

УСТАНОВЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ПЛАМЕНИ ПРИ ЗАЖИГАНИИ ГАЗА НАКАЛЕННОЙ
ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. Г. Мержанов, В. И. Хайкин, К. Г. Шкадинский

(Москва)

Стационарному горению предшествует существенно нестационарный процесс, охватывающий промежуток времени от начала воздействия внешнего источника тепла до установления стационарной скорости распространения фронта. В работах по зажиганию конденсированных и газовых систем ([1-3] и др.) нестационарный процесс изучался для режимов, имеющих резко выраженный индукционный характер, причем только до момента резкого роста температуры. Последующий ход процесса, заканчивающийся выходом на стационарное горение, а также режимы, не имеющие индукционного характера инициирования химических реакций, не рассматривались, поскольку в случае газов это связано со значительными трудностями даже при использовании ЭВМ, а в случае конденсированных веществ также и с неясностями в физической постановке задачи. В настоящей работе с использованием ряда упрощающих предположений исследуется процесс выхода на режим стационарного горения при тепловом инициировании химической реакции в горючем газе накаленной поверхностью. Содержание статьи представляет собой выводы, сделанные на основании численных расчетов на ЭВМ.

Постановка задачи. В начальный момент газ, способный к экзотермическому превращению с температурой T_0 , приводится в соприкосновение с горячей стенкой, температура которой T_w ($T_0 < T_w$).

Предполагается, что температура стенки не меняется во времени. Процесс может быть описан следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \rho_t' + (\rho v)_{x'}' &= 0, & R\rho T [(1 - \eta) / \mu_1 + \eta / \mu_2] &= p_0 \\ c_p \rho (T_t' + v T_{x'}') &= (\lambda T_{x'}')_{x'}' + Q\rho (1 - \eta) k \exp(-E / RT) \\ \rho (\eta_t' + v \eta_{x'}') &= (D\rho \eta_{x'}')_{x'}' + \rho (1 - \eta) k \exp(-E / RT) \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$p_0 = R\rho_0 T_0 / \mu_1, \quad \lambda = \lambda_0 (T / T_0)^s, \quad D = D_0 (\rho_0 / \rho) (T / T_0)^s$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} T = T_0, \quad v = 0, \quad \eta = 0, \quad \rho = \rho_0 & \text{ при } t = 0 \\ T = T_w, \quad v = 0, \quad \eta_{x'}' = 0 & \text{ при } x = 0 \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность, v — скорость движения газа, T — температура, c_p — удельная теплоемкость, Q — тепловой эффект единицы массы горючей газовой смеси, η — глубина превращения (относительная весовая концентрация продуктов горения), k — предэкспонент, E — энергия активации, R — газовая постоянная, μ_1, μ_2 — молекулярные веса, p_0 — давление, λ — коэффициент теплопроводности, D — коэффициент диффузии.

Система (1) состоит из уравнений неразрывности, теплопроводности, диффузии и уравнения состояния смеси двух идеальных газов. Рассматривается случай реакции первого порядка. Уравнения (1) записаны в следующих предположениях: а) скорость движения, вызванного химическими превращениями и тепловым расширением, существенно меньше скорости звука, и следовательно, давление можно считать постоянным, а в энергетическом уравнении не учитывать работу сжатия, б) отсутствует свободная конвекция, в) теплоемкость и теплопроводность не зависят от состава.

Весь переходный процесс (время которого обозначим t_0) можно разделить на две стадии: процесс образования нестационарного фронта (t_1) и процесс распространения нестационарного фронта (t_2), заканчивающийся выходом на стационарное горение ($t_0 = t_1 + t_2$). Из-за асимптотического характера переходного процесса это разделение условно. Нестационарный фронт горения можно считать образовавшимся, если в какой-либо точке смеси глубина превращения стала близка к единице. Аналогично фронт можно считать установившимся, если его скорость близка к стационарной. Для определенности ниже считалось, что нестационарный фронт образовался, если в какой-либо точке смеси η стало равным 0.9, и что фронт установился, если значение нестационарной скорости фронта отличалось от своего стационарного значения на 10%. Другие условия выбора t_1 и t_2 изменят лишь несколько их величину, но не внесут существенных изменений в конечные результаты.

