

мощью вычислительных методов [19], поэтому желательно провести численную верификацию всех топологических режимов обтекания крыльев и, в частности, пси-эффекта.

Авторы признательны А.П. Гордиенко и Т.Ю. Грачевой за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Topological fluid mechanics / Ed. by Н.К. Moffatt, A. Tsinober. — Cambr.: Cambr. Univ. Press, 1990.
2. Шевелев Д.Ю. Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. — М.: Наука, 1986.
3. Хиршель Э., Кордулла В. Сдвиговое течение сжимаемой жидкости. — М.: Мир, 1987.
4. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. — М.: Мир, 1967.
5. Коул Дж., Кук Л. Трансзвуковая аэродинамика. — М.: Мир, 1989.
6. Cheng H.K. Aerodynamics of a rectangular plate with vortex separation in supersonic flow // J. Aeronaut. Sci. — 1955. — V. 22, N 4. — P. 217—226.
7. Молчанов В.Ф. Метод выделения главной части нелинейных характеристик прямоугольного крыла, обтекаемого идеальной жидкостью // Учен. зап. ЦАГИ. — 1980. — Т. 11, № 1. — С. 12—17.
8. Ньюмен Дж. Морская гидродинамика. — Л.: Судостроение, 1985.
9. Никольский А.А. Законы подобия для трехмерного стационарного отрывного обтекания тел жидкостью и газом // Учен. зап. ЦАГИ. — 1970. — Т. 1, № 1. — С. 1—7.
10. Бетяев С.К. Математическое моделирование ламинарных течений. — М., 1994. — Деп. в ВИМИ, № ДО—8567.
11. Никольский А.А., Бетяев С.К., Малышев И.П. О предельной форме отрывного автомодельного течения идеальной жидкости // Проблемы прикладной математики и механики. — М.: Наука, 1971. — С. 262—268.
12. Черный Г.Г. Газовая динамика. — М.: Наука, 1988.
13. Красильщикова Е.А. Тонкое крыло в сжимаемом потоке. — М.: Наука, 1978.
14. Майлс Дж.У. Потенциальная теория неустановившихся сверхзвуковых течений. — М.: ГИФМЛ, 1963.
15. Stahl W., Mahmood M. Some aspects of the flow past a square flat at the high incidence // Z. Flugwiss. Weltraumforsch. — 1985. — N 9, H. 3. — S. 134—142.
16. Gregoriou G. Modern missile design for high angle-of-attack // AGARD-LS-121. — 1982. — P. 5.1—5.23.
17. Winkelmann A. Flow visualization studies of the tip vortex system of a semiinfinite wing. — N.Y., 1989. — (Paper / AIAA; N 1801).
18. Hunt B. The role of a computational fluid dynamics in high angle-of-attack aerodynamics // AGARD-LS-121. — 1987. — P. 6.1—6.28.
19. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — Т. 1.

г. Жуковский

Поступила 4/1 1994 г.,
в окончательном варианте — 10/III 1994 г.

УДК 533.69.01

Д.Н. Горелов, С.И. Горлов

ДВИЖЕНИЕ ПРОФИЛЯ ВБЛИЗИ ПЛОСКОГО ЭКРАНА

Задача о движении профиля вблизи экрана имеет не только практический, но и теоретический интерес. Близость экрана меняет характер зависимости аэродинамических характеристик от угла атаки и формы профиля, имеющих место в безграничном потоке. При этом наблюдается сильное взаимное влияние параметров задачи, что ставит под сомнение ее решение методами линейной теории тонкого крыла [1, 2].

В общей постановке, без каких-либо упрощений, задача решалась методом конформных отображений в [1, 3]. Однако результаты расчетов по это-

му методу опубликованы только для случая пластинки [2, 3].

