

Р и с. 5

считать теневым прибором с цифровым отсчетом в произвольных точках исследуемого объекта (в том числе и на равномерной сетке) с пространственным разрешением, ограниченным только дифракцией и чувствительностью  $0,1-1^\circ$ . Прибор может быть применен на аэродинамических и других установках с высоким уровнем вибрации.

Для выяснения причин уширения ламинарного пограничного слоя относительно расчетного необходимо выполнить независимые измерения. Проще всего это сделать, по-видимому, каким-либо оптическим локальным методом, например, по рэлеевскому [5] или комбинационному рассеянию [6]. Необходимо также проконтролировать стабильность положения модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рудницкий А. Л. Дифференциальные оптические измерения параметров газовых потоков // Современные экспериментальные методы исследования процессов тепло- и массообмена.— Минск: ИТМО АН БССР, 1981.— Ч. 1.
2. Оптический производственный контроль/Под ред. Д. Малакары.— М.: Машиностроение, 1985.
3. Рудницкий А. Л. Развитие оптических методов исследования газовых потоков и плазмы: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1985.
4. Багаев Г. И., Лебига В. А., Приданов В. Г., Черных В. В. Сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-325 с пониженной степенью турбулентности // Аэрофизические исследования.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972.
5. Pitz R. W., Cattolica R. et al. Temperature and density in hydrogen-air flame from Rayleigh scattering // Combustion and Flame.— 1976.— V. 27, N 3.
6. Рудницкий А. Л., Федоров С. Ю., Якоби Ю. А. СКР-спектрометр с внутривибрационным рассеянием света // Оптические методы исследований газовых потоков и плазмы.— Минск: ИТМО АН БССР, 1982.

Поступила 11/II 1987 г.

УДК 533.6.011.55

### ВОЛНОЛЕТЫ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ТЕЧЕНИЯХ ЗА ПАРАБОЛИЧЕСКИМИ СКАЧКАМИ УПЛОТНЕНИЯ

В. И. Воронин, В. Ф. Захарченко, А. И. Швец

(Москва)

Наряду с точными решениями обратных задач газодинамики по обтеканию пространственных тел сверхзвуковым потоком, основанными на плоских скачках уплотнения [1—3], разработаны также решения для конических скачков уплотнения [4—8]. Полученные тела как по несущим характеристикам (для  $\Delta$ -крыльев), так и по сопротивлению (в случае звезд) превосходят эквивалентные по объему и длине тела, построенные по линиям тока за плоскими скачками уплотнения. Естественно, дальнейшим развитием этих методов является нахождение оптимальных тел, использующих криволинейные скачки уплотнения. Предложен способ расширения принципов газодинамического конструирования с применением поверхностей переменной кривизны профиля [9] и тел оживальной формы [10]. Выполнено сравнение волнолетов:

с  $\Lambda$ -образным поперечным сечением с другими несущими телами, образованными поверхностями тока за плоскими и осесимметричными скачками уплотнения [11].

Ниже представлены численные решения обтекания волнолетов, основанных на параболических скачках уплотнения.

**Метод расчета.** Пусть известна форма произвольной присоединенной ударной волны (УВ) и требуется рассчитать параметры течения за ней. Запишем основные уравнения плоского течения в прямоугольной системе координат (ось  $x$  совпадает с вектором скорости невозмущенного потока, ось  $y$  направлена вниз перпендикулярно оси  $x$ ):

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} v_x + \frac{\partial v_x}{\partial y} v_y + \\ &+ \frac{k}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} v_x + \frac{\partial v_y}{\partial y} v_y + \frac{k}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ v_x &= \frac{v_{x0}}{v_\infty}, \quad v_y = \frac{v_{y0}}{v_\infty}, \quad p = \frac{p_0}{p_\infty}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{\rho_\infty}, \quad k = \frac{p_\infty}{\rho_\infty v_\infty^2} = \frac{1}{\kappa M_\infty^2}. \end{aligned}$$

Здесь  $v_{x0}$  и  $v_{y0}$  — составляющие вектора скорости вдоль осей  $x$  и  $y$ ;  $p_0$  — давление;  $\rho_0$  — плотность;  $\kappa$  — отношение удельных теплоемкостей;  $v_\infty$ ,  $p_\infty$ ,  $\rho_\infty$  — параметры невозмущенного потока.

