

РАСЧЕТ ОДНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ГОРЕНИЯ
КОНДЕНСИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ*В. С. Берман, С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев**(Москва)*

На основании двухфазной модели термического разложения конденсированной системы рассматривается одномерный процесс горения образца пороха на металлической подложке при постоянном давлении.

Приводятся результаты численного расчета на ЭВМ. Дано качественное сравнение с экспериментом.

В работах [1,2] экспериментально исследовалось горение цилиндрических образцов пороха H на медной пластине. Наблюдался режим горения, включающий стадию воспламенения, стационарного распространения и прекращения горения при приближении фронта горения к пластине, которое следует связать с оттоком тепла из зоны горения в пластину, имеющую гораздо большую теплопроводность по сравнению с порохом. Было установлено, что после прекращения горения на пластине остается тонкий слой несгоревшего пороха, толщина которого зависит от давления и начальной температуры, и были получены экспериментальные данные о зависимости толщины несгоревшего остатка от давления и начальной температуры.

В работах [2,3] была развита приближенная теория явления, основанная на модели горения, предложенной Я. Б. Зельдовичем [4]. В данной работе предпринята попытка более детального теоретического описания режима горения, исследованного в [1,2]. При помощи ЭВМ получено численное решение задачи о нестационарном горении слоя модельного конденсированного состава на металлической пластине. В качестве модели горения использована модель с протяженной зоной диспергирования, предложенная в [5,6], с непрерывным переходом от конденсированной фазы к газовой.

1. Постановка задачи. Модель горения. Математическая формулировка. В соответствии с условиями эксперимента рассматривается одномерное распространение зоны горения по плоскому слою k -фазы, толщина которого в начальный момент времени $t = 0$ равна L . Теплопроводность меди и полная теплоемкость медной шайбы велики, поэтому можно считать, что при горении температура на границе порох — металл ($x = 0$) сохраняет постоянное значение, равное температуре окружающей среды T_0 . В начальный момент температуры образца равна T_0 . Примем, что в начальный момент времени температура на поверхности пороха ($x = L$) становится равной температуре пламени T_* и все время сохраняет это значение, хотя фронт горения вследствие выгорания k -фазы будет удаляться от этой точки.

При этом следует иметь в виду, что в отсутствие горения, если в начальный момент в двух точках $x = 0$ и $x = L$ температуры примут соответственно значения T_0 и T_* , то начнется нагревание области $0 \leq x \leq L$, которое закончится установлением линейного стационарного распределения температуры. Однако процесс прогрета без тепловыделения протекает значительно медленнее. Его влияние проявится уже после погасания.

Будем исходить из модели горения, предложенной в [5,6].

В этой модели предполагается, что превращение k -фазы в газообразные продукты реакции происходит таким образом, что резкая граница k -фаза — газ отсутствует. Газ выделяется в объеме k -фазы в виде мелких пузырьков, число и размер которых постепенно растет, k -фаза разрыхляется, средняя плотность вещества уменьшается.

Зона превращения k -фазы в газ занимает при этом бесконечную область. Модель дает правильное описание горения некоторых конденсированных систем, позволяет рассчитать стационарную скорость горения, определить стационарные профили концентрации и температуры [5, 6]; она отражает также некоторые характерные особенности горения пороха H .

Принимается, что при горении в конденсированной системе протекает необратимая химическая реакция первого порядка. Реакция приводит к превращению конденсированного вещества A_1 в газообразные продукты A_2 и характеризуется тепловым эффектом Q . Скорость реакции следует закону Аррениуса с частотным фактором B и энергией активации E . Исходное вещество не содержит пузырей и целиком состоит из k -фазы, его плотность равна ρ_0 .

Появляющиеся в ходе химической реакции в k -фазе пузырьки газа малы и в среднем равномерно распределены в массе конденсированного вещества. Газообразные продукты нерастворимы в k -фазе и удовлетворяют уравнению состояния идеального газа.

Пусть ρ_1, ρ_2 — эффективные плотности веществ A_1, A_2 , рассчитанные в предположении, что вещества A_1, A_2 в каждой точке пространства распределены равномерно по всему объему. Тогда средняя плотность конденсированной системы

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \quad (1.1)$$

Массовые доли веществ A_1, A_2

$$a_1 = \rho_1 / \rho, \quad a_2 = 1 - a_1 \quad (1.2)$$

Выразим среднюю плотность ρ через массовую долю a_1 , давление p и температуру T . Принимается, что давление во всех пузырьках газа одинаковое и равно внешнему давлению, а теплообмен между газом и k -фазой происходит достаточно быстро, так что газ и k -фаза в каждой точке имеют одинаковую температуру.