В настоящей работе краевая задача обтекания профиля, движущегося вблизи экрана, сведена к системе интегральных уравнений, не вырождающихся в предельном случае бесконечно тонкого профиля. Эти уравнения решаются усовершенствованным методом дискретных вихрей, позволяющим получать высокую точность расчета распределенных и суммарных аэродинамических характеристик для профилей любой толщины. Приведенные результаты расчета показывают существенное влияние толщины профиля на характер зависимости аэродинамических характеристик от угла атаки и отстояния профиля от экрана.

1. Рассмотрим профиль L , движущийся в идеальной несжимаемой жидкости с постоянной скоростью над плоским экраном. Введем систему координат Oxy , связанную с профилем, направляя ось Ox вдоль экрана. Пусть V_∞ — скорость обращенного движения жидкости в бесконечном удалении от профиля, b — хорда профиля, H — отстояние его задней кромки от экрана, α — угол атаки (рис. 1). Соответствующая краевая задача для комплексной скорости $V(z)$ в плоскости комплексной переменной z может быть сведена к некоторым интегральным уравнениям относительно касательной составляющей скорости $V_s(z)$ на контуре L . Такими уравнениями могут быть, в частности, следующие:

$$(1.1) \quad \operatorname{Im}\{e^{i\theta(z)}\bar{V}_0(z)\} = 0, \quad z \in L;$$

$$(1.2) \quad \frac{1}{2}V_s(z) = \operatorname{Re}\{e^{i\theta(z)}\bar{V}_0(z)\}, \quad z \in L.$$

Здесь $\theta(z)$ — угол между касательной к профилю в точке z и осью Ox ;

$$(1.3) \quad \bar{V}_0(z) = V_\infty + \frac{1}{2\pi i} \int_L K(z, \xi) V_s(\xi) e^{-i\theta(\xi)} d\xi;$$

$$(1.4) \quad K(z, \xi) = \frac{1}{z - \xi} - \frac{1}{z - \bar{\xi}}.$$

Особый интеграл в (1.3) понимается в смысле главного значения по Коши.

Отметим, что уравнения (1.1), (1.2) могут решаться независимо друг от друга. В предельном случае обтекания дужки эти уравнения вырождаются, принимая одинаковый вид на верхней и нижней сторонах профиля.

Следуя [4], из независимых уравнений (1.1), (1.2) можно получить систему двух совместных интегральных уравнений, не имеющих параметрической особенности, связанной с толщиной профиля. Эта система имеет вид

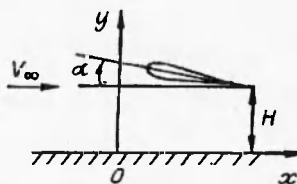
$$(1.5) \quad \operatorname{Im}\{e^{i\theta(z_1)}\bar{V}_0(z_1) - e^{i\theta(z_2)}\bar{V}_0(z_2)\} = 0;$$

$$(1.6) \quad \frac{1}{2}\{V_s(z_1) - V_s(z_2)\} = \operatorname{Re}\{e^{i\theta(z_1)}\bar{V}_0(z_1) - e^{i\theta(z_2)}\bar{V}_0(z_2)\},$$

где $z_1 \in L_1$; $z_2 \in L_2$; контуры L_1, L_2 определяют верхнюю и нижнюю стороны профиля, а точки z_1, z_2 соответствуют друг другу в том смысле, что в предельном случае бесконечно тонкого профиля (дужки) переходят в одну точку.