В дальнейшем анализ переходного процесса будет проводиться с помощью безразмерных пространственно-временных величин, для которых в качестве безразмерных переменных и параметров выбраны

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{t_*}, & t_* &= \frac{c_p RT_*^2}{EQk} \exp \frac{E}{RT_*}, & \xi &= x \left(\frac{c_p \rho_0}{\lambda_* t_*} \right)^{1/2} \\ \omega &= \nu \left(\frac{c_p \rho_0 t_*}{\lambda_*} \right)^{1/2}, & \vartheta &= \frac{(T - T_*) E}{RT_*^2}, & \theta_w &= \frac{(T_w - T_*) E}{RT_*^2} \\ \theta_0 &= \frac{(T_* - T_0) E}{RT_*^2}, & \gamma &= \frac{c_p RT_*^2}{EQ}, & z &= \frac{(T_w - T_0) c_p}{Q} \\ \chi &= \rho / \rho_0, & \beta &= RT_* / E, & \sigma &= \mu_2 / \mu_1, & L &= c_p D_{*0} / \lambda_* \\ \varphi &= (1 - \eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta \theta}, & m &= \int_0^\xi \chi d\xi \end{aligned}$$

где T_* — масштабная температура, выбор ее будет указан позже (индекс * указывает, что значение данного параметра относится к температуре T_*).

Согласно [2], инициирование химической реакции в горючем веществе теплом, поступающим от стенки, протекает качественно неодинаково при различных значениях параметра z . В соответствии с этим в зависимости от величины z неодинаково будет протекать и весь переходный процесс, различные режимы которого будут рассмотрены ниже.

Режим индукционного зажигания. Этот режим осуществляется в тех случаях, когда температура стенки T_w существенно меньше температуры стационарного горения $T_b = T_0 + Q / c_p$ (величина z меньше чем $0.5 \div 0.7$). При расчетах в качестве масштабной температуры T_* для этого режима удобно выбрать температуру стенки T_w ($\theta_w = 0, z = \gamma \theta_0$). Пространственно-временная картина режима индукционного зажигания изображена на фиг. 1 для следующих значений параметров: $\theta_0 = 10, \gamma = 0.04, \beta = 0.03, \sigma = 0.5, s = 0.6$; цифры 1, ..., 13 на фигуре соответствуют следующим моментам времени:

	1	2	3	4	5	6	7
$\tau =$	4.1	33.3	48	48.2	48.3	49.3	50.3
	8	9	10	11	12	13	
$\tau =$	51.3	52.3	53.3	54.3	55.3	56.3	

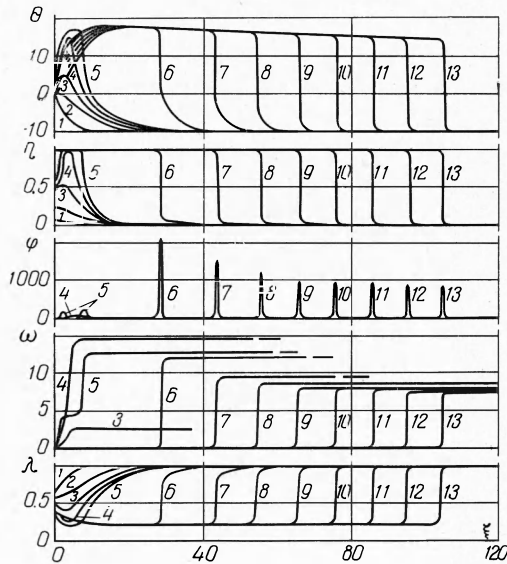
Процесс, протекающий за время t_1 , подробно описан, и здесь рассмотрен лишь процесс, протекающий за промежуток времени t_2 ¹.

В результате резкого ускорения химической реакции в моменты времени, близкие к t_1 , ранее образовавшийся максимум температуры на некотором расстоянии от стенки весьма быстро достигает своего наибольшего значения, превышающего температуру ста-

¹ Введенное время образования нестационарного фронта в этом случае практически совпадает с временем задержки зажигания, найденным в работе [2].

ционарного горения смеси T_b (фиг. 1). Дальнейший рост максимума температуры прекращается вследствие полного выгорания горючей смеси в узкой зоне вблизи максимума температуры. За пределами этой узкой зоны глубина превращения остается еще всюду малой. После этого область большой глубины превращения и высокой температуры начинает распространяться в обе стороны и образуется два фронта.

