

15. Могилевский М. А. Механизмы деформации при нагружении ударными волнами (обзор).— ВИНТИ, № 2830—80Деп.
16. Кульман-Вильедорф Д. Дислокации.— В сб.: Физическое металловедение/Под ред. Р. Капа. Т. 3. М.: Мир, 1968.
17. Красовский А. Я. Физические основы прочности. Киев: Наукова думка, 1977.
18. Эпштейн Г. Н., Кайбышев О. А. Высокоскоростная деформация и структура металлов. М.: Металлургия, 1971.
19. Могилевский М. А., Бордзиловский С. А., Горшков Н. П. Влияние ширины фронта при квазиизэнтропическом сжатии на упрочнение некоторых металлов.— ФГВ, 1978, т. 14, № 6.
20. Cowan G. E. Shock deformation and the limiting shear strength of metals.— Trans. Met. Soc. AIME, 1965, vol. 233, N 6.
21. Rosenfield A. R., Hahn C. T. Numerical descriptions of the ambient low-temperature, and high-strain rate flow and fracture behavior of plain carbon steel.— Trans. ASM, 1966, vol. 59.
22. Гиндин И. А., Мацевитый В. М., Стародуб Я. Д. О прочности предельно дефектной кристаллической структуры.— Проблемы прочности, 1974, № 2.
23. Kumar P., Clifton R. J. Dislocation motion and generation in Lif single crystals subjected to plate impact.— J. Appl. Phys., 1979, vol. 50, N 7.
24. Канель Г. И., Щербань В. В. Пластическая деформация и откольное разрушение армо-железа в ударной волне.— ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
25. Champion A. R., Rohde R. W. Hugoniot equation of state and the effect of shock stress amplitude and duration on the hardness of Hadfield steel.— J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, N 5.
26. Воробьев А. А., Дремин А. Н., Канель Г. И. Зависимость коэффициентов упругости алюминия от степени сжатия в ударной волне.— ПМТФ, 1974, № 5.
27. Дремин А. Н., Канель Г. И., Черникова О. Б. Сопротивление пластической деформации алюминия АД-1 и дюралюминия Д-16 в условиях ударного сжатия.— ПМТФ, 1981, № 4.

УДК 539.38

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСТРУКЦИИ ИЗ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО МАТЕРИАЛА

А. Г. Колпаков

(Новосибирск)

Рассматривается конструкция, полученная из листа или бруса однонаправленного материала путем производства в нем системы разрезов. Используется сдвиговая модель [1], нашедшая широкое применение для описания волокнистых материалов [1—3]. Область применения модели подробно обсуждается в [2], в [4] приведены данные, подтверждающие хорошее количественное совпадение результатов расчетов на основании этой модели с экспериментом. В данной работе предлагается эффективный способ численного расчета напряженно-деформированного состояния конструкции из материала, содержащего большое число волокон.

Примем [1], что в материале волокна с модулем Юнга E работают только на растяжение, а связующее с модулем сдвига G — только на сдвиг. Пусть i обозначает номер волокна, $i = 1, \dots, M$, M — общее число волокон, w_i — смещение i волокна вдоль оси укладки волокон, t — координата вдоль той же оси, D, d — толщина волокон и расстояние между ними, E_0 — модуль Юнга материала волокна ($E = E_0 D$). Уравнения равновесия имеют вид

$$(1) \quad E w_i'' + (G/d)(w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) = 0,$$

если волокно окружено связующим с обеих сторон. Если между i_0 и $i_0 + 1$ волокнами при $t_1 \leq t \leq t_2$ связующее отсутствует, то в левой части (1) при указанных t следует исключить слагаемые $(G/d)(-w_{i_0} + w_{i_0+1})$ из i_0 и $i_0 + 1$ уравнений.

Считаем, что на бесконечности к волокнам приложено напряжение σ . Вычтя из решения функцию σt , получим (сохраняя прежние обозначения) условия: $\bar{w}' \rightarrow 0$ при $|t| \rightarrow \infty$, $E w_{i_l}'(t_l) = -\sigma$, $l = 1, \dots, L$, где L — число разрезов волокон; $\{(i_l, t_l), l = 1, \dots, L\}$ — координаты этих разрезов.

Заметим, что конструкцию любой формы можно получить проведением подходящей системы разрезов волокон $\{(l_i, t_i), l = 1, \dots, L\}$ и разрезов связующего $\{(i_m, [t_{1m}, t_{2m}]), m = 1, \dots, N\}$.