Систему уравнений (1.5), (1.6) будем решать методом дискретных вихрей. Для этого введем интенсивности вихревых слоев $\gamma_1(z_1), \gamma_2(z_2)$ на контурах L_1, L_2 , полагая $\gamma_r(z_r) = -V_s(z_r)$, $r = 1, 2$. Вихревые слои на L_1, L_2 разделим на N элементов. Вихревой слой на каждом элементе заменим одним дискретным вихрем $\Gamma_m^{(r)}$, размещая его в точке $z_m^{(r)}$ ($m = 1, \dots, N$; $r = 1, 2$). Выберем на тех же элементах некоторые другие точки $z_{0k}^{(r)} \in L_r$ ($k = 1, \dots, N$; $r = 1, 2$) и потребуем выполнения в них уравнений (1.5),

Р и с. 1



(1.6). Тогда уравнения (1.5), (1.6) при $z_r = z_{0k}^{(r)}$ ($k = 1, \dots, N$; $r = 1, 2$) переходят в систему $2N$ уравнений, в которых в соответствии с (1.3), (1.4)

$$(1.7) \quad \bar{V}_0(z_{0k}^{(r)}) = V_\infty - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} K(z_{0k}^{(r)}, \zeta_1) \gamma_1(\zeta_1) e^{-\theta(\zeta_1)} d\zeta_1 - \\ - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} K(z_{0k}^{(r)}, \zeta_2) \gamma_2(\zeta_2) e^{-\theta(\zeta_2)} d\zeta_2.$$

Интегральные выражения в (1.7) будем аппроксимировать квадратурными формулами, содержащими дискретные вихри. Предположим, что точки $z_{0k}^{(r)}$, $z_m^{(r)}$ принадлежат одному контуру. Тогда рассматриваемые интегралы можно аппроксимировать формулой [5]

$$(1.8) \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{L_r} K(z_{0k}^{(r)}, \zeta_r) \gamma_r(\zeta_r) e^{-\theta(\zeta_r)} d\zeta_r = \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=1}^N \Gamma_m^{(r)} K(z_{0k}^{(r)}, z_m^{(r)}).$$

Пусть теперь $z_{0k}^{(r)}$, $z_m^{(p)}$ лежат на разных контурах ($p \neq r$; $p, r = 1, 2$). В этом случае аппроксимация вида (1.8) оказывается недостаточной, если точка $z_m^{(p)}$ находится вблизи контура L_r . Поэтому при $p \neq r$ была выбрана квадратурная формула

$$(1.9) \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{L_r} K(z_{0k}^{(r)}, \zeta_r) \gamma_r(\zeta_r) e^{-\theta(\zeta_r)} d\zeta_r = \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=1}^N \Gamma_m^{(r)} K(z_{0k}^{(r)}, z_m^{(r)}) + \\ + \frac{1}{2\pi} \Gamma_k^{(r)} g_k^{(r)}(z_{0k}^{(p)}), \quad p \neq r,$$

где

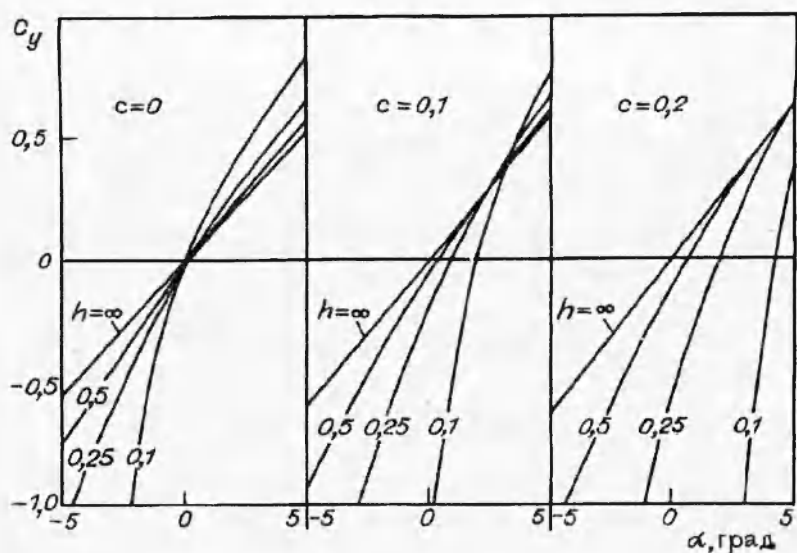
$$(1.10) \quad g_k^{(r)}(z_{0k}^{(p)}) = \kappa e^{-\theta(z_{0k}^{(p)})} \operatorname{Im} \left\{ \frac{(-1)^{r-1}}{\Delta_k^{(r)}} \operatorname{Im} \left[\frac{z_{0k}^{(p)} - \zeta_{k-1}^{(r)}}{z_{0k}^{(p)} - \zeta_k^{(r)}} - \frac{e^{\theta(z_{0k}^{(p)})}}{z_{0k}^{(p)} - z_k^{(r)}} \right] \right\}.$$