Уравнение состояния газа в пузырьках имеет вид

$$p = M_2^{-1} \rho_2^* RT \quad (1.3)$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, M_2 — молекулярный вес газа, ρ_2^* — истинная плотность газа.

Эффективная плотность ρ_2 связана с истинной плотностью формулой

$$\rho_2^* = \frac{\rho_2}{1 - \rho_1/\rho_0} \quad (1.4)$$

Из (1.1) — (1.4) следует, что

$$\rho = \rho_0 \left[\frac{RT}{M_2 p} \rho_0 (1 - a_1) + a_1 \right]^{-1} \quad (1.5)$$

Локальные теплофизические свойства системы характеризуются средними значениями теплоемкости c и коэффициента теплопроводности λ . Теплоемкость системы определяется соотношением

$$c\rho = c_1\rho_1 + c_2\rho_2 \quad (1.6)$$

где c_1 — теплоемкость k -фазы, c_2 — теплоемкость газа.

Из (1.6) и (1.2) следует, что

$$c = c_1 a_1 + c_2 (1 - a_1) \quad (1.7)$$

Коэффициент теплопроводности $[\lambda]$ в соответствии с [7] определяется формулой

$$\lambda (V_1 + V_2) = \lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 \quad (1.8)$$

Здесь λ_1 — теплопроводность k -фазы, V_1 — удельный — объем k -фазы, V_2 — удельный объем газа, λ_2 — теплопроводность газа. Очевидно, что

$$\rho_0 V_1 = \rho_1 (V_1 + V_2), \quad \rho_0 V_2 = (V_1 + V_2) (\rho_0 - \rho_1)$$

Поэтому

$$\lambda = \lambda_1 \left[a_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{RT}{M_2 p} \rho_0 (1 - a_1) \right] \left[a_1 + \frac{RT}{M_2 p} \rho_0 (1 - a_1) \right]^{-1} \quad (1.9)$$

Предполагается, что λ_1 и λ_2 не зависят от давления и температуры.

В модели [5, 6] отсутствует представление о горячей поверхности. При рассмотрении стационарных задач это не сказывается на результатах, так как в стационарном случае все точки профилей температуры и концентрации перемещаются с одинаковой скоростью — стационарной скоростью горения. Эти профили в разные моменты времени подобны между собой. В нестационарных условиях распределения температуры и концентрации не обладают этим свойством, понятие скорости горения становится неопределенным. Чтобы устранить эту неопределенность, примем за нестационарную скорость горения скорость перемещения плоскости, на которой относительная объемная доля газообразных продуктов горения, т. е. степень диспергирования $\alpha \equiv V_2 / V_1 = \text{const}$. Эта величина в случае горения пороха H может быть положена равной 0,5, что примерно соответствует степени диспергирования на горячей поверхности.

Запишем уравнение и граничные условия, описывающие нестационарный процесс горения пороха в принятой модели на металлической подложке.

Уравнение сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} = 0, \quad m = \rho u \quad (1.10)$$

Здесь m — массовая скорость, u — линейная скорость вещества. Изменение плотности, описываемое уравнением (1.10), происходит вследствие постепенного перехода части конденсированного вещества в газообразное состояние.

Уравнение сохранения реагирующего вещества

$$\rho \frac{\partial a_1}{\partial t} = -m \frac{\partial a_1}{\partial x} - B \rho a_1 \exp \frac{-E}{RT} \quad (1.11)$$

Уравнение сохранения энергии

$$\rho \frac{\partial cT}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - m \frac{\partial cT}{\partial x} + BQ \rho a_1 \exp \frac{-E}{RT} \quad (1.12)$$

Расширение конденсированной системы вследствие образования газообразных продуктов будем считать безынерционным, поэтому уравнение движения примет вид $p = \text{const}$.