После перехода к безразмерным переменным [3] получаем задачу

$$(2) \quad u_i'' + \Delta u_i = \sum_{m=1}^N \delta u_{i_m} \chi_i^m(t);$$

$$(3) \quad u'_{i_l}(t_l) = -1, \quad l = 1, \dots, L;$$

$$(4) \quad \bar{u}'(t) \rightarrow 0, \quad |t| \rightarrow \infty.$$

Здесь $\chi_i^m(t) = 1$ или -1 , если $i = i_m$ или $i = i_m + 1$ и $t_{1m} \leq t \leq t_{2m}$, $\chi_i^m(t) = 0$ в противном случае; $\delta u_i = u_{i+1} - u_i$; $\Delta u_i = u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}$.

Для решения задачи (2)–(4) обычными методами можно получить представление:

$$(5) \quad \bar{u}(t) = \sum_{m=1}^N \int_{t_{1m}}^{t_{2m}} \bar{G}^m(t - \tau) \delta u_{i_m} d\tau + \sum_{k=1}^L c_k \bar{U}^k(t),$$

где $\bar{U}^k(t)$ — функция, дающая смещения за счет порыва при $i = i_k, t = t_k$ единичного волокна, построенная в [3]. Функция $\bar{G}^m(t)$ — решение уравнения

$$(6) \quad G_i^{m''} + \Delta G_i^m = d_i(t),$$

где $d_{i_m}(t) = \delta(0)$, $d_{i_m+1}(t) = -\delta(0)$, $d_i(t) = 0$ при $i \neq i_m, i_m + 1$, с условием (4). Функция $\bar{G}^m(t)$ описывает смещение от сдвиговой пары сил. Для численных расчетов существенно, что $\bar{U}^k(t)$ и $\bar{G}^m(t)$ могут быть построены аналитически. Это позволяет избежать вычислений, эквивалентных решению смешанной краевой задачи для системы из M обыкновенных дифференциальных уравнений.

Построим функцию $\bar{G}^m(t)$. Ищем решение (6) по аналогии с [3] в виде

$$G_i^m(t) = \sum_{k=1}^M (-1)^k C_k^+ \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M} e^{-\lambda_k t}, \quad t \geq 0,$$

$$G_i^m(t) = \sum_{k=1}^M (-1)^k C_k^- \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M} e^{\lambda_k t}, \quad t \leq 0,$$

$$\lambda_k = \cos(\pi k / 2M).$$

Функция $\bar{G}^m(t)$ удовлетворяет при $t \neq 0$ уравнениям (6) и условию (4) [3]. При $t = 0$ имеем условия склейки:

$$(7) \quad G_i^m(+0) = G_i^m(-0);$$

$$(8) \quad G_i^{m'}(+0) = G_i^{m'}(-0), \quad i \neq i_m, i_m + 1;$$

$$(9) \quad G_{i_m}^{m'}(+0) - G_{i_m}^{m'}(-0) = 1, \quad G_{i_m+1}^{m'}(+0) - G_{i_m+1}^{m'}(-0) = -1.$$

Приведем одну формулу из [3]:

$$(10) \quad \sum_{k=1}^M q_k \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M} \sin \frac{\pi k \left(i_0 - \frac{1}{2}\right)}{M} = \frac{M}{2} \delta_i^{i_0},$$

$$q_k = 1, \quad k < M, \quad q_M = 1/2.$$

Из (7), используя (10), получаем $C_i^+ = C_i^-$. Тогда из (8) имеем уравнение

$$\sum_{k=1}^M \lambda_k C_k^+ \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M} = 0, \quad i \neq i_m, i_m + 1,$$

решая которое относительно $\lambda_k C_k^+$, получим на основании (10)

$$(11) \quad \lambda_k C_k^+ = q_k \left(p \sin \frac{\pi k \left(i_m - \frac{1}{2}\right)}{M} + q \sin \frac{\pi k \left(i_m + \frac{1}{2}\right)}{M} \right),$$

$\forall p, q \in R$. Так как $\lambda_M = 0$, то коэффициент C_M^+ , описывающий смещение конструкции как твердого тела, не определяется, а для разрешимости (11) необходимо обращение в нуль при $k = M$ его правой части, откуда $p = q$. Подставляя полученное выражение для $\lambda_k C_k^+$ в (9), имеем $pM = (-1)^{i_m+1}$, откуда окончательно

$$(12) \quad G_i^m(t) = \sum_{k=1}^M (-1)^{i+i_m+1} \frac{q_k}{M} \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M} \sin \frac{\pi k i_m}{M} e^{-\lambda_k |t|}.$$