Прибавим к (1) условие постоянства энтропии вдоль линий тока:

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{\rho^\kappa} \right) \frac{v_x}{v} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p}{\rho^\kappa} \right) \frac{v_y}{v} = 0, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Дополним систему (1), (2) равенствами

$$(3) \quad \frac{\partial g_m}{\partial x} \cos(l, x) + \frac{\partial g_m}{\partial y} \cos(l, y) = \frac{\partial g_m}{\partial l},$$

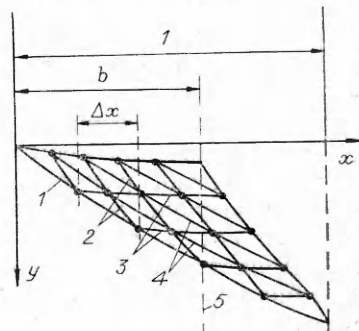
где  $\partial g_m / \partial l$  ( $m = 1, \dots, 4$ ,  $g_1 = v_x$ ,  $g_2 = v_y$ ,  $g_3 = p$ ,  $g_4 = \rho$ ) — известные производные по известному направлению на УВ, а  $\cos(l, x)$  и  $\cos(l, y)$  — известные направляющие косинусы этого направления.

Таким образом, получилась замкнутая система восьми линейных алгебраических уравнений (1)–(3) относительно восьми неизвестных первых производных параметров течения на УВ  $\partial g_m / \partial x$ ,  $\partial g_m / \partial y$ .

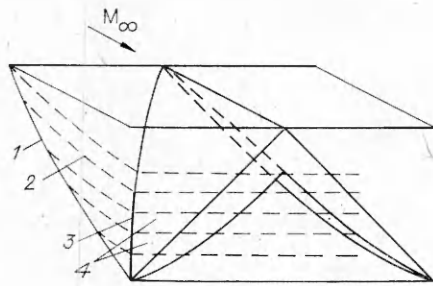
Задача по определению неизвестных параметров течения за УВ по их значениям на ней решается численно. Установим диапазон влияния пока неизвестного тела на индуцируемую УВ. Положим этот диапазон равным 1. Разобьем его на  $N$  малых равных частей  $\Delta x_0$  (рис. 1: 1 — УВ, 2 — характеристика, 3 — линия тока  $j = \text{const}$ , 4 —  $i = \text{const}$ , 5 — плоскость донного среза). Обозначим через  $x_{ij}$  и  $y_{ij}$  координаты расчетных точек (точек, в которых вычисляются параметры течения), где значения индексов  $i = 1, 1 \leq j \leq N + 1$  соответствуют расчетным точкам на УВ ( $x_{1j} = x_{1j-1} + \Delta x_0$ ,  $y_{1j} = f(x_{1j})$ ,  $y = f(x)$  — уравнение УВ).

Искомые параметры течения и их первые производные в расчетных точках обозначим через  $v_{xij}$ ,  $v_{yij}$ ,  $p_{ij}$ ,  $\rho_{ij}$ ,  $(\partial v_x / \partial x)_{ij} \dots (\partial \rho / \partial y)_{ij}$ . Производные от искомых параметров течения по направлению УВ вычисляются по формулам  $(\partial g_m / \partial l)_{ij} = (g_{mij+1} - g_{mij}) / R_{ij}$ ,  $R_{ij} = \sqrt{\Delta x_0^2 + (y_{ij+1} - y_{ij})^2}$ , а направляющие косинусы — по  $\cos(l, x)_{ij} = \Delta x_0 / R_{ij}$ ,  $\cos(l, y)_{ij} = (y_{ij+1} - y_{ij}) / R_{ij}$ .