Здесь $\zeta_{k-1}^{(r)}$, $\zeta_k^{(r)}$ — комплексные координаты концов k -го элемента вихревого слоя на контуре L_r ; $\Delta_k^{(r)}$ — длина этого элемента; $\kappa = 1$, если $|z_{0k}^{(p)} - z_{0k}^{(2)}| + |z_k^{(1)} - z_k^{(2)}| < 2\Delta_k^{(r)}$; $\kappa = 0$ в других случаях.

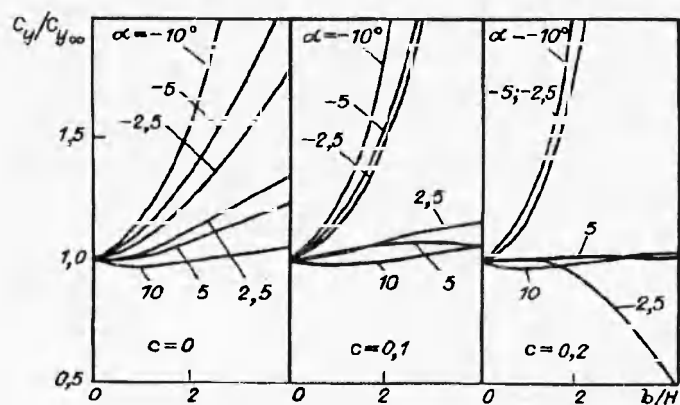
Функция $g_k^{(r)}$ позволяет определять касательную составляющую скорости жидкости (к элементу $[\zeta_{k-1}^{(r)}, \zeta_k^{(r)}] \in L_r$) в точке $z_{0k}^{(p)} \in L_p$ при $p \neq r$ ($p, r = 1, 2$). Отметим, что в формуле (1.10) точки $z_{0k}^{(p)}$ не должны совпадать с концами элементов вихревого слоя на L_p ($z_{0k}^{(p)} \neq \zeta_k^{(p)}$, $p = 1, 2$).

Подставляя выражения (1.7)–(1.10) в (1.5), (1.6) при $z_r = z_{0k}^{(r)}$ ($k = 1, \dots, N$; $r = 1, 2$) и заменяя $V_\infty(z_{0k}^{(1)}) - V_\infty(z_{0k}^{(2)})$ на $\Gamma_k^{(2)}/\Delta_k^{(2)} - \Gamma_k^{(1)}/\Delta_k^{(1)}$, получим систему из $2N$ линейных алгебраических уравнений относительно интенсивностей дискретных вихрей.

Для расчета распределенных и суммарных аэродинамических характеристик разработан алгоритм, позволяющий с высокой точностью определять эти характеристики для профилей любой толщины, включая и сколь угодно малую. В этом алгоритме применяется специальная аппроксимация контура в малой окрестности передней кромки профиля и соответствующая



Р и с. 2



Р и с. 3

аппроксимация для функций $\gamma_1(z_1)$, $\gamma_2(z_2)$ через заданные значения $\Gamma_1^{(1)}, \dots, \Gamma_N^{(2)}$.