Граничные условия

$$\begin{aligned} x = 0, \quad T(0, t) = T_0, \quad a_1(0, t) = 1, \quad m(0, t) = 0 \\ x = L, \quad T(L, t) \equiv T_* = Q / c_2 + c_1 T_0 / c_2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Начальные условия

$$t = 0, \quad T(x, 0) = T_0, \quad a_1(x, 0) = 1, \quad T(L, 0) = T_* \quad (1.14)$$

В соответствии с введенным выше определением координата поверхности горения x_s определяется уравнением

$$\alpha = \frac{V_2(x_s)}{V_1(x_s) + V_2(x_s)} \quad (1.15)$$

В безразмерных переменных система уравнений (1.10) — (1.12) и условия (1.13) — (1.15) с учетом соотношений (1.5), (1.7), (1.9) могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = 0 \quad (1.16)$$

$$\varphi \frac{\partial a_1}{\partial \tau} + \omega \frac{\partial a_1}{\partial \xi} + \frac{\gamma \sigma \varphi a_1}{2(\beta + 1)} \exp \frac{\gamma(\vartheta - 1)}{\vartheta + \beta} = 0 \quad (1.17)$$

$$\varphi \Delta \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \right) + \omega \Delta \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} - \frac{\gamma \sigma \varphi a_1 (1 - \vartheta + \vartheta \delta)}{2(1 + \beta)} \exp \frac{\gamma(\vartheta - 1)}{\vartheta + \beta} = 0 \quad (1.18)$$

$$\xi = 0, \quad \vartheta(0, \tau) = \omega(0, \tau) = 0, \quad a(0, \tau) = 1, \quad \xi = \xi_0, \quad \vartheta(\xi_0, \tau) = 1 \quad (1.19)$$

$$\tau = 0, \quad \vartheta(\xi, 0) = \omega(\xi, 0) = 0, \quad a(\xi, 0) = 1, \quad \vartheta(\xi_0, 0) = 1 \quad (1.20)$$

$$\alpha = \frac{r(\vartheta + \beta)(1 - a_1)}{(1 + \beta)a_1 + r(\vartheta + \beta)(1 - a_1)} \quad (1.21)$$

Здесь

$$\varphi = \frac{r(1 + \beta)}{a_1(1 + \beta) + r(\vartheta + \beta)(1 - a_1)}, \quad \Lambda = \frac{l(1 + \beta)a_1 + r(1 - a_1)(\vartheta + \beta)}{(1 + \beta)a_1 + r(1 - a_1)(\vartheta + \beta)}$$

$$\tau = \frac{m_0^2 c_2 R T_*}{\lambda_2 p M_2} t, \quad \xi = \frac{m_0 c_2}{\lambda_2} x, \quad \omega = \frac{m}{m_0}, \quad \delta = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\vartheta = \frac{T - T_0}{T_* - T_0}, \quad \xi_0 = \frac{m_0 c_2}{\lambda_2} L, \quad l = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad r = \frac{\rho_0 R T_*}{M_2 p}$$

$$\gamma = \frac{E}{R T_*}, \quad \sigma = \frac{Q}{c_2 (T_* - T_0)}, \quad \beta = \frac{T_0}{T_* - T_0}$$

$$m_0^2 = 2\lambda_2 M_2 p B T_* Q^{-1} E^{-1} \exp(-E / R T_*), \quad \Delta = 1 - a_1 + a_1 \delta$$

При переходе от уравнения (1.12) к уравнению (1.18) использовано уравнение (1.11). В качестве m_0 выбрано значение стационарной скорости распространения фронта горения, определяемое формулой Зельдовича — Франк-Каменецкого. Уравнения (1.16) — (1.18) с условиями (1.19), (1.20) определяют функции $\vartheta(\xi, \tau)$, $\omega(\xi, \tau)$, $a_1(\xi, \tau)$. Соотношение (1.21) служит для нахождения нестационарного движения поверхности горения $\xi_s = \xi_s(\tau)$.

2. Метод решения. Задача (1.16) — (1.21) нелинейная краевая задача для трех уравнений в частных производных. Ее решение получено численным интегрированием на ЭВМ. Для решения уравнения (1.18) использована неявная четырехточечная схема с пространственным и временным шагами, соответственно равными h и k . Схема абсолютно устойчива для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами при любых k / h^2 . Разбиение счетной области $(0, \xi_0, \tau)$ произведено следующим способом:

$$\xi_n = nh \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N), \quad \tau_m = mk \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Значения функций в точке (nh, mk) далее обозначаются верхним индексом m и нижним индексом n .

