilon}_{ij}^c \dot{\epsilon}_{kl}^c)^{1/2} dt \quad (3.3)$$

Здесь коэффициенты b_{ijkl} можно определить из уравнений

$$b_{ijk} C_{imn} C_{klr} = C_{mnp} \quad (3.4)$$

Между коэффициентами b_{ijkl} существуют очевидные соотношения

$$b_{ijkl} = b_{jikl}, \quad b_{ijki} = b_{ijlk}, \quad b_{ijkj} = b_{klij}$$

В общем случае система (3.4) представляет собой 21 линейное уравнение с 21 неизвестной b_{ijkl} . Для ортотропного тела имеем систему 9 уравнений с 9 неизвестными, распадающуюся на 2 системы — с 6 и 3 неизвестными.

Предположим, следуя работе [15], что деформация ползучести зависит от работы напряжений на деформациях ползучести a . При этом уравнение ползучести можно записать в виде ¹

$$(\epsilon_{ij}^c)^* = U(a) \partial V(S) / \partial \sigma_{ij} = U(a) V'(S) \partial S / \partial \sigma_{ij} \quad (3.5)$$

Для наследственной среды представляется возможным обобщить нелинейное уравнение М. И. Розовского [4]. Это уравнение для анизотропного тела будет иметь вид

$$\epsilon_{ij}^c = \int_{-\infty}^t \theta_1(t - \omega) \frac{\partial F(S)}{\partial \sigma_{ij}} d\omega = \int_{-\infty}^t \theta_1(t - \omega) F'(S) \frac{\partial S}{\partial \sigma_{ij}} d\omega \quad (3.6)$$

Для линейного тела $F'(S) = 1$, и уравнение (3.6) является частным случаем более общего уравнения Такидзавы [2].

4. Всесторонняя проверка теории, изложенной в предыдущих разделах, может быть проведена в опытах при сложном напряженном состоянии. Однако некоторые выводы можно сделать и на основании опытов при простом растяжении (сжатии).

Ограниченная проверка развитой теории была предпринята на равнопрочном стеклопластике АГ-4С, для которого в условиях одноосного сжатия были сняты кривые ползучести.

Равнопрочный стеклопластик АГ-4С представляет собой неоднородный материал, склеенный из перемежающихся слоев стекловолокон, причем направления волокон в соседних слоях взаимно перпендикулярны. Анизотропия деформационных свойств стеклопластиков представляет собой частный случай конструктивной анизотропии. Для описания упругих свойств конструктивно анизотропного тела, как показано в работе [16], можно пользоваться аппаратом теории континуальной физической анизотропии. Это положение было подтверждено в ряде работ (например, в [17]), в которых показано, что неоднородность и слоистость материала не играют существенной роли, и упругие свойства стеклопластиков описываются теми же уравнениями, что и для сплошных анизотропных сред.

Что касается пластических свойств, а также ползучести конструктивно анизотропных тел, то для них аппарат теории физической анизотропии часто бывает непригоден и необходимо в каждом конкретном случае рассматривать особенности конструкции тела [16]. Поэтому изложенные выше теории могут рассматриваться применительно к стеклопластикам лишь как первое приближение.

Как отмечалось, например, в работе [18], при проведении опытов на сжатие необходимо особое внимание обращать на центровку образца относительно прикладываемой силы. Центровку лучше обеспечить для коротких образцов. Но для коротких образцов существенное влияние на результаты испытаний может оказать неоднородность напряженного состояния вблизи торцов образца, в связи с чем вопрос о выборе оптимальной гибкости образца в опытах на сжатие имеет существенное значение. Поэтому предварительно была проведена экспериментальная проверка однородности напряженно-деформированного состояния по сечению и длине образца. Образец имел форму прямоугольного параллелепипеда сечением 14×14 мм и длиной 80 мм. Для нагружения использовался реверсор, созданный автором работы [18] и несколько измененный нами.