2. Расчет проводился для симметричного профиля Жуковского. Верхняя и нижняя стороны профиля разбивались на N элементов равной длины Δ . Дискретные вихри размещались на расстоянии $\Delta/4$, а контрольные точки — на $3\Delta/4$ от начала каждого элемента. На первых элементах ($k = 1$) контрольная точка сдвигалась назад на $0,05\Delta$, что позволяет получать высокую точность расчета интенсивности дискретных вихрей $\Gamma_i^{(1)}$, $\Gamma_i^{(2)}$ в предельном случае бесконечно тонкого профиля [6]. Алгоритм расчета тестировался известными решениями задач обтекания профиля Жуковского безграничным потоком жидкости и движения пластинки вблизи плоского экрана [2, 7].

Численный эксперимент проводился для профилей с относительной толщиной $c = 0; 0,1; 0,2$ в широком диапазоне изменения углов атаки α и величины $h = H/b$. Число дискретных вихрей на каждой стороне профиля выбиралось равным $N = 40$, что давало при тестировании относительную погрешность расчета менее 1 %. Вычислялись стандартные аэродинамические коэффициенты C_x , C_y , C_m , определяющие суммарные аэродинамические силы R_x , R_y и момент M относительно передней кромки профиля,

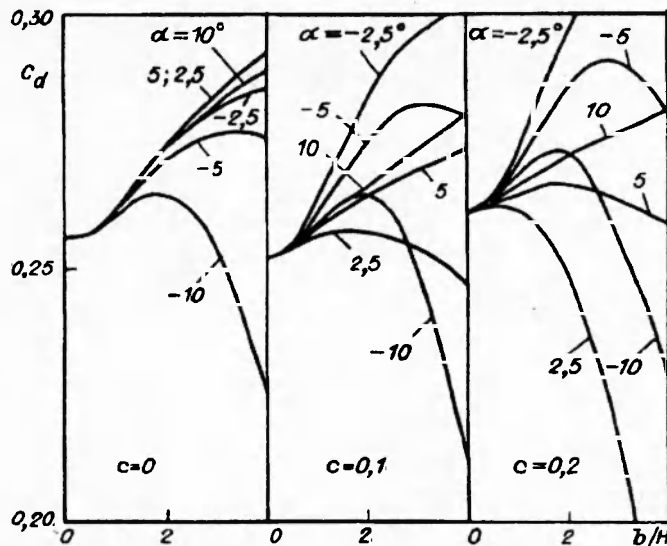


Рис. 4

безразмерное отстояние центра давления от передней кромки $C_d = C_m / (C_y \cos \alpha - C_x \sin \alpha)$ и распределение давления вдоль экрана и контура профиля — коэффициент $C_p = 2(p - p_\infty) / (\rho V_\infty^2)$, где ρ — плотность жидкости, p , p_∞ — гидродинамическое давление в рассматриваемой и бесконечно удаленной точках.

Основная цель численного эксперимента — выяснение влияния относительной толщины профиля на его аэродинамические характеристики. Для практических приложений наибольший интерес представляют зависимости коэффициента подъемной силы C_y от угла атаки и отстояния профиля от экрана. Приведенные на рис. 2, 3 результаты расчета показывают существенное влияние толщины профиля на эти зависимости, особенно при малых углах атаки и малом отстоянии от экрана h . Следует отметить, что влияние толщины профиля на $C_y = C_y(\alpha, h)$ оказалось более сильным, чем по данным расчета в [2], полученным в приближении линейной теории. Аналогичный характер влияния толщины профиля наблюдается и для коэффициента момента C_m ($C_x = 0$).