Аналогично можно построить $\bar{U}^h(t)$, $\bar{G}^m(t)$ для трехмерного случая. Функция $\bar{U}^h(t)$ для него приведена в [5]. Функция $\bar{G}(t)$, описывающая пару сил, приложенных к волокнам (i_0, j_0) и $(i_0, j_0 + 1)$, имеет вид

$$(13) \quad G_{ij}(t) = \sum_{k,m=1}^{M_1 M_2} (-1)^{i_0+j_0+i+j} \frac{2}{M_1 M_2} q_k q_m \sin \frac{\pi k \left(i - \frac{1}{2}\right)}{M_1} \times \\ \times \sin \frac{\pi m \left(j - \frac{1}{2}\right)}{M_2} \frac{\lambda_m}{\lambda_{km}} \sin \frac{\pi m j_0}{M_2} e^{-\lambda_{km} |t|},$$

где M_1, M_2 — количество волокон в первом и втором направлениях; $\lambda_{km} = \sqrt{\lambda_k^2 + \lambda_m^2}$. Далее для простоты рассматривается одномерный брус — слой: $M_1 = 1, M_2 = M$. На трехмерный случай все результаты переносятся простой заменой функций влияния для слоя на функции влияния для бруса.

Таким образом, ядра $\bar{G}^m(t)$ и $\bar{U}^h(t)$ в (5) известны и можно получить уравнения относительно $\{\delta u_{i_m}, \sigma_k\}$. На трещинах имеем, применив к (5) оператор δ ,

$$(14) \quad \delta u_{i_m} = \sum_{n=1}^N \int \delta G_{i_m}^n \delta u_{i_n} + \sum_{k=1}^L \sigma_k \delta U_{i_m}^k.$$

Вторую группу уравнений получаем из условий на разрезах волокон:

$$(15) \quad \sum_{n=1}^N \int G_{i_l}^{n'}(t_l - \tau) \delta u_{i_n} d\tau + \sum_{k=1}^L \sigma_k U_{i_l}^{k'}(t_l) = -1.$$

Уравнения (14), (15) можно переписать в виде уравнения второго рода:

$$(16) \quad \delta u_{i_m} = \sum_{n=1}^N \int \delta G_{i_m}^n \delta u_{i_n} + \sum_{k=1}^L \sigma_k \delta U_{i_m}^k, \\ \sigma_l = - \sum_{n=1}^N \int G_{i_l}^{n'}(t_l - \tau) \delta u_{i_n} d\tau + \sum_{k=1}^L [\delta_l^k - U_{i_l}^{k'}(t_l)] \sigma_k - 1.$$

Оператор в правой части (16) $R: L_2^N \times R^L \rightarrow L_2^N \times R^L$ компактен в силу того, что $\delta \bar{G}^m, \bar{G}^{m'} \in C(R)$. Тогда, согласно альтернативе Фредгольма, в силу единственности решения уравнения (16) разрешимы. После решения

(16) функция $\bar{u}(t)$ восстанавливается всюду согласно (5). Из (5) следует, что $\bar{u} \in C^1(R)$ (кроме точек $\{t_k\}_{k=1}^L \cup \{t_{1n}\}_{n=1}^N \cup \{t_{2n}\}_{n=1}^N$).

Решение системы (14), (15) проводилось численно следующим образом: интегральная часть системы (14), (15) дискретизировалась с шагом T , после чего возникла система алгебраических уравнений размера $(P + L) \times (P + L)$, где $P = \sum_{m=1}^N (t_{2m} - t_{1m})/T + N$ — число узлов при дискретизации, L — число разрезов волокон. Решение проводилось на ЭВМ БЭСМ 6. Программа единая для произвольной системы вырезов. Проиллюстрируем применение предложенного метода результатами расчетов для двух типов задач.

Приведем результаты расчетов для выреза прямоугольной формы. На этой задаче выбирался приемлемый шаг дискретизации T . Оказалось, что его можно брать из интервала $[0,2-0,05]$ (переменные безразмерные). Деление пополам шага из этого интервала давало различие соответствующих решений не более чем на 1—0,5%.