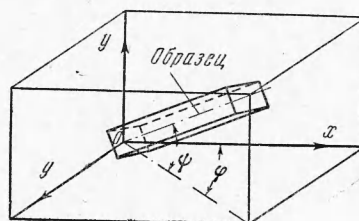
В первой серии опытов на каждую из боковых граней вблизи центра образца из равнопрочного АГ-4С наклеивался тензодатчик с базой 20 мм. Показания тензодатчиков фиксировались при помощи восьмиканальной тензометрической установки 8АНЧ-7М. Было установлено, что показания тензодатчиков отличаются не более чем на 5% и подсчитанный эксцентриситет оказался весьма малым.

¹ Уравнение (3.5) предложено Ю. Н. Работновым.

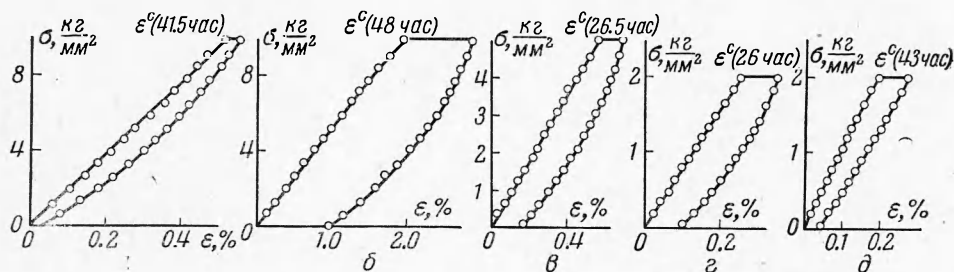
Во второй серии опытов была произведена оценка погрешности, вызванной трением на торцах. На одну из граней образца наклеивались четыре тензодатчика с базой 5 мм. У края датчика 4 бумажная подложка подрезалась насколько возможно и датчик наклеивался на самый край образца. Тензодатчики 3, 2 и 1 наклеивались приблизительно на расстояниях $1/8$, $1/4$, $1/2$ длины образца от его торца. Показания датчиков 1—3 при испытаниях практически совпадали, показания датчика 4 отличались от первых трех не более чем на 6—7%. Если это отклонение вызвано влиянием трения на торцах, то возможная погрешность, обусловленная неоднородностью напряженного состояния в образце, не будет превышать 0.8—1.0%. Эти результаты находятся в качественном соответствии с данными Биндера и Мюллера [19], установившими тождество диаграмм сжатия и растяжения на весьма коротких образцах для большого числа стеклообразных пластмасс (изменение площади поперечного сечения образца при его деформировании учитывалось в работе [19]).

Испытания на ползучесть проводились на машинах, описанных в [20], при температуре $30 \pm 0.3^\circ \text{C}$. Регулирование температуры осуществлялось контактным термометром. Образцы вырезались из одного блока равнопрочного АГ-4С. Оси образцов имели различные направления в пространстве, т. е. углы φ и ψ (фиг. 1) были различными. Оси x и y координатной системы параллельны направлениям стекловолокон в соседних слоях, ось z — перпендикулярна слоям (направление вверх).

Модули упругости для различных углов φ и ψ можно было определить по величине упругой деформации, развивающейся практически мгновенно в момент нагружения, или при разгрузке. Кроме того, модули упругости можно было оценить из диаграмм