Один из них движется к стенке до тех пор, пока не выгорит непрореагировавшая горючая смесь, находящаяся между точкой максимума температуры и стенкой. Другой фронт распространяется от стенки в сторону свежей непрореагировавшей смеси. Скорость распространения этого фронта с течением времени уменьшается, стремясь к постоянной величине — скорости стационарного распространения пламени. Возникновение максимума температуры вызывает резкое расширение газа. График для скорости движения газа непосредственно после возникновения максимальной температуры имеет



Фиг. 1

этих координатах распределение температуры; цифры 1, ..., 13 на фигуре соответствуют следующим моментам времени:

1	2	3	4	5	6	7
$\tau = 4.1$	38.3	48	48.2	48.3	49.3	50.3
8	9	10	11	12	13	
$\tau = 51.3$	52.3	53.3	54.3	55.3	56.3	

Здесь же показаны значения безразмерной линейной скорости фронта w (скорость относительно стенки) и безразмерной массовой скорости фронта w_m в моменты времени, соответствующие прохождению фронта через плоскость с координатой m .

Из фиг. 2 видно, что нестационарное распространение фронта практически не изменяет распределение температуры перед фронтом, образовавшимся к моменту $t = t_1$, и стационарная скорость почти достигается, когда сгорает масса газа, прогретая за время t_1 .

Приближенно величину прогретой массы газа можно найти, решая уравнение теплопроводности в лагранжевых координатах для полубесконечного пространства [4]

$$M \approx 2 \sqrt{\lambda_0 \rho_0 t_1 / c_p} \quad (2)$$

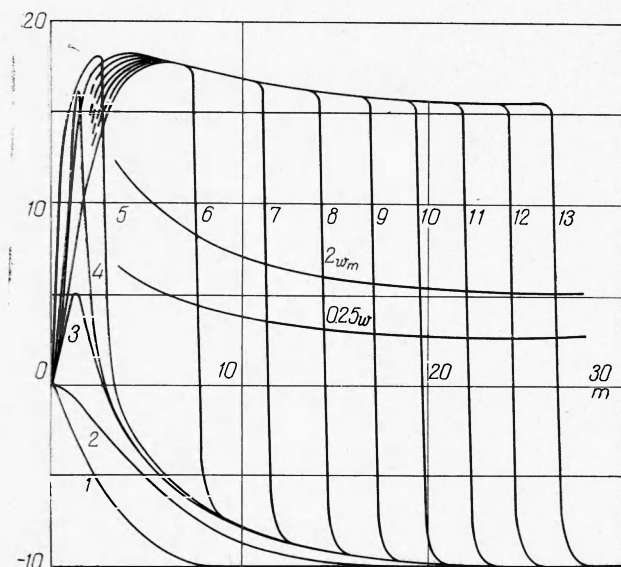
две «ступеньки», что соответствует двум фронтам распространения. После выгорания газа вблизи стенки одна ступенька исчезает, и далее вследствие охлаждения горячих продуктов реакции более холодной стенкой скорость в области между стенкой и фронтом горения, распространяющимся в свежую смесь, приобретает небольшие отрицательные значения, уменьшающиеся по абсолютной величине по мере удаления фронта горения.

Для оценки времени t_2 целесообразно рассмотреть пространственно-временную картину протекания процесса в лагранжевой (массовой) системе координат, а именно вместо координаты ξ выбрать в качестве независимой переменной величину m . На фиг. 2 для следующих значений параметров: $\theta_0 = 10$, $\gamma = 0.04$, $\beta = 0.03$, $s = 0.6$, $\sigma = 0.5$ — показано в

где λ_0 — коэффициент теплопроводности при $T = T_0$. Для вычисления времени t_2 следовало бы разделить величину M на среднее значение нестационарной массовой скорости u за это время. Однако из фиг. 2 видно, что она не очень сильно отличается от массовой скорости стационарного распространения фронта u_0 , и поэтому для приближенной оценки времени t_2 справедлива формула

$$t_2 \approx \frac{2}{u_0} \left(\frac{\lambda_0 \rho_0 t_1}{c_p} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Величину t_1 , входящую в (3), можно оценить на основе результатов работы [2], а величину u_0 — с помощью формулы Зельдовича — Франк-Каменецкого [5].