Оказалось, что концентрация напряжений и сдвиговые деформации локализуются в области порядка $2-3 \max(\sqrt{E_0 d D / G}, \mathcal{L})$, где \mathcal{L} — характерный размер выреза. В этой области концентрации напряжений могут значительно (до 200% и выше) превосходить среднюю перегрузку волокон $K_{ср} = M/(M - L/2)$, M — общее число волокон в конструкции, L — число разрезанных волокон. Аналогичный результат имел место и для других форм вырезов (круг, треугольные надрезы). Наличие в формуле, определяющей размер области локализации возмущения, величины $\sqrt{E_0 d D / G}$, соответствующей безразмерной единице длины, составляет одну из четко определившихся в процессе численных расчетов особенностей поведения рассматриваемого композиционного материала.

В табл. 1 приведены значения максимального коэффициента концентрации напряжений (в верхней части клетки) и сдвига (в нижней части клетки) для выреза прямоугольной формы. В расчетах общее число волокон $M = 50$; длина выреза l и ширина (в волокнах) $L/2$ приведены в табл. 1. Максимальные концентрации напряжений и сдвиги во всех рассчитанных случаях имели место в волокне, соседнем с краем выреза при $t = +l/2$ (углы прямоугольного выреза).

Рассмотрим прочность описанной конструкции. Для этого вернемся к размерным координате z и смещению w :

$$z = (E_0 d D / G)^{1/2} t, \quad \bar{w} = (d \sigma^2 / E_0 G D)^{1/2} \bar{u}_*$$

Пусть дано условие разрушения волокон и связующего по напряжениям: $E_0 w'_i = \sigma^*$, $G \delta w_i = \tau^*$. Тогда растягивающая нагрузка σ , при которой начинается разрушение волокна σ_v или связующего $\sigma_{сд}$, равна соответственно

$$(17) \quad \sigma_v = D \sigma^* / \varepsilon, \quad \sigma_{сд} = (E_0 D / G d)^{1/2} (\tau^* / \gamma).$$

Пусть дано условие разрушения по деформациям: $w'_i = \varepsilon^*$, $\delta w_i = \gamma^*$. Тогда

$$(18) \quad \sigma_v = D \varepsilon^* / E_0 \varepsilon, \quad \sigma_{сд} = (E_0 G D / d)^{1/2} (\gamma^* / \gamma)$$

(ε и γ — максимальные концентрация напряжений и безразмерный сдвиг (из табл. 1)).

Как видно из (17), (18), σ_v в обоих случаях не зависит явно от характеристик связующего G и d . Правда, эти величины входят в (17), (18) косвенно, определяя безразмерную длину выреза, но зависи-

Т а б л и ц а 1

l \ $L/2$	2	4	8	10
10	2,41 1,18	2,56 1,33	2,64 1,42	2,69 1,45
14	2,81 1,51	2,97 1,60	3,02 1,71	3,12 1,74

мость ε и γ от этой длины достаточно слабая и, как можно показать, уменьшается с ростом безразмерной длины с экспоненциальной скоростью. Из вторых формул в (17), (18) следует, что уменьшение величины d/D ведет к росту «сдвиговой» прочности конструкции (с теми же оговорками о длине выреза).

Для выреза малой ширины 2ε можно получить решение другим способом. Запишем систему (16) в виде

$$(19) \quad f_i = \sum_{j=1}^N \int \delta G_{ij} f_j + \sum_{k=1}^L \sigma_k \delta U_i^k;$$

$$(20) \quad \sum_{k=1}^L \sigma_k U_i^{k'} = - \sum_{j=1}^N \int G'_{ij} f_j - 1.$$

Норма интегрального оператора в (19) меньше единицы [6], в силу чего

$$(21) \quad \bar{f} = \sum_{k=1}^L \sigma_k \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n R^n \delta \bar{U}^k,$$

где $R: \bar{f} \in C(R) \rightarrow \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^N \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta G_{ij} f_j$.

Подставляя (21) в (20) с учетом того, что в силу симметрии выреза $\sum_{k=1}^L \sigma_k \delta U_i^k(0) = 0$, получим $\bar{f}(0) = 0$. Тогда в силу (20)

$$(22) \quad \sum_{k=1}^L \sigma_k U_i^{k'}(t_i) = -1 + O(\varepsilon^2).$$

Полученная формула описывает (с точностью ε^2) два ряда разрезов волокон, расположенных на расстоянии 2ε друг от друга. Для этой задачи легко получить приближенное решение. С учетом симметрии выреза $\sigma_k = \sigma_{k+L/2}$, L — общее число разрезов волокон. Функция $\bar{U}^k(t)$ имеет вид [3]

$$U_i^k(t) = \sum_{l=1}^M A_{il}^k [-e^{\lambda_l(t-\varepsilon)} + e^{-\lambda_l(t+\varepsilon)}],$$