Фиг. 1



Фиг. 2

сжатия на фиг. 2 (где приведены кривые деформирования стеклопластика АГ-4С: а) $\varphi = 0, \psi = 0$; б) $\varphi = 0, \psi = 90^\circ$; в) $\varphi = 45^\circ, \psi = 0$; г) $\varphi = 45^\circ, \psi = 45^\circ$; д) $\varphi = 45^\circ, \psi = 30^\circ$). Опыты, результаты которых представлены на фиг. 2, проводились следующим образом. Нагрузка прикладывалась небольшими равными порциями и через равные промежутки времени от нуля до максимального значения. Деформация регистрировалась после добавления каждой новой ступени. После того как была приложена последняя ступень нагрузки, регистрировались деформации ползучести в течение 1—2 суток. Горизонтальная площадка на диаграмме фиг. 2 соответствует таким образом деформации ползучести, накопленной с момента окончания нагружения до начала нагрузки. После истечения 1—2 суток производилась разгрузка, диаграмма которой также приводится на фиг. 2. По диаграмме нагружения можно было определить модуль сжатия. Для образцов, вырезанных в направлении $\varphi = \psi = 0$, модуль сжатия оказался равным модулю упругости, определенному при быстром приложении нагрузки.

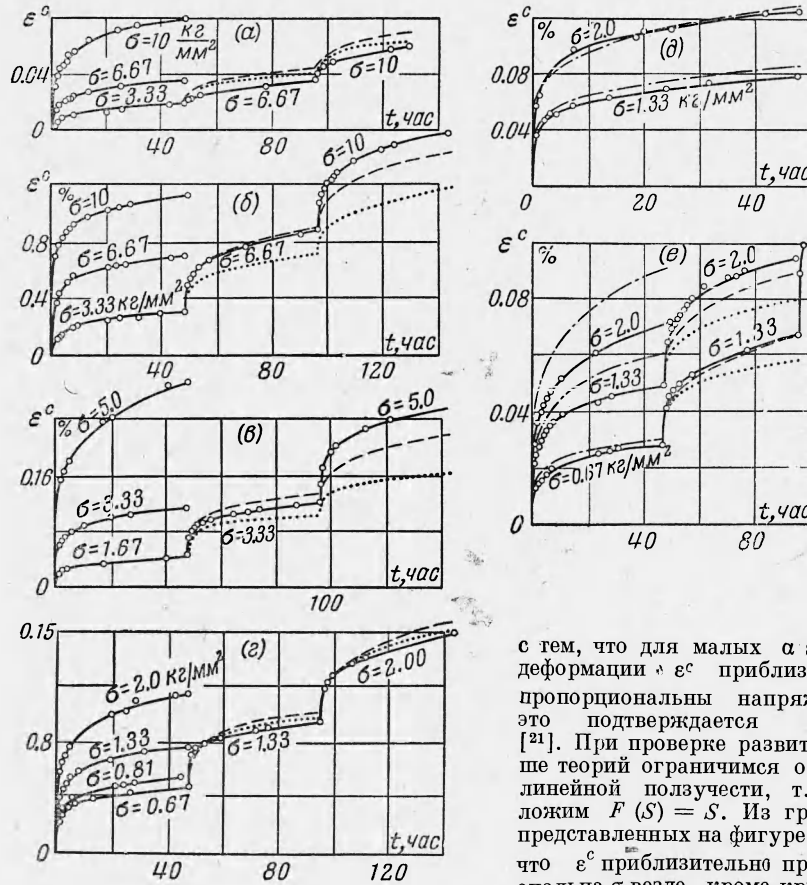
Для углов φ и $\psi = 0$ модуль, вычисленный из диаграмм типа, представленных на фиг. 2, оказался на 10—25% ниже, чем при быстром нагружении. Эти расхождения вызваны, по-видимому, влиянием деформаций ползучести, накопленных в период нагружения (≈ 3 мин).

Кривые ползучести равнопрочного АГ-4С для образцов, вырезанных под разными углами, при постоянных и ступенчато меняющихся нагрузках представлены на рис. 3 (где а) $\varphi = 0, \psi = 0$; б) $\varphi = 0, \psi = 90^\circ$; в) $\varphi = 45^\circ, \psi = 0$; г) $\varphi = 0, \psi = 45^\circ$; д) $\varphi = 45^\circ, \psi = 45^\circ$; е) $\varphi = 45^\circ, \psi = 30^\circ$). На основе анализа представленных на фиг. 3 данных установлено, что зависимость деформаций ползучести от времени при постоянных напряжениях может быть выражена формулой

$$\varepsilon^c = Ct^{0.2} \quad (4.1)$$

где C — параметр, зависящий от напряжений σ и углов φ и ψ . Сравнивая формулу (4.1) с (1.9), видим, что функция Φ представима в виде произведения двух сомножителей как (2.1), из которых один зависит только от напряжений, второй — от времени.