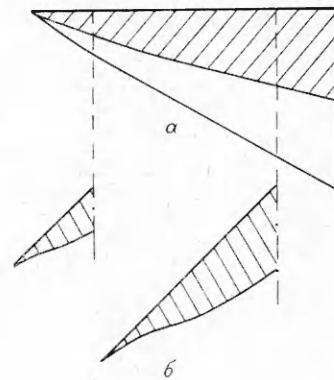
На первом шаге (при  $i = 1$ ) из системы алгебраических уравнений находятся неизвестные первые производные параметров течения на УВ. Для вычисления вторых производных параметров течения продифференцируем каждое уравнение системы (1)–(3) по  $x$  и  $y$ . Тогда получится сис-



Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

тема 16 линейных алгебраических уравнений относительно 12 неизвестных вторых производных параметров течения ( $\partial^2 v_x / \partial x^2$ ,  $\partial^2 v_x / \partial x \partial y$  ...  $\partial^2 \rho / \partial y^2$ ) и четырех неизвестных первых производных направляющих косинусов:  $\partial \cos(l, x) / \partial x$ ,  $\partial \cos(l, x) / \partial y$ ,  $\partial \cos(l, y) / \partial x$ ,  $\partial \cos(l, y) / \partial y$ . При этом первые производные параметров течения в этой системе берутся из решения системы относительно первых производных.

Таким способом можно вычислить производные любого порядка, а затем по формуле Тейлора

$$(4) \quad g_{mi+1j} = g_{mij} + \left( \frac{\partial g_m}{\partial x} \right)_{ij} \Delta x_{ij} + \dots + \left( \frac{\partial^m g_m}{\partial y^m} \right)_{ij} \Delta y_{ij}^m$$

находятся неизвестные параметры течения на втором шаге за УВ  $i + 1 = 2$  ( $1 \leq j \leq N$ ). Аналогично вычисляются параметры течения на следующем шаге ( $i + 1 = 3$ ,  $1 \leq j \leq N - 1$ ) по известным параметрам течения на линии  $i = 2$  и т. д. до  $i = N$ ,  $j = 1$  (см. рис. 1).

Линии тока на каждом шаге в глубь течения за УВ ( $i > 1$ ) полагались прямолинейными и выстраивались по вектору скорости на предыдущем шаге. В формуле (4) приращения  $\Delta x_{ij}$  и  $\Delta y_{ij}$  вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно для устойчивости решения выбирались так, чтобы характеристика первого семейства от скорости  $v_{ij}$ , выходящая из точки  $i + 1j$ , проходила через точку  $ij + 1$  (см. рис. 1).

Обозначим координаты в точке  $ij$  через  $x_1, y_1$ , в точке  $ij + 1$  —  $x_2, y_2$ , а в точке  $i + 1j$  —  $x_3, y_3$ . Направляющие косинусы прямой, соединяющей точки 3 и 1, равны  $l_1 = (x_3 - x_1) / E_1$ ,  $m_1 = (y_3 - y_1) / E_1$ ,  $E_1 = [(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2]^{0,5}$ , а точки 2 и 3:  $l_2 = (x_2 - x_3) / E_2$ ,  $m_2 = (y_2 - y_3) / E_2$ ,  $E_2 = [(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^{0,5}$ . Тогда условие устойчивости можно записать в виде

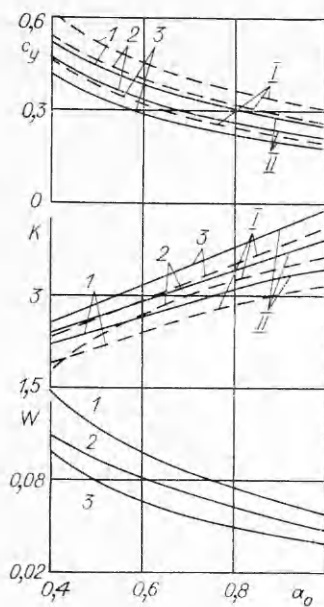
$$l_1 l_2 + m_1 m_2 = \cos \mu_{ij}$$

$$(\sin \mu_{ij} = a_{*ij} / v_{ij} M_\infty, \quad a_{*ij} = \sqrt{p_{ij} / \rho_{ij}}, \quad v_{ij} = [v_{xij}^2 + v_{yij}^2]^{0,5}).$$

