

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ
С ГРУНТОМ ПРИ ИХ ОТНОСИТЕЛЬНОМ СДВИГЕ**

При решении задач о взаимодействии сейсмических и взрывных волн с различными подземными конструкциями, находящимися в грунтовых средах, на границе раздела сооружение — грунт обычно принимаются условия равенства нулю относительного смещения или касательного напряжения (их называют классическими), которые не всегда имеют место в действительности. Результаты изучения последствий землетрясений [1] и экспериментальных исследований [2] показывают, что при взаимодействии сейсмических и взрывных волн с подземными конструкциями возникают существенные относительные смещения вплоть до разрушения связей между грунтом и внешней поверхностью подземной конструкции. Эти данные требуют изучения закономерности сдвигового взаимодействия твердых тел с грунтом и разработки альтернативных к классическим условий на границах их контакта.

Экспериментальные исследования процесса взаимодействия фундаментов с грунтом при их относительном сдвиге проведены в [3], где для описания процесса взаимодействия на основе экспериментов предлагается условие винклеровского типа. В [4] экспериментально показано применение этого условия в задачах сейсмостойкости подземных сооружений и в решении задач о сдвиговом взаимодействии подземных конструкций с грунтом при действии сейсмических нагрузок. Из экспериментов по изучению [5] сдвигового взаимодействия подземных конструкций с грунтом видно, что условие винклеровского типа описывает только лишь начальную стадию сдвигового взаимодействия при малых значениях относительного смещения. Опыты [2, 4, 5] проведены с трубами малых внешних диаметров. Процессы сдвигового взаимодействия крупномасштабных подземных конструкций с грунтом экспериментально не исследованы. Кроме того, в настоящее время отсутствует математическая модель, адекватно описывающая закономерности сдвигового взаимодействия, полученные в опытах.

Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению закономерностей сдвигового взаимодействия подземных конструкций с грунтом и разработке математических соотношений этих закономерностей.

1. Методика проведения опытов и результаты эксперимента. Экспериментальные исследования сдвигового взаимодействия подземных конструкций с грунтом [2, 4, 5] показывают, что определение закономерностей изменения касательных напряжений на поверхности контакта сооружение — грунт в натуральных условиях — технически сложная и трудоемкая задача. В случае крупномасштабных подземных сооружений эти трудности многократно увеличиваются. Однако полученные в опытах [2, 4, 5] зависимости касательных напряжений от относительного смещения (сдвига) на поверхности контакта грунт — сооружение качественно не отличаются от аналогичных зависимостей, найденных при срезе (сдвиге) самих образцов грунтов и горных пород [6—10] на сдвиговых приборах различной конструкции и принципов работы [6, 8]. Следуя этим работам, а также [11], для экспериментального определения закономерностей взаимодействия элементов крупномасштабных подземных конструкций, которые в дальнейшем будем называть твердыми телами, с грунтом использовали прибор плоскостного среза ВСВ-25. Описание его приведено в [8]. Применение сдвиговых приборов в опытах по определению закономерностей взаимодействия твердых тел с грунтом позволяет провести серийные эксперименты в лабораторных условиях (каждый опыт с оди-

наковыми исходными параметрами повторялся 10—15 раз), что существенно упрощает постановку эксперимента и повышает точность полученных результатов.

Для проведения опытов заранее изготавливались образцы твердых тел в виде цилиндрических дисков диаметром $D = 0,07$ м, высотой $h = 17 \cdot 10^{-3}$ м и площадью контакта с грунтом $S = 0,004$ м², которые плотно заполняют подвижный стакан грунтоприемной камеры срезного прибора. В верхний неподвижный стакан грунтоприемной камеры помещается грунт. Опыты проводились в случаях, когда структурная связь между грунтом и твердым телом разрушена и когда не разрушена. В опытах наблюдалась деформация только грунта, а твердое тело не деформировалось и не разрушалось.