В отношении зависимости деформаций ползучести стеклопластиков от напряжений можно сказать следующее. Наилучшим образом удовлетворяется (при неизменном на протяжении опыта напряжении σ ; последнее может рассматриваться как параметр) зависимость ϵ^c от σ в виде гиперболического синуса [12]. При малых нагрузках, в связи



Фиг. 3

Из графиков на фиг. 3а, б, в, г можно вычислить параметры $C_x = C_y$ (так как плотности армирования стекловолокнами в направлениях x и y одинаковы), C_z , $C_{yz} = C_{zx}$ и C_{xy} . В результате обработки данных для стеклопластика АГ-4С (равнопрочного) при температуре 30°C получены значения $C_x = C_y = 10.7 \cdot 10^{-5}$, $C_z = -9.35 \cdot 10^{-5}$, $C_{xy} = 2.0 \cdot 10^{-5}$, $C_{yz} = C_{zx} = 14.2 \cdot 10^{-5}$ $\text{кг}^{-1} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{час}^{-0.2}$. При помощи уравнений (1.9) с учетом (1.5), (2.1) и (4.1) построены кривые ползучести (теоретические) для углов $\varphi = \psi = 45^\circ$ и $\varphi = 45^\circ, \psi = 30^\circ$ при напряжениях 0.67, 1.33 и 2 $\text{кг}/\text{мм}^2$, изображенные на фиг. 3д, е штрих-пунктирными линиями. Здесь же при этих же напряжениях приведены экспериментальные кривые. Для направления $\varphi = \psi = 45^\circ$, как видно из фиг. 3д, экспериментальные кривые хорошо соответствуют теоретическим. Для $\varphi = 45^\circ, \psi = 30^\circ$ погрешности несколько выше и достигают 25%. Однако эти погрешности все же малы сравнительно с погрешностями, которые могли бы быть получены в пренебрежении анизотропией ползучести.

Для проверки описанных выше теорий при переменных напряжениях на одном из образцов из каждой серии были поставлены опыты, в которых нагрузка по истечении определенного срока ступенчато возрастала. Кривые ползучести для ступенчато изменяющихся нагрузок представлены также на фиг. 3. Здесь же штриховыми линиями нанесены «теоретические» кривые ползучести; при этом использовалась гипотеза упроч-

с тем, что для малых α $\text{sh} \alpha \approx \alpha$ деформации ϵ^c приблизительно пропорциональны напряжениям это подтверждается работой [21]. При проверке развитых выше теорий ограничимся областью линейной ползучести, т. е. положим $F(S) = S$. Из графиков, представленных на фигуре, видно, что ϵ^c приблизительно пропорциональна σ везде, кроме кривых на фиг. 3а и в при напряжениях 10 и 5 $\text{кг}/\text{мм}^2$ соответственно.

нения Ю. Н. Работнова, описываемая уравнением (3.5) с учетом (1.5), (2.1) и (4.1). За зависимости $U(a)$ и $V(S)$ выбирались в виде степенных функций, т. е. $U = ka^{-\alpha}$ и $V = S^{\beta}$, для АГ-4С получены значения $\alpha = 4$ и $\beta = 5$. Пунктирными линиями нанесены «теоретические» кривые ползучести по теории наследственности, описываемой уравнением (3.6) с учетом (1.5), (2.1), (2.3) и (4.1). Из фиг. 3 видно, что экспериментальные кривые близки к теоретическим везде, за исключением области слишком высоких напряжений.