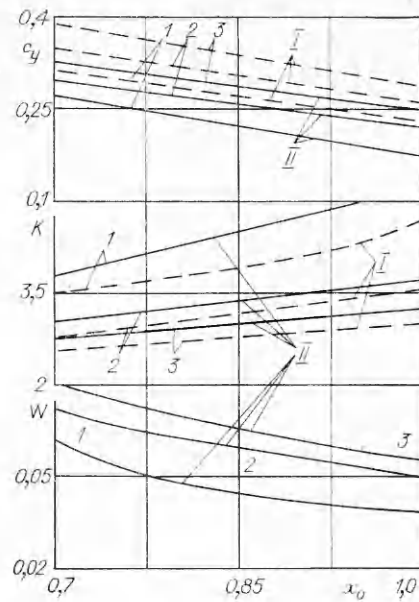
С учетом очевидных соотношений  $x_{i+1j} = x_{ij} + \Delta x_{ij}$ ,  $y_{i+1j} = y_{ij} + \Delta y_{ij}$ ,  $\Delta y_{ij} = v_{yij} / v_{xij} \Delta x_{ij}$  оно решалось методом итераций относительно  $\Delta x_{ij}$ .

Построение несущего тела показано на рис. 2 (1 — УВ, 2 — линия тока, 3 — передняя кромка, 4 — несущее тело).

**Результаты расчетов.** Была составлена программа для ЭВМ, построены несущие тела с параболическими скачками уплотнения, уравнение которых  $x = a_0 y^2$  (крыло II), и рассчитаны их аэродинамические характеристики. Для сравнения рассчитаны аэродинамические характеристики несущих тел, построенных на течении за плоскими скачками уплотнения (крылья I). Сравнение аэродинамических характеристик проводилось при одинаковом объеме  $W$ , длине  $b$  и угле раскрытия  $\gamma$ . При расчете лобового сопротивления несущих тел силы трения не учитыва-



Р и с. 4



Р и с. 5

лись, а донное давление приближенно полагалось равным давлению невозмущенного потока.

Расчеты проводились при  $N = 70$  с точностью до производных второго порядка. Для такого  $N$  расчеты параметров течения, вычисленных с точностью до производных первого порядка, отличались от расчетов аналогичных параметров, вычисленных с точностью до производных второго порядка, менее чем на 2,5%. Расчеты тех же параметров с  $N = 40$  отличались от последних ( $N = 70$ ) менее чем на 3%, а при  $N = 25$  — от  $N = 40$  на 8%. Были также рассчитаны энтропия и полная энтальпия за параболическими скачками уплотнения. Относительные погрешности изменения этих параметров вдоль различных линий тока составляли сотые доли процента.

На рис. 3 показаны сечения несущих тел (крыльев  $II$ ) с углом раскрытия (углом между верхними поверхностями несущего тела)  $\gamma = 90^\circ$  плоскостью симметрии ( $a$ ), а также плоскостями  $x = x_0 + 0,5b$  и  $x = x_0 + b$  (донный срез) ( $b$ ), где  $x_0$  — координата вдоль оси  $x$  точки присоединения УВ к носу несущего тела. Видно, что с наветренной стороны продольное сечение имеет чуть выпуклую форму, а поперечное — слабо волнистую.

На рис. 4 представлены зависимости коэффициента подъемной силы  $c_y$ , аэродинамического качества  $K$  и объема  $W$  несущих тел (крыльев  $I$  и  $II$ ) от  $a_0$ , характеризующего форму параболического скачка уплотнения, для различных значений  $x_0$  ( $M = 4$ ;  $I - x_0 = 0,7$ ;  $2 - 0,85$ ;  $3 - 1$ ). С увеличением  $a_0$  коэффициент подъемной силы и объем несущих тел уменьшаются, а аэродинамическое качество растет. Это связано с тем, что с повышением  $a_0$  наклон скачка и толщина несущего тела уменьшаются. С ростом  $x_0$  кривые  $c_y = c_y(a_0)$ ,  $W = W(a_0)$  снижаются, а аэродинамическое качество повышается, так как с увеличением  $x_0$  для скачка, имеющего параболическую форму, его наклон также уменьшается.