В первом случае в опытах используется грунт нарушенной структуры и образец твердого тела и грунта в грунтоприемную камеру срезного прибора помещается последовательно, во втором между образцами твердого тела и грунта заранее путем замачивания водой до насыщения и последующей сушкой искусственно создается сцепление. Затем образец твердого тела, имеющий неразрушенные структурные связи с грунтом также неразрушенной структуры, помещается вместе в грунтоприемную камеру срезного прибора. Высота образца грунта в обоих случаях равна 0,035 м.

На поверхность образца твердого тела, контактирующего с грунтом, заранее наносится волнообразная шероховатость. После полной сборки прибора производится сдвиг нижнего стакана прибора относительно верхнего, при этом происходит сдвиг твердого тела относительно грунта. Сдвигающее усилие создается с помощью электродвигателя через специальные приспособления. В пределах одного опыта скорость сдвига постоянная. Опыты проводились при двух значениях скорости сдвига: $v = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с (квазистатический режим, продолжительность опыта 40 с) и $v = 3 \cdot 10^{-2}$ м/с (динамический режим, продолжительность опыта 0,4 с). Изменение скорости в разных опытах производится путем замены приспособлений между электродвигателем и срезным прибором.

В опытах с помощью специальных датчиков измеряются значения сдвигающего усилия, нормального к поверхности контакта грунт — твердое тело давления, смещение нижнего стакана относительно верхнего. Нормальное давление измеряется как над образцом, где оно прикладывается, так и непосредственно на поверхности контакта грунт — твердое тело. Измерение нормального давления над образцом грунта и сдвигающего усилия производится кольцевыми тензометрическими датчиками, а на контакте грунт — твердое тело — датчиком мембранного типа, заглубленного в образец твердого тела. Измерение относительного смещения производится датчиком реохордного типа. Сигналы из датчиков записывались на фотобумагу шлейфовым осциллографом Н-117. Такой способ измерения значений параметров, отличающийся от традиционных [8], повышает точность измеряемых величин и исключает ошибки, избежать которые затруднительно при визуальном фиксировании значений параметров, особенно при скоростных сдвигах. Полученные таким образом осциллограммы позволяют построить зависимости касательных напряжений τ на поверхности контакта грунт — твердое тело от относительного смещения u . Опыты проводились с лессовыми грунтами, суглинком и песком. Удельный вес лессового грунта, суглинка и песка $\gamma = 1500—1600$; 1600—1700 и 1650—1750 кг/м³, их влажность $W = 8—10$ %. Эти характеристики в случае ненарушенной связи между грунтом и твердым телом (взаимодействие твердого тела с грунтом ненарушенной структуры) измерялись после опыта, а при разрушенной связи (взаимодействие твердого тела с грунтом нарушенной структуры) — до и после опыта. В разных опытах менялись значения нормального давления, скорости сдвига, шероховатости поверхности контакта твердого тела с грунтом. Опыты проводились в основном при двух шероховатостях: грубая, когда высота волнообразных периодических выступов $\delta = 0,002$ м,

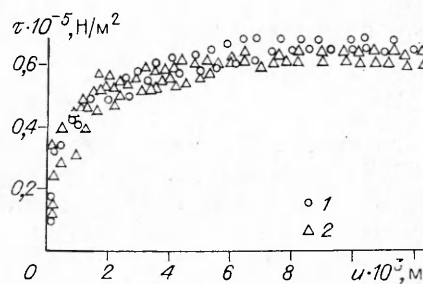
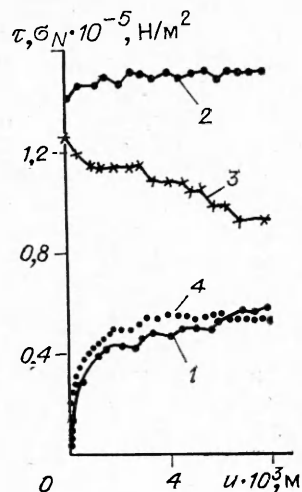


Рис. 2

Рис. 1

и гладкая при $\delta = 0,0002$ м. В дальнейшем их будем называть грубым и гладким твердым телом. При проведении опытов по взаимодействию твердых тел с грунтами нарушенной структуры в квазистатическом режиме нормальное давление поддерживалось постоянным, а в остальных случаях значение нормального давления менялось в процессе сдвига твердого тела относительно грунта.