На рис. 4 показана зависимость положения центра давления на профиле от параметра b/H при разных значениях угла атаки и относительной

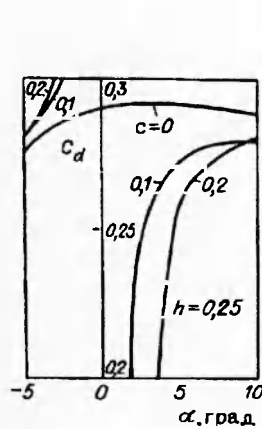


Рис. 5

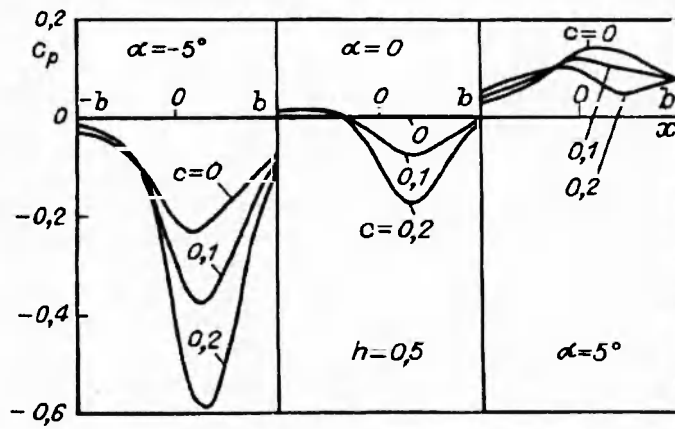


Рис. 6

толщины профиля. Эта зависимость при $c = 0$ (пластинка) совпадает с результатами [7]. Для телесного профиля ($c \neq 0$) центр давления может существенно перемещаться с малым изменением угла атаки вблизи значений α , при которых $C_y = 0$ и $C_m = 0$ (рис. 5).

Сильное влияние толщина профиля оказывает и на распределение давления по нижней стороне профиля и по экрану, особенно при отрицательных углах атаки. В качестве примера на рис. 6 приведено распределение давления вдоль экрана, создаваемое профилем с относительной толщиной $c = 0; 0,1; 0,2$. Задняя кромка профиля отстоит от экрана на половину хорды ($h = 0,5$), а угол атаки $\alpha = -5; 0; 5^\circ$. Значение $x = 0$ соответствует передней кромке профиля, а $x = b$ — задней. Приведенные результаты качественно согласуются с данными [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. — М.: Наука, 1980.
2. Басин М.А., Шадрин В.П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. — Л.: Судостроение, 1980.
3. Tomotika S. The forces acting on an aerofoil approximate Joukowski type in a stream bounded by a plane wall // Quart. J. Mech. Appl. Math. — 1951. — V. 4.
4. Горелов Д.Н. Об интегральных уравнениях задачи обтекания профиля // Изв. РАН. МЖГ. — 1992. — № 4.
5. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. — М.: Наука, 1985.
6. Горелов Д.Н. О сходимости метода дискретных вихрей, основанного на локальной аппроксимации вихревого слоя // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики. — 1984. — Вып. 68.
7. Целищев В.А. Исследование влияния свободной поверхности (экрана) на стационарные характеристики тонкого профиля // Гидродинамика подводного крыла: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ВЦ. — 1986.
8. Тимербулатов А.М. Расчет обтекания крыла конечной толщины потоком невязкой несжимаемой жидкости в присутствии экрана // Учен. зап. ЦАГИ. — 1985. — Т. 16, № 6.

г. Омск

Поступила 21/III 1994 г.

УДК 532.526.001.5

С.С. Дмитриев

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ДИФFUЗОРНОМ ТЕЧЕНИИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОСРЕДНЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Экспериментально исследована трансформация профилей скорости в турбулентном пограничном слое на отклоняющейся стенке в плоском несимметричном диффузорном канале.

Показано, что при безотрывных режимах течения в канале распределение скоростей во внутренней турбулентной области слоя определяется, как и при безградиентном течении, универсальной логарифмической зависимостью, причем с ростом угла раскрытия канала значение постоянной в этой зависимости вниз по потоку уменьшается.

Показано, что отрыв потока является переходом течения в новое устойчивое состояние, когда классическое течение у стенки в пограничном слое не может обеспечить адекватную реакцию потока на положительный градиент давления, определяемый геометрией канала.

© С.С. Дмитриев, 1995