Производная по времени запишется как

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \approx \frac{\vartheta_n^{m+1} - \vartheta_n^m}{k} \quad (2.1)$$

Первый член в правой части уравнения (1.18) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \right) &\approx \frac{\Lambda_{n+1/2}^m (\vartheta_{n+1}^{m+1} - \vartheta_n^{m+1}) - \Lambda_{n-1/2}^m (\vartheta_n^{m+1} - \vartheta_{n-1}^{m+1})}{h^2} \\ \Lambda_{n\pm 1/2}^m &= \Lambda(a_{1, n\pm 1/2}^m, \vartheta_{n\pm 1/2}^m) \\ a_{1, n\pm 1/2}^m &= \frac{a_{1n}^m + a_{1, n\pm 1}^m}{2}, \quad \vartheta_{n\pm 1/2}^m = \frac{\vartheta_n^m + \vartheta_{n\pm 1}^m}{2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Производную по координате ξ представляем в виде

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \approx \frac{\vartheta_n^{m+1} - \vartheta_{n-1}^{m+1}}{h} \quad (2.3)$$

Выражая все коэффициенты, а также четвертый член в уравнении (1.18) через значения переменных на m слое, получаем разностное уравнение, которое аппроксимирует дифференциальное, с остаточным членом $O(h + \tau)$, линейное относительно значений ϑ на $m + 1$ -м слое

$$A_n^{m+1} \vartheta_{n+1}^{m+1} - 2B_n^{m+1} \vartheta_n^{m+1} + C_n^{m+1} \vartheta_{n-1}^{m+1} = D_n^{m+1} \quad (2.4)$$

с условиями $\vartheta_0^{m+1} = 0, \vartheta_N^{m+1} = 1$
Здесь

$$\begin{aligned} A_n^{m+1} &= \frac{\Lambda_{n+1/2}^m}{h^2}, \quad 2B_n^{m+1} = \frac{\Lambda_{n+1/2}^m + \Lambda_{n-1/2}^m}{h^2} + \frac{\omega_{n-1/2}^m \Lambda_{n-1/2}^m}{h} + \frac{\bar{\omega}_n^m \Lambda_n^m}{k} \\ C_n^{m+1} &= \frac{\Lambda_{n-1/2}^m}{h} + \frac{\bar{\omega}_{n-1/2}^m \Lambda_{n-1/2}^m}{h} \\ D_n^{m+1} &= -\vartheta_n^m \frac{\Phi_n^m \Lambda_n^m}{k} - \frac{\sigma\gamma}{2(1+\beta)} [1 + (\delta - 1) \vartheta_n^m] \exp \left[\gamma \frac{(\vartheta_n^m - 1)}{\vartheta_n^m + \beta} \right] \Phi_n^m a_{1, n}^m \end{aligned}$$

Уравнения (2.4) решаем методом прогонки.

При решении уравнения (1.17) используется неявная трехточечная схема. Запишем

$$\frac{\partial a_1}{\partial \xi} \approx \frac{a_{1, n}^{m+1} - a_{1, n-1}^{m+1}}{h}, \quad \frac{\partial a_1}{\partial \tau} \approx \frac{a_{1, n}^{m+1} - a_{1, n}^m}{k} \quad (2.5)$$

Выражая коэффициенты и последний член правой части через значение функций на m -слое, получаем рекуррентную формулу для a_n^{m+1}

$$\begin{aligned} a_{1, n}^{m+1} &= a_{1, n-1}^{m+1} S_n^m + F_n^m, \quad S_n^m = \frac{\omega_{n-1/2}^m}{h} \left[\frac{\Phi_n^m}{k} + \frac{\omega_{n-1/2}^m}{h} \right]^{-1} \\ F_n^m &= \Phi_n^m a_{1, n}^m \left[\frac{1}{h} - \frac{\sigma\gamma}{2(1+\beta)} \exp \frac{\gamma(\vartheta_n^m - 1)}{\vartheta_n^m + \beta} \right] \left(\frac{\Phi_n^m}{k} + \frac{\omega_{n-1/2}^m}{h} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

с условием $a_{1, 0}^{m+1} = 1$.

Зная теперь значения ϑ и a_1 на $m + 1$ -слое, можно найти значения φ_n^{m+1} из уравнения, аппроксимирующего (1.16).