Типичная зависимость касательного напряжения τ от относительного смещения u , полученная в квазистатическом взаимодействии гладкого твердого тела с лессовым грунтом нарушенной структуры, приведена на рис. 1 (кривая 1). Здесь в зависимости $\tau(u)$ наблюдаются две стадии взаимодействия: 1) с увеличением u значение τ растет; 2) после достижения относительным смещением некоторого u_* касательное напряжение достигает предельного значения, которое при дальнейшем изменении u остается постоянным (вторая стадия). В процессе взаимодействия нормальное давление над образцом грунта удерживается около $\sigma_N = 0,15$ МПа (кривая 2). Значение нормального давления под образцом грунта падает (кривая 3). С увеличением шероховатости поверхности контакта твердого тела с грунтом ход кривой 3 меняется. При взаимодействии грубых твердых тел с грунтом нормальное давление под образцом грунта в начале процесса нарастает, достигает максимума, превышающего постоянное нормальное давление над образцом, а затем падает, т. е. принимает куполообразную форму. Это изменение нормального давления под образцом грунта объясняется дилатансионными и деформационными характеристиками образцов грунтов. Ход кривой $\tau(u)$ остается неизменным. Если при квазистатическом режиме взаимодействия твердых тел с грунтами удастся удерживать постоянным нормальное давление над образцом грунта, то при динамическом режиме взаимодействия во всех случаях этого невозможно добиться. Переход к приведенным зависимостям $\tau^0(u) = \tau(u)/\sigma_N(u)$, согласно [12] (кривая 4), практически не меняет ход кривой $\tau(u)$. Функция $\sigma_N(u)$ соответствует изменению нормального давления под образцом грунта (кривая 3). Зависимости $\tau(u)$ и $\tau^0(u)$, полученные при взаимодействии твердых тел с лессовыми грунтами, а также песком и суглинком нарушенной структуры при различных значениях нормального давления над образцом грунта, шероховатости поверхности твердого тела, скорости взаимодействия, качественно аналогичны соответствующим зависимостям, приведенным на рис. 1, а количественно отличаются.

На рис. 2 представлены зависимости $\tau(u)$, найденные при взаимодействии грубого твердого тела с лессовым грунтом нарушенной структуры при нормальном давлении $\sigma_N = 0,075$ МПа, в квазистатическом и динамическом (точки 1 и 2) режимах. Видно, что изменение скорости

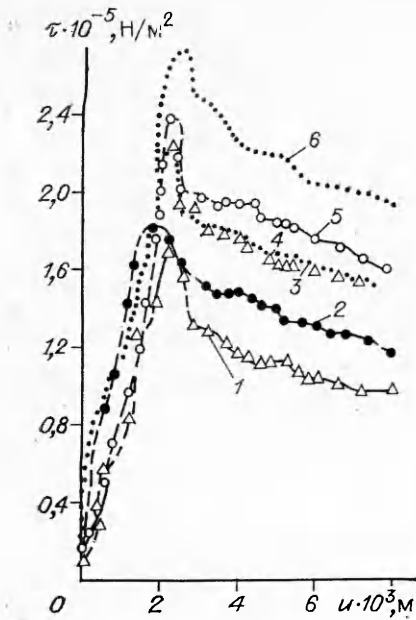


Рис. 3

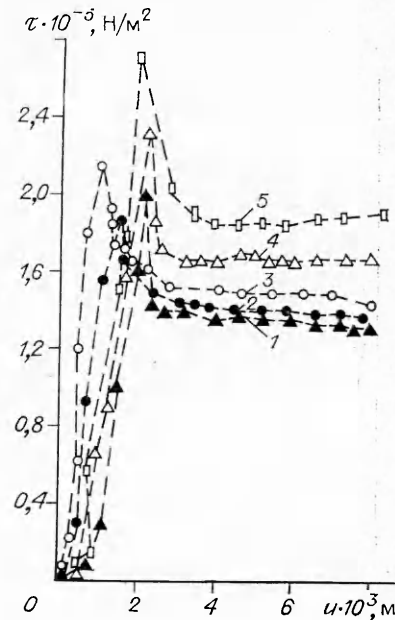


Рис. 4

взаимодействия на два порядка не влияет на $\tau(u)$ для грунта нарушенной структуры.