Фиг. 2

Преобразуем формулу (3) к другому виду, введя характерное время стационарного горения

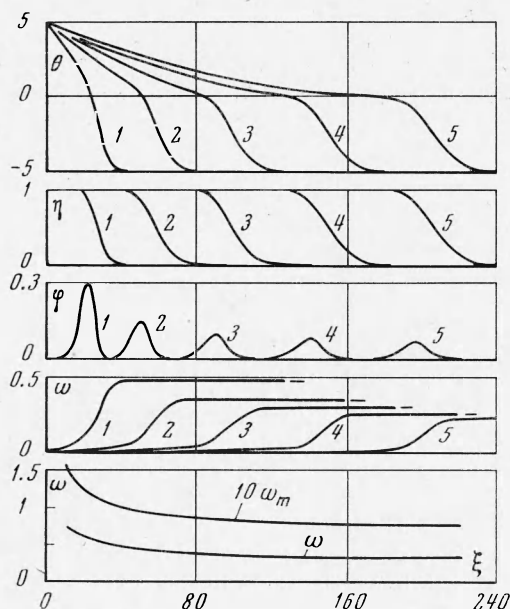
$$t_b = \frac{\lambda_b \rho_b}{c_p u_0^2} \quad (4)$$

где λ_b , ρ_b — коэффициент теплопроводности и плотность продуктов горения при $T = T_b$. По смыслу величина t_b является временем сгорания прогретого слоя при стационарном горении. Исключая из (3) величину u_0 , найдем связь между временами, характеризующими все стадии протекания процесса — зажигание, нестационарное горение и стационарное горение

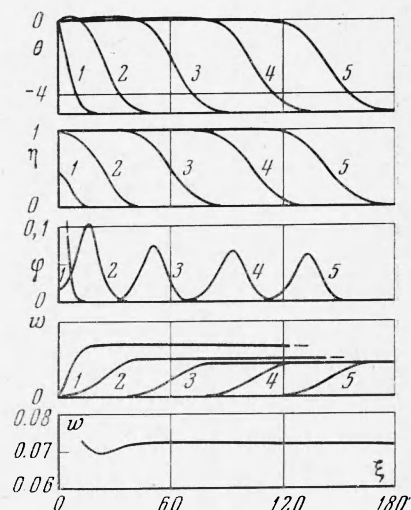
$$t_2 \approx 2 \sqrt{\lambda_0 \rho_0 / \lambda_b \rho_b} \sqrt{t_1 t_b} \quad (5)$$

Множитель, стоящий перед величиной $\sqrt{t_1 t_b}$, обычно порядка единицы, и следовательно, t_2 порядка $\sqrt{t_1 t_b}$. Как известно, величина t_1 пропорциональна $\exp(E / RT_0)$, а величина t_b пропорциональна $\exp(E / RT_b)$. Таким образом, в режиме невырожденного зажигания $t_1 > t_2 > t_b$, и полное время нестационарного процесса перехода на режим стационарного горе-

ния t_0 фактически совпадает с временем зажигания t_1 . Такое соотношение между временами является характерной чертой режима невырожденного зажигания. Если увеличивать температуру стенки T_w при неизменных прочих условиях, то время t_2 уменьшается значительно медленнее, чем уменьшается время t_1 , и при некотором значении температуры стенки T_w ($T_w < T_b$) время t_1 становится равным t_2 . Однако эта температура уже соответствует так называемому «промежуточному» режиму, имеющему иной характер протекания процесса, и формулы для t_1 и t_2 становятся неприменимыми.



Фиг. 3



Фиг. 4

Режим сжигания. Этот режим осуществляется, когда температура стенки T_w заметно превышает температуру стационарного горения T_b (величина z больше чем 1.7—2). При расчетах в качестве масштабной температуры для этого режима удобно выбрать температуру T_b ($\theta_0 = 1 / \gamma$).

Пространственно-временная картина протекания процесса показана на фиг. 3 для следующих значений параметров: $\theta_0 = 5$, $\theta_w = 5$, $\gamma = 0.2$, $\beta = 0.1$, $\sigma = 0.5$, $s = 0.6$; цифры 1, ..., 5 на фигуре соответствуют следующим моментам времени:

$$\tau = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 32 & 94 & 196 & 340 & 505 \end{matrix}$$

Здесь же показаны значения безразмерных видимой и массовой скоростей фронта в моменты времени, соответствующие прохождению фронта через плоскость с координатой ξ . В режиме сжигания, в противоположность режиму индукционного зажигания, отсутствует длительный процесс прогрева смеси, в течение которого глубина превращения всюду весьма незначительна (нет так называемой задержки зажигания). В этом режиме практически мгновенно глубина превращения вблизи поверхности становится близкой к единице, т. е. время образования нестационарного фронта t_1 мало, и полное время переходного процесса t_0 по существу совпадает с временем нестационарного горения t_2 .