Расчеты аналогичных аэродинамических характеристик несущих тел в зависимости от  $x_0$  (рис. 5:  $a_0 = 0,8$ ;  $I - M = 3$ ;  $2 - 4$ ;  $3 - 5$ ) показывают, что аэродинамическое качество крыльев  $II$  выше, чем у крыльев  $I$  во всем рассматриваемом диапазоне изменения  $x_0$ . По мере увеличения  $M$  коэффициент подъемной силы и объем растут, а аэродинамическое качество снижается, так как для заданной формы УВ с повышением  $M$  толщина несущего тела увеличивается. Следует иметь в виду, что

для различных  $M$ ,  $a_0$  и  $x_0$  получается своя форма несущего тела, которая меняется с их изменением. Расчеты также показали, что с ростом  $\gamma$  объем несущих тел увеличивается, а коэффициент подъемной силы крыльев  $II$  и аэродинамическое качество практически остаются неизменными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел при сверхзвуковых скоростях // ПММ.— 1959.— Т. 23, вып. 2.
2. Nonweiler T. Aerodynamic problems of manned space vehicles // J. Roy. Aeron. Soc.— 1959.— V. 63.— P. 521.
3. Воронин В. И., Швец А. И. Оптимизация аэродинамических характеристик  $\Delta$ -крыльев на сверхзвуковых скоростях полета // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 5.
4. Келдыш В. В. Точные решения для систем с одним и двумя плоскими скачками уплотнения // Инж. жури.— 1961.— Т. 1, вып. 3.
5. Flower J. W. Configurations for high supersonic speeds derived from simple shock-waves and expansions // J. Roy. Aeron. Soc.— 1963.— V. 67.— P. 287.
6. Jones J. G., Woods B. A. The design of compression surfaces for high supersonic speeds using conical flow fields // Rept and Memo/Aeron. Res. Council.— 1963.— N 3539.
7. Kim B. S., Rasmussen M. L., Jischke M. C. Optimization of wave-rider configurations generated from axisymmetric conical flows // J. Spacecraft and Rockets.— 1983.— V. 20, N 5.
8. Воронин В. И., Швец А. И. Несущие тела, построенные на течениях за осесимметричными коническими скачками уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 2.
9. Roe P. L. A momentum analysis of lifting surfaces in inviscid supersonic flow // Techn. Rept/RAE.— 1967.— N 67124.
10. Walkden F., Howie J. M. A new method for calculating the supersonic flow past a body // Techn. Note/RAE.— 1962.— V. 89.
11. Майкапар Г. И. Сравнение волнолетов различной формы // Учен. зап. ЦАГИ.— 1985.— Т. 16, № 4.

Поступила 3/II 1987 г.

УДК 533.6

### НОВЫЙ КЛАСС МНОГОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМЫХ СРЕД, ДОПУСКАЮЩИЙ ТОЧНУЮ ЛИНЕАРИЗАЦИЮ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

М. А. Демидов, А. П. Михайлов

(Москва)

Как установлено в [1—4], изоэнтропическое сверхсжатие вещества реализуется при росте давления на его границе в режиме с обострением (неограниченное нарастание за конечное время  $t_f$ )

$$(1) \quad p(0, t) = p_0 (t_f - t)^{n_s}, \quad n_s = -2\gamma(N+1)/(\gamma+1+N(\gamma-1)),$$

где  $p$  — давление;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $N = 0, 1, 2$  — индекс симметрии.

При изучении граничных режимов с обострением в задачах газовой динамики [5—10], в том числе при учете разнообразных физических процессов [11], показано, что «медленные» режимы с обострением (к ним относятся и (1)) приводят к локализации течений в ограниченной области, безударному сжатию и образованию газодинамических структур [5—12], в «быстрых» режимах локализация отсутствует и сжатие сопровождается возникновением ударной волны, неограниченно усиливающейся при  $t \rightarrow t_f$  [13].

Безусловный интерес представляет изучение безударного сжатия и эффекта локализации для многомерных газодинамических течений, чему и посвящена данная работа.

Рассматриваются многомерные течения вязких сжимаемых сред с однородной пространственной плотностью ( $\rho = \rho_1(t)$ ,  $\eta = 1/\rho = \eta_1(t)$ ,  $\eta$  — удельный объем). Показано, что уравнения Навье — Стокса сводятся при этом к линейным эллиптическим уравнениям Пуассона. На примере одномерного случая определены характеристики всех сред, допускаю-