Зависимости $\tau(u)$, полученные при взаимодействии твердого тела с грунтом ненарушенной структуры при $\sigma_N = 0,15$ МПа в динамическом и квазистатическом режимах взаимодействия, приведены соответственно на рис. 3 и 4. На рис. 3 кривые 1, 2 относятся к результатам опытов с гладкими, 3–6 — с грубыми твердыми телами, а на рис. 4 кривые 1–3 — с гладкими, а 4, 5 — с грубыми твердыми телами.

Для зависимостей $\tau(u)$ на рис. 3, 4 характерно проявление пикового значения касательного напряжения τ_p , наблюдаемое также при сдвиге самих образцов грунтов и горных пород [6–10]. Проявление τ_p при взаимодействии твердых тел с грунтом, так же как при сдвиге самих образцов грунтов, связано с процессом накопления пластических деформаций и разрушения структуры грунта. После достижения относительным смещением значения u_* структурные связи грунта с твердым телом полностью разрушаются и касательное напряжение при значении $\tau = \tau_r$ остается постоянным при дальнейшем увеличении смещения твердого тела относительно грунта. Как показывают результаты опытов (рис. 3, 4), u_* не меняется при различных скоростях взаимодействия. Постоянство u_* для образцов горных пород при разных скоростях сдвига отмечается также в [13]. Увеличение шероховатости поверхности твердого тела приводит к росту τ_p и τ_r (рис. 3, 4). В предельном случае, когда шероховатость поверхности твердого тела очень грубая, τ_p и τ_r равняются значениям, полученным при сдвиге самих образцов грунта ненарушенной структуры. При повторных взаимодействиях твердых тел с грунтом, но уже с разрушенной структурой, значение τ_r не меняется, а пиковая прочность не проявляется. В этих случаях зависимости $\tau(u)$ аналогичны приведенным на рис. 1, 2. Изменение нормального давления σ_N в процессе взаимодействия твердых тел с грунтами ненарушенной структуры также не влияет на характер $\tau(u)$. Уменьшение τ_r в опытах, проведенных в динамическом режиме взаимодействия, связано с уменьшением σ_N (рис. 3). Разброс результатов опытов с одинаковыми исходными данными, приведенный на рис. 3, 4, объясняется непостоянством структурных связей грунта и твердого тела при их искусственном создании.

2. Математическая модель взаимодействия. Вопросы построения математических моделей деформирования грунтов при сдвиговых на-