В отличие от режима зажигания в рассматриваемом режиме в пространстве не появляется максимум температуры и всегда имеется только один фронт распространения химической реакции, направленный от стенки. В соответствии с этим всегда имеется только одна «ступенька» скорости,

вызванная движением свежей смеси вследствие теплового расширения и изменения молекулярного веса газа в зоне горения.

Нестационарность процесса распространения фронта в режиме сжигания обусловлена наличием теплового потока от горячей стенки в зону горения. По мере удаления фронта от стенки тепловой поток в зону горения уменьшается и скорость фронта стремится к своему стационарному значению. Фронт можно считать установившимся, когда тепловой поток от стенки в зону горения становится малым по сравнению с теплом, выделяющимся за счет химической реакции. Это позволяет оценить величину времени нестационарного горения t_2 (следовательно, и t_0). Приблизительно поток тепла от стенки в зону горения для времен, близких к t_2 , можно установить, решая в лагранжевых координатах задачу о прогреве стенкой продуктов горения

$$q = (T_w - T_b) \left(\frac{c_p \lambda_b \rho_b}{\pi t_2} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{c_p M^2}{4 \lambda_b \rho_b t_2} \right) \quad (6)$$

где q — поток тепла от стенки в зону горения, M — масса сгоревшего газа к моменту времени t_2 . Величину M можно приблизительно принять равной произведению стационарной массовой скорости горения u_0 на время ($M \approx u_0 t_2$). Полагая поток от стенки в зону горения малым по сравнению со скоростью тепловыделения за счет химической реакции (для определенности $q = 0.1 Q u_0$), можно получить приближенную формулу для t_2

$$\sqrt{t_2 / t_b} \exp(t_2 / 4t_b) = (10 / \sqrt{\pi}) (T_w - T_b) / (T_b - T_0) \quad (7)$$

где t_b определено формулой (4)

Если увеличивать температуру стенки T_w при неизменных прочих условиях, то согласно (7) время переходного процесса t_0 ($t_0 \approx t_2$) в режиме сжигания растет, тогда как в режиме индукционного зажигания оно уменьшалось. Поэтому в режиме, промежуточном между этими двумя предельными, величина t_2 как функция температуры стенки имеет минимум.

Промежуточный режим. Этот режим осуществляется в случаях, когда температура стенки T_w близка к температуре горения T_b (z близко к единице). Резкие границы между крайними и промежуточными режимами указать трудно, и промежуточный режим можно рассматривать как «вырожденный» в том смысле, что при приближении температуры стенки к температуре горения, как со стороны более низких температур, так и со стороны более высоких, постепенно утрачиваются свойства одного предельного режима и приобретаются свойства другого.

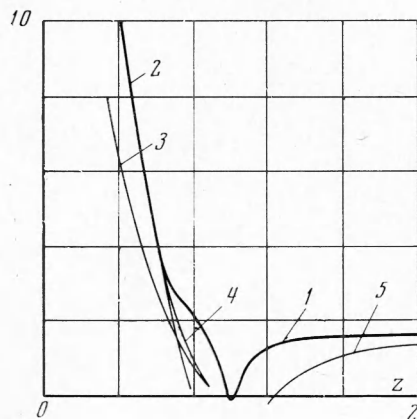
Если, например, увеличивать температуру стенки, приближая ее к температуре горения, то по сравнению с режимом индукционного зажигания стадия прогрева начинает характеризоваться все большими глубинами превращений, максимум температуры становится все меньше и смещается к стенке. Направленный к стенке фронт химической реакции становится все менее выраженным и постепенно исчезает, доля времени t_1 в общем времени t_0 уменьшается, а доля времени t_2 возрастает. Если же уменьшать температуру стенки, приближая ее к температуре горения, то происходит «вырождение» режима сжигания. При этом уменьшается влияние стенки на процесс нестационарного распространения фронта химической реакции, и при некоторой температуре, близкой к температуре горения, появляется незначительный максимум температуры в пространстве. Время t_1 возрастает, а t_2 уменьшается.