коэффициенты A_{il}^k приведены в [3]. Разложим экспоненты в ряд и подставим полученные выражения в (22). С учетом уравнений равновесия и того, что $U_i^k(0) = 0$ при $k \neq i$, получим

$$(23) \quad \sum_{k=1}^{L/2} \sigma_k \left[\sum_{l=1}^M A_{il}^k \lambda_l - \varepsilon U_k^h(0) \right] = -\frac{1}{2} + O(\varepsilon^2).$$

Тогда, обозначив через σ_i^0 решение задачи вида (22) для одного ряда волокон, имеем из (23)

$$\sigma_k = \frac{1}{2} \left[\sigma_k^0 + \varepsilon \sum_{l=1}^{L/2} a_{kl} U_l^l(0) \sigma_l^0 \right] + O(\varepsilon^2),$$

где $(a_{ik}) = \left(\sum_{l=1}^M A_{il}^k \lambda_l \right)^{-1}$. После чего решение определяется по формуле

$$(24) \quad \bar{u}'(t) = \sum_{k=1}^{L/2} \sigma_k \bar{U}^{k'}(t) + O(\varepsilon^2).$$

Как следует из численных расчетов:

1) величины $U_k^h(0)$ практически не зависят от k (их колебания не превосходят 1%), можно принять $U_k^h(0) = 0,25$;

2) для матрицы $\left(\sum_{l=1}^M A_{il}^k \lambda_l\right) = (b_{ik})$ имеем $b_{kk} \approx -0,63$, $b_{k+1,k} \approx b_{k,k+1} \approx 0,20$, при удалении от главной диагонали происходит дальнейшее затухание. Приняв $(b_{ik}) \approx -0,63E$, получим из (24) приближенную формулу для подсчета концентрации напряжений на краю тонкого прямоугольного выреза

$$(25) \quad K(t) \approx K_\sigma - 0,4\varepsilon(K_\sigma - 1),$$

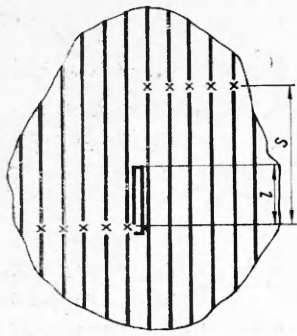
где $K_\sigma > 1$ — коэффициент концентрации напряжений, возникающих при разрезании одного ряда из $L/2$ волокон. Как видно, напряжения на краю выреза не зависят от t (с точностью ε^2) и убывают с ростом ширины выреза. Численный расчет подтвердил независимость напряжений на краю выреза от t при малых ε . По результатам расчетов можно рекомендовать формулу (25) для использования в интервале $\varepsilon \leq 1/2$ (в безразмерных переменных).

Второй задачей, решавшейся при помощи указанной программы, была задача о распространении трещины сдвига между двумя рядами порывов волокон, отстоящими друг от друга на расстоянии S (см. фигуру). В случае одного ряда порывов задача рассматривалась в [7], где отмечен устойчивый характер распространения трещины, т. е. $\sigma_{сд}$, определяемая вторыми равенствами в (17), (18), возрастает с ростом длины трещины l (и наоборот).

В табл. 2 приведены значения $\delta u_i(l) = \gamma$, $\gamma = \sigma_{сд}^{-1}$ (с точностью до постоянных множителей в (17), (18)). При расчетах общее число волокон $M = 50$. Данные в табл. 2 приведены для случая $L/2 = 5$ порывов в каждом ряду. В двух случаях приведены: коэффициент концентрации напря-

Т а б л и ц а 2

l/S	S	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	m
0,6	γ	2,67	2,66	2,66	2,68	2,72	2,89	2,89	2,99	3,11	3,27	1,005
0,8	γ	2,26	2,25	2,22	2,23	2,25	2,31	—	—	—	—	1,015
1	γ	1,97	1,92	1,89	1,87	1,89	1,93	2,00	2,11	2,27	2,50	1,05
	K_4	1,75	1,64	1,51	1,36	1,19	1,00	0,80	0,56	0,30	0,00	
	K_5	1,76	1,71	1,65	1,61	1,56	1,52	1,48	1,43	1,37	1,31	
1,5	γ	1,52	1,42	1,35	1,31	1,30	1,33	1,39	1,51	1,69	1,69	1,17
2	γ	1,26	1,13	1,03	0,98	0,96	0,98	1,04	1,16	1,35	1,66	1,32
	K_4	1,94	1,79	1,61	1,42	1,22	1,02	0,81	0,59	0,33	0,00	
	K_5	1,97	1,92	1,89	1,87	1,85	1,84	1,83	1,81	1,79	1,76	
3	γ	0,96	0,78	0,67	0,60	0,58	0,60	0,63	—	—	—	1,60
5	γ	0,67	0,47	0,35	0,30	0,28	0,29	0,34	0,45	0,66	—	2,39