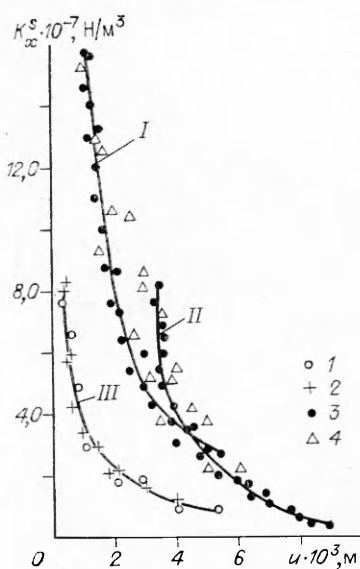


Рис. 5

гружениях с учетом дилатансионных свойств среды обсуждаются в [14]. Здесь также приведен обзор работ, посвященный этой проблеме. В [15] разработан новый закон трения при взаимодействии прочных и непрочных горных пород и грунтов для предельных касательных напряжений применительно к крупномасштабным горным обвалам и оползням. В [16] предлагается модель взаимодействия сваи с грунтом, учитывающая некоторые наблюдаемые в опытах факторы, в том числе проявление пиковой прочности. В [17] предлагается дислокационная модель разрушения металлов, также учитывающая проявление пиковой прочности материала. Закономерности деформирования грунтов при различных нагружениях, в том числе и сдвиговых, исследованы в [18]. Рассмотренные в [16, 17] модели учитывают некоторые наблюдаемые в экспериментах свойства взаимодействия твердых тел с грунтом. Однако эти модели либо очень громоздкие, либо включают физические параметры, оп-

ределение которых в процессе взаимодействия твердых тел с грунтом весьма затруднительно.

Анализ результатов опытов, приведенных на рис. 1—4, показывает, что закономерности взаимодействия $\tau(u)$ зависят в основном от степени нарушенности структуры грунтов, от значения нормального к поверхности контакта грунт — твердое тело давления, от шероховатости твердого тела и от скорости относительного смещения (сдвига). В процессе взаимодействия твердых тел с грунтом ненарушенной структуры главный фактор — проявление пиковой прочности грунтов (рис. 3, 4). При взаимодействии твердых тел с грунтами нарушенной структуры это свойство грунтов не имеет места (рис. 1, 2). Отсюда следует, что проявление пиковой прочности грунтов — результат изменения структуры грунтов на контактном слое при взаимодействии твердых тел с грунтом ненарушенной структуры. При малых значениях относительного смещения грунт деформируется еще упруго, а затем появляется пластичность, идет накопление пластических деформаций, а после достижения касательным напряжением пикового значения τ_p — разрушение грунта на контактном слое. При достижении относительным смещением значения, равного u_* , структура грунтов на контактном слое полностью разрушается. Следовательно, в процессе взаимодействия меняются значения механических характеристик грунта (модуль сдвига, коэффициент вязкости и т. д.), т. е. они есть функции изменения структуры грунта.

Изменение текущего модуля взаимодействия K_x^s , полученного из экспериментальных зависимостей $\tau(u)$ ($K_x^s = \tau/u$), приведено на рис. 5. Здесь кривая I относится к случаю взаимодействия твердых тел с грунтами ненарушенной структуры, а II, III — нарушенной структуры, точки 1, 2 — результаты опытов при $\sigma_N = 0,075$ МПа, а 3, 4 — при $\sigma_N = 0,15$ МПа. Видно, что изменение K_x^s при изменении структуры грунта носит нелинейный характер. Диапазон изменения K_x^s для ненарушенной структуры грунта более широкий, чем для грунтов с нарушенной структурой. Изменение σ_N на ход кривых $K_x^s(u)$ не влияет.

Как показывают результаты опытов, при снятии нагрузки движение твердого тела относительно грунта полностью нарушенной структуры мгновенно прекращается и значение касательного напряжения также мгновенно падает до нуля. Для грунта с ненарушенной структурой наб-

людается возвратное движение. Значение возвратного смещения u_R зависит от степени разрушенности структуры грунта.

В целом закономерности взаимодействия, наблюдаемые в опытах, состоят из двух стадий: 1) касательное напряжение τ зависит от относительного смещения u ; 2) такая зависимость отсутствует. Для описания первой стадии в качестве базовой используется модель стандартно-линейного тела. Очевидно, что во второй стадии выполняется закон сухого трения Кулона. Здесь отметим, что для первой стадии в качестве базовых рассматривались также законы винклеровского типа и модель Кельвина — Фойхта. Однако разработанная математическая модель взаимодействия на основе последних двух законов имеет отдельные принципиальные недостатки. Возвратное движение твердого тела относительно грунта (разгрузка), как показывают результаты опытов, подчиняется винклеровскому закону.