Получим

$$\omega_n^{m+1} = \omega_{n-1}^{m+1} - h(\varphi_n^{m+1} - \varphi_n^m)k^{-1} \quad (2.7)$$

с условием $\omega_0^{m+1} = 0$.

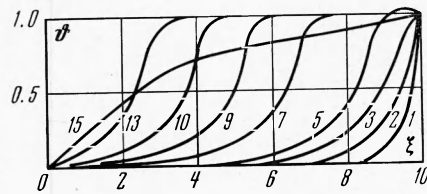
После определения значений ϑ , a_1 , ω на $m + 1$ -слое можно перейти на $m + 2$ -слой и т. д.

Для нахождения закона движения поверхности, на которой выполняется условие (1.21), проводится линейное интерполирование между пространственными узлами сетки для $\xi_n \leq \xi \leq \xi_{n+1}$

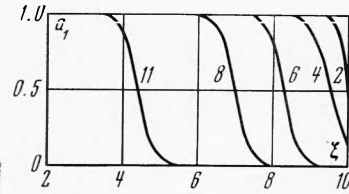
$$\vartheta^n(\xi_*^n) = \frac{\vartheta_{m+1}^n - \vartheta_m^n}{h} \xi_*^n + \vartheta_{n+1}^m - n(\vartheta_{n+1}^m - \vartheta_n^m) \quad (2.8)$$

$$a_1^n(\xi_*^n) = \frac{a_{1,m+1}^n - a_{1,m}^n}{h} \xi_*^n + a_{1,m}^n - n(a_{1,n+1}^m - a_{1,n}^m) \quad (2.9)$$

Решая уравнения (2.8), (2.9) и (1.21), получаем квадратное уравнение относительно $a_1^n(\xi_*^n)$. Взяв корень, лежащий между 0 и 1, получаем



Фиг. 1



Фиг. 2

значения $a_1^n(\xi_*^n)$, $\vartheta^n(\xi_*^n)$, ξ_*^n . Корректность применяемой разностной схемы проверялась контрольным счетом при разных значениях k . Совпадение результатов хорошее.

Расчет проведен для ряда начальных температур $T_0 = 275, 300, 325, 350^\circ \text{K}$ при давлении $p = 0,44 \text{ кал/см}^3$ (19 атм) и ряда давлений $p = 0,44, 0,66, 0,88 \text{ (кал/см}^3)$ при температуре $T_0 = 300^\circ \text{K}$.

В случае $p = 0,44 \text{ кал/см}^3$ и $T_0 = 300^\circ \text{K}$ значения безразмерных параметров равны $\delta = 0,85$, $l = 2,43$, $\sigma = 1,09$, $\gamma = 14,27$, $r = 176,67$, $\beta = 0,61$. Эти значения, в частности, соответствуют следующим физико-химическим характеристикам модельной горючей системы: $E = 22200 \text{ кал/моль}$, $Q = 180 \text{ кал/г}$, $\nu = 0,66$, $c_1 = 0,29 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$, $c_2 = 0,34 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$, $\lambda_1 = 3,65 \cdot 10^{-4} \text{ кал/сек} \cdot \text{см} \cdot \text{град}$, $\lambda_2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ кал/сек} \cdot \text{см} \cdot \text{град}$, $\alpha = 0,5$, $M_2 = 30 \text{ г/моль}$.

3. Результаты. На фиг. 1—3 изображена пространственно-временная картина протекания процесса. На фиг. 1 показано распределение температуры для разных значений безразмерного времени, на фиг. 2 — распределение концентрации, на фиг. 3 — распределение массовой скорости. Номера (1—15) на фигурах соответствуют следующим моментам времени τ_n : 26, 104, 234, 286, 387, 488, 589, 690, 791, 993, 1094, 1299, 1325, 1429, 1455.

Из выбора безразмерных параметров следует, что все величины с размерностью длины отнесены к толщине стационарного теплового слоя в газе.

Из графиков видно, что весь процесс можно разделить на три стадии: воспламенение, стационарное распространение и погасание.