Наибольшая степень вырожденности обоих предельных режимов достигается при температуре стенки, равной температуре горения. На фиг. 4 для следующих значений параметров: $\theta_0 = 5$, $\gamma = 0.2$, $\beta = 0.1$, $s = 0.6$, $\sigma = 0.5$ — показана пространственно-временная картина протекания процесса при $T_w = T_b$; цифры 1, . . . , 5 соответствуют следующим моментам времени:

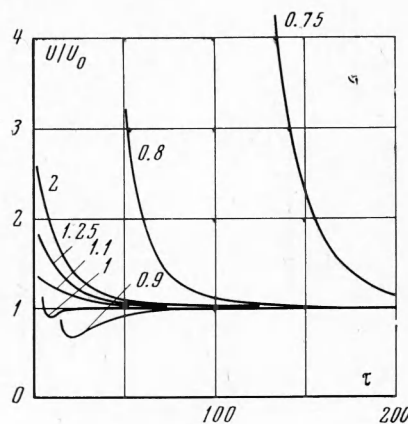
1	2	3	4	5
$\tau = 14.5$	71	199	344	481

В качестве масштабной температуры T_* здесь выбрана температура T_b . Из фигуры, в частности, видно, что практически стационарный фронт горения успевает сформироваться уже на расстояниях от стенки порядка толщины прогреваемого слоя для стационарного горения. Численные расчеты при различных значениях параметров показывают, что время t_0 при $T_w = T_b$ близко к t_b , определенного формулой (4) (составляет $0.5 \div 1$ от t_b).

На фиг. 5 показана зависимость логарифма отношения полного времени нестационарного процесса t_0 к t_b ($\ln t_0 / t_b$) от величины z (кривая 1). Как и следовало ожидать, минимум t_0 имеет место при $T_w = T_b$. На этой же фигуре показаны значения $\ln(t_1 / t_b)$ (кривая 2, t_1 рассчитано по формуле работы [2]), $\ln(t_2 / t_b)$ (кривая 3, t_2 рассчитано по



Фиг. 5



Фиг. 6

формуле (5), u_0 — по формуле работы [5]), $\ln((t_1 + t_2) / t_b)$ (кривая 4) и $\ln(t_2 / t_b)$ (кривая 5, t_2 рассчитано по формуле (7)). Из фигуры видно, что приближенные формулы достаточно хорошо совпадают с численными расчетами в трех областях, где справедливы приближения, использованные при получении этих формул.

На фиг. 6 для следующих значений параметров: $\theta_0 = 14.7$, $\gamma = 0.047$, $\beta = 0.05$, $\sigma = 1$, $s = 0.6$ — представлена зависимость отношения массовой нестационарной скорости горения u к своему стационарному значению u_0 от безразмерного времени τ ($T_* = 0.75 T_b$) при различных значениях температуры стенки (цифрами указаны значения z). Координата по оси абсцисс начала каждой кривой соответствует времени образования фронта. Из фигуры видно, что нестационарная скорость горения больше стационарной, причем наибольшее значение нестационарной скорости для различных значений температуры стенки уменьшается по мере приближения температуры стенки к температуре горения как со стороны более высоких температур, так и со стороны более низких. Исключение представляет узкая область температур стенки вблизи температуры горения. В этой области нестационарная скорость горения приближается к стационарной со стороны более низких значений. Анализ пространственно-временного распределения показал, что причиной этого является влияние относительно холодной стенки на близко к ней сформировавшийся фронт горения.

Поступила 7 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. З е л ь д о в и ч Я. Б. Теория зажигания накаленной поверхностью. ЖЭТФ, 1939, т. 9, вып. 12.
2. А в е р с о н А. Э., Б а р з ы к и н В. В., М е р ж а н о в А. Г. Закономерности зажигания конденсированных взрывчатых систем при идеальном теплообмене на поверхности с учетом выгорания. Инж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 2.
3. Ш к а д и н с к и й К. Г., Б а р з ы к и н В. В. Закономерности зажигания газов накаленной поверхностью с учетом диффузии и гидродинамики. Физика горения и взрыва, 1968, т. 4, № 2.
4. Л ы к о в А. В. Теплопроводность нестационарных процессов. М.—Л., Госэнергоиздат, 1948.
5. З е л ь д о в и ч Я. Б., Ф р а н к - К а м е н е ц к и й Д. А. Теория теплового распространения пламени. Ж. физ. хим., 1938, т. 12, вып. 1.