Таким образом, для описания процесса взаимодействия твердых тел с грунтами, когда $\sigma_N > 0$ (при $\sigma_N \leq 0$, $\tau \equiv 0$), предлагаются следующие соотношения:

при $0 \leq u \leq u_*$, $du/dt \geq 0$

$$(2.1) \quad \frac{d\tau}{K_x^D(\sigma_N, I_s) dt} + \mu_s(\sigma_N, I_s, \dot{u}) \frac{\tau}{K_x^s(\sigma_N, I_s)} = \frac{du}{dt} + \mu_s(\sigma_N, I_s, \dot{u}) u;$$

при $u > u_*$, $du/dt \geq 0$

$$(2.2) \quad \tau = f(\dot{u})\sigma_N;$$

при $u < u_*$, $du/dt < 0$

$$(2.3) \quad \frac{d\tau}{K_x^R(\sigma_N, I_s) dt} = \frac{du}{dt};$$

при $u \geq u_*$, $du/dt < 0$

$$(2.4) \quad \tau \equiv 0.$$

Здесь $K_x^D(\sigma_N, I_s)$ — динамический коэффициент взаимодействия при $du/dt \rightarrow \infty$, а $K_x^s(\sigma_N, I_s)$ — статический при $du/dt \rightarrow 0$; $\mu_s(\sigma_N, I_s, \dot{u})$ — параметр сдвиговой вязкости грунта, определяемый по формуле

$$\mu_s(\sigma_N, I_s, \dot{u}) = \frac{K_x^D(\sigma_N, I_s) K_x^s(\sigma_N, I_s)}{[K_x^D(\sigma_N, I_s) - K_x^s(\sigma_N, I_s)] \eta_s(\sigma_N, I_s, \dot{u})};$$

$\eta_s(\sigma_N, I_s, \dot{u})$ — коэффициент сдвиговой вязкости; $\dot{u} = du/dt$; $I_s = |u/u_*|$ — параметр, характеризующий разрушенность структуры грунта; $f(\dot{u})$ — коэффициент трения, который в общем случае есть функция скорости относительного смещения; $K_x^R(\sigma_N, I_s)$ — коэффициент взаимодействия при возвратном движении твердого тела относительно грунта.

Значения коэффициентов взаимодействия, которые являются функциями нормального давления и структуры грунта, определяются из соотношений

$$(2.5) \quad K_x^D(\sigma_N, I_s) = K_x^{D*}(\sigma_N) \exp[\beta(1 - I_s)];$$

$$(2.6) \quad K_x^s(\sigma_N, I_s) = K_x^{s*}(\sigma_N) \exp[\alpha(1 - I_s)];$$

$$(2.7) \quad K_x^R(\sigma_N, I_s) = K_x^{DN}/(1 - I_s),$$

где K_x^{D*} и K_x^{s*} — текущие коэффициенты динамического и статического взаимодействия при $u = u_*$; K_x^{DN} и K_x^{sN} — начальные значения коэффициентов взаимодействия; β и α — коэффициенты, характеризующие диапазоны изменения K_x^D и K_x^s .

Из (2.5) и (2.6) получим

$$(2.8) \quad K_x^{DN} = K_x^{D*} \exp(\beta), \quad K_x^{sN} = K_x^{s*} \exp(\alpha).$$

Принимаем, что

$$(2.9) \quad \gamma_N = K_x^{LN}/K_x^{sN}, \quad \gamma_* = K_x^{D*}/K_x^{s*},$$

тогда из (2.8) с учетом (2.9) имеем

$$(2.10) \quad \alpha = \beta + \ln(\gamma_*/\gamma_N).$$

Так как $\gamma_* > \gamma_N$, то $\alpha \geq \beta$.

Результаты опытов показывают, что значение секущего коэффициента взаимодействия K_x^{s*} зависит линейно от нормального давления σ_N :

$$(2.11) \quad K_x^{s*} = K_N^s \sigma_N, \quad K_x^{D*} = K_N^D \sigma_N$$

(K_N^D и K_N^s — динамический и статический коэффициенты, характеризующие жесткость связи (сцепления) между частицами грунта и твердого тела). По результатам опытов смещение $u_* = 0,5 \cdot 10^{-2} - 0,7 \cdot 10^{-2}$ м и постоянно для данного типа грунтов.