(Все опыты, результаты которых приведены на фиг. 3, повторялись. Деформации ползучести отличались в параллельных опытах не более чем на 15%. Относительно небольшая величина разброса была, по-видимому, обусловлена тем, что образцы вырезаны из одной плиты).

Аналогичные расчеты были выполнены и для теорий старения и течения. При этом получен уже известный результат о том, что названные теории удовлетворительно описывают процесс ползучести лишь при плавно изменяющихся нагрузках. При резких изменениях напряжений теории старения и течения дают значительно отклоняющиеся от эксперимента результаты.

В дальнейшем необходимо создание более универсальной теории ползучести для армированных пластиков, которая должна учитывать особенности конструктивной анизотропии этих материалов, различные нелинейные эффекты и которая была бы, кроме того, пригодной для описания поведения материала при немонотонно меняющихся нагрузках, как, например, в работе [22].

Поступила 25 XII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. М а л и н и н Н. И. Ползучесть армированного слоя при двухосном растяжении. ПМТФ, 1962, № 6.
2. T a k i z a w a E. I. Rheological theory of anisotropic media. Memoirs of the Faculty of Engineering Nagoya Univ., 1956, v. 8, No. 1, 118.
3. К а ч а н о в Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, 1960.
4. Р о з о в с к и й М. И. Ползучесть и длительное разрушение материалов. Ж. техн. физ., 1951, т. 21, № 11.
5. Р а б о т н о в Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестник МГУ, 1948, № 10.
6. S a w c z u k A. Linear theory of plasticity of anisotropic bodies and its applications to problems of limit analysis. Arch. Mechaniki Stosowanej, 1959, 5, No. 5.
7. И в л е в Д. Д. К теории идеальной пластической анизотропии. ПММ, 1959, 23, № 6.
8. С о с н и н О. В. Установившаяся анизотропная ползучесть дисков. ПМТФ, 1963, № 4.
9. M i s e s R. Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. ZAMM, 1928, 8, No. 3.
10. H i l l R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proc. Roy. Soc., Ser. A., 1948, A193, 1033, 281.
11. Н а д а и А. Влияние времени на ползучесть. Ст. в сб. Теория пластичности. Под ред. Ю. Н. Работнова, ИЛ, 1948.
12. F i n d l e y W. Creep and relaxation of plastics. Machine Design, 1960, v. 32, No. 10.
13. Р а б о т н о в Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести. ПМТФ, 1963, № 2.
14. Р а б о т н о в Ю. Н. О некоторых возможностях описания неустановившейся ползучести с приложением к исследованию ползучести роторов. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 5.
15. Р а б о т н о в Ю. Н. On the equations of state for creep. Ст. в сб.: Progress in applied mechanics. The Prager anniversary volume. Macmillan Co, N. Y., 1963, p. 307.
16. Н е м и р о в с к и й Ю. В. Несущая способность круглых подкрепленных пластин. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 2.
17. Р а б и н о в и ч А. Л., Ш т а р к о в М. Г., Д м и т р и е в а Е. И. Методы определения и величины упругих постоянных стеклотекстолита при повышенной температуре. Тр. МФТИ, Оборонгиз, 1958, вып. 1, стр. 115.
18. Т о р ш е н о в Н. Г. Ползучесть алюминиевого сплава Д16Т при сжатии. ПМТФ, 1961, № 6.
19. B i n d e r G., M ü l l e r F. H. Nicht-lineare Deformation. I. Stauchung zylindrischen Proben. Kolloid Z., 1961, 177, No. 2.
20. Б а е в Л. В., М а л и н и н Н. И., Р а б о т н о в Ю. Н., Ш у б и н И. А. Установка для испытаний пластмасс на ползучесть и релаксацию. Заводская лаборатория, 1962, 28, № 4.
21. Б р ы з г а л и н Г. И. К описанию анизотропной ползучести стеклопластиков. ПМТФ, 1963, № 6.
22. Б р ы з г а л и н Г. И. О ползучести при переменных напряженных. ПМТФ, 1962, № 3.