На первой стадии наблюдается рост температуры и уменьшение концентрации реагирующего вещества вблизи поджигающей поверхности. Начинается движение среды. При этом увеличение температуры связано с двумя факторами: с тепловыделением, обусловленным химической реакцией, и с притоком тепла от поджигающей поверхности. Наличием второго фактора объясняется некоторое превышение местной температуры в этой зоне над температурой T_* . Поверхность горения ($\alpha = 0.5$) движется сначала неравномерно, затем на расстоянии $\xi = \xi_0$ от поверхности, равном $\xi_0 - \xi \approx 1.8$, происходит выход на стационарный режим. Нестационарный режим сменяется стационарным приблизительно к моменту $\tau = \tau_6$. Распределения параметров в зоне горения в разные моменты времени становятся подобными (вторая стадия).

При этом безразмерная массовая скорость горения близка к единице, что свидетельствует о совпадении с результатами, полученными в [6] при рассмотрении стационарного распространения фронта горения. На расстоянии от поверхности контакта металл — порошок, приблизительно равном толщине теплового слоя k -фазы, становится заметным тепловое взаимодействие зоны горения с холодной металлической пластиной, увеличивается отток тепла из k -фазы, происходит «замораживание» зоны реакции, скорость горячей поверхности уменьшается (третья стадия). Это приводит к исчезновению резкого пространственного фронта температуры и уменьшению наклона всего температурного профиля. Скорость реакции уменьшается и происходит прекращение распространения фронта горения. В дальнейшем распределение температуры асимптотически стремится к стационарному.

Для сравнения результатов расчета с экспериментальными данными [1,2] необходимо связывать толщину несгоревшего слоя k -фазы с давлением и начальной температурой. За толщину несгоревшего остатка s принимается минимальное расстояние, на которое приблизится поверхность горения $\alpha = 0.5$ к поверхности $\xi = 0$. Предполагается, что константа скорости химической реакции зависит от давления $B = B_0 p^n$. Тогда зависимость стационарной массовой скорости горения от давления может записываться зависимостью $m_0 \sim p^\nu$, $\nu = (n + 1) / 2$.

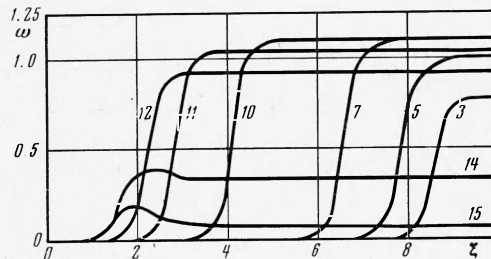
Результаты расчетов толщины несгоревшего остатка при различных давлениях с достаточной точностью аппроксимировали формулой

$$\ln s = \text{const} - \nu \ln p \quad (T_0 = \text{const})$$

Результаты расчетов s при различных начальных температурах можно аппроксимировать формулой

$$(\partial \ln s / \partial \ln m_0)_p = -1$$

Проведенное рассмотрение показывает, что при относительной простоте исходной модели горения результаты все же дают хорошее описание процесса горения пороха. Вид зависимости $s = s(p, T_0)$, полученной при численном решении задачи, соответствует экспериментальным данным.



Фиг. 3

Для более точного количественного анализа необходимо, во-первых, более детальное знание физико-химических данных пороха, во-вторых, следует усовершенствовать модель горения, приняв во внимание наличие нескольких реакций в конденсированной и газовой фазах, а также диффузию в газовой фазе.

Поступила 23 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков С. С., Похил П. Ф., Рязанцев Ю. С., Суханов Л. А. Исследование условий погасания пороха методом «замораживания» зоны горения. Докл. АН СССР, 1968, т. 180, № 6.
2. Нефедова О. И., Новиков С. С., Похил П. Ф., Рязанцев Ю. С. О зависимости величины слоя несгоревшего пороха на металлической пластине от начальной температуры. ПМТФ, 1970, № 2.
3. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории теплового взаимодействия зоны горения пороха с контактом порох — металл. ПМТФ, 1968, № 4.
4. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, вып. 11, 12.
5. Максимов Э. И., Мержанов А. Г. Об одной модели горения нелетучих взрывчатых веществ. Докл. АН СССР, 1964, т. 157, № 2.
6. Максимов Э. И., Мержанов А. Г. К теории горения конденсированных веществ. Физика горения и взрыва, 1966, т. 2, № 1.
7. Чудновский А. Ф. Теплообмен в дисперсных средах. М., Гостехиздат, 1954.