жений в конце трещины (в волокне, прилежащем к трещине слева, K_4) и в ее начале (в волокне, прилежащем к трещине справа, K_5).

Как видно из табл. 2 и вторых равенств в (17), (18), в данном случае устойчивое развитие трещины имеет место только до определенной ее длины l^* , которую согласно расчетам можно оценить в $l^* = 0,3-0,5S$. После достижения трещиной этой длины для ее дальнейшего роста не требуется увеличения нагрузки на бесконечности. Если при данной нагрузке

$\sigma < \sigma_{сд} \equiv \sigma^*$ длина трещины $l(\sigma) < l^*$, то отношение σ^*/σ , где $\sigma^* : l(\sigma^*) = l^*$, дает относительную величину догрузки, необходимой для проскока трещины до второго ряда порывов волокон. При меньшей нагрузке трещина находится в устойчивой стадии и проскока не происходит. Введем число $m = \sigma^*/\sigma(0) = \gamma(0)/\gamma^*$, где γ^* соответствует σ^* , l^* ; $\sigma(0)$, $\gamma(0)$ соответствуют трещине «нулевой» длины ($\gamma(0)$ — из первого столбца табл. 2). Из табл. 2 видно, что $\sigma^*/\sigma \leq m$ и число m представляет собой максимальный возможный запас относительной догрузки (далее называемый просто догрузка). Как видно, для $S \leq 1$ (единице в размерных переменных соответствует длина $\sqrt{E_0 d D / G}$) величина догрузки m близка к единице. Это означает, что трещина в связующем между достаточно близкими ($S \leq 1$) рядами порывов практически может иметь только два состояния: либо полностью развитая трещина (проскок до второго ряда порывов), либо полное отсутствие трещины. В случае более длинных трещин догрузка становится заметно больше единицы, и сдвиговая трещина, как видно из приведенных значений K_4 , K_5 , тормозит разрушение волокон. Возможная догрузка конструкции в общем случае должна определяться с учетом также и прочности волокон.

Аналогичное поведение трещины имело место и при других количествах порванных волокон: $L/2 = 10$, $L/2 = 15$. Для них устойчивое развитие трещины также имело место, только пока ее длина не превышала $0,3-0,5S$. Догрузка при росте числа порывов волокон слабо уменьшалась: для $S = 1$ $m = 1,05$ при $L/2 = 5$, $m = 1,03$ при $L/2 = 10$, $m = 1,025$ при $L/2 = 15$; для $S = 2$ m равна соответственно 1,32; 1,26; 1,24. Рассматриваемый путь распространения трещины сдвига является, разумеется, только одним из возможных путей распространения трещин в однонаправленном материале. В конкретных случаях следует рассматривать все возможные варианты разрушения. Описанная программа позволяет проводить такие расчеты за приемлемое время.

Автор благодарит Б. Д. Аннина за постановку задачи и полезные замечания.

Поступила 13 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Hedgepeth J. M., Van Dyke P. Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials.— J. Compos. Mater., 1967, vol. 3, N 1.
2. Купер Г. А. Микромеханические аспекты разрушения.— В кн.: Композиционные материалы. Т. 5. М.: Мир, 1978.
3. Михайлов А. М. О разрушении однонаправленного стеклопластика.— Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 5.
4. Zweibin C. On the strength of notched composites.— J. Mech. Physics of Solids, 1971, vol. 19, N 3.
5. Колпаков А. Г. Концентрация напряжений в армированном брусе.— В сб.: Динамика сплошной среды. Вып. 28. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1977.
6. Колпаков А. Г. Влияние неоднородностей на напряженно-деформированное состояние и прочность однонаправленного композита.— В сб.: Динамика сплошной среды. Вып. 28. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1978.
7. Михайлов А. М. Трещина сдвига в однонаправленном стеклопластике.— Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 1.