Из условия $u_* = \text{const}$, используя (2.1), получим

$$(2.12) \quad \mu_s^* = A/\gamma_* \theta,$$

где A — безразмерный коэффициент; θ — характерное время действия сдвиговой нагрузки. Для рассмотренных видов грунтов $A = 700-1000$.

В процессе взаимодействия значение γ_* растет, так как разрушение структуры грунтов приводит к увеличению раствора между K_x^D и K_x^s и определяется по формуле

$$(2.13) \quad \gamma_* = \gamma_N + (\gamma_*^m - \gamma_N) \left(\frac{\dot{u}}{c_s} \right)^\kappa.$$

Здесь γ_*^m — максимально возможное значение γ_* при $\dot{u} = c_s$; c_s — скорость распространения сдвиговых волн в грунте; κ — коэффициент влияния скорости относительных смещений на разрушение структуры грунтов. Для рассмотренных в опытах грунтов $\kappa = 0,1$, $\gamma_*^m = 4-10$.

Параметр сдвиговой вязкости при изменении структуры грунта уменьшается [6]. Для определения μ_s предлагается соотношение

$$(2.14) \quad \mu_s(\sigma_N, I_s, \dot{u}) = \mu_s^* \exp[\varphi(1 - I_s)]$$

(φ — показатель степени изменения значения сдвиговой вязкости грунта).

Построенные по результатам опытов зависимости $\tau_r(\sigma_N)$ показывают, что для них выполняется соотношение, предложенное в [18]:

$$(2.15) \quad \tau_r = \tau_{r0} + f\sigma_N / (1 + f\sigma_N / (\tau_{r*} - \tau_{r0}))$$

(τ_{r0} — сила сцепления между твердым телом и грунтом, τ_{r*} — предельное значение силы трения). Результаты экспериментов показали, что при $\sigma_N \geq 1$ МПа $\tau_{r*} = 0,7-0,9$ МПа. Для рассмотренных типов грунтов в модели взаимодействия вместо (2.2) необходимо использовать (2.15).

Значения основных параметров модели, определенные из результатов опытов, даны в таблице.

На рис. 6 приведены зависимости $\tau(u)$, полученные из решения (2.1) — (2.4). Здесь, задавая закон изменения смещения в виде $u = vt$ ($v = \dot{u} = \text{const}$, t — время), используя также соотношения (2.5) — (2.15), из уравнений (2.1) — (2.4) вычисляли значения касательного напряжения; кри-

Грунты	$K_N^s, \text{ м}^{-1}$	$K_N^D, \text{ м}^{-1}$	β	f	φ
Лесс ненарушенной структуры	100	400	2,5—3,0	0,6	2,5
Лесс нарушенной структуры	100	400	2,0	0,5	2,0
Песок нарушенной структуры	150	350	2,5—3,0	0,5	1,7
Суглинок нарушенной структуры	160	450	2,0	0,7	2,0

вые 1—7 соответствуют скорости относительного смещения $v = 0,0001; 0,001; 0,1; 1; 10$ и 100 м/с; при этом $\beta = 3,0$, $\varphi = 0$, $f = 0,5$, $K_N^s = 100 \text{ м}^{-1}$, $\sigma_N = 0,15$ МПа, $\gamma_N = 1,1$, $\gamma_*^m = 10$, $A = 1000$. $c_s = 100$ м/с, $\kappa = 0,1$. Видно, что с увеличением v значения τ_p и интенсивности разрушения структуры грунта растут. Учет изменения сдвиговой вязкости в зависимости от структуры грунта по (2.14) (при $\varphi = 2$) приводит к тому, что увеличение скорости относительных смещений не влияет на τ_p . При взаимодействии твердого тела с грунтом разрушенной структуры ($\beta = 2$, $\gamma_N = 3$) пиковая прочность грунта не проявляется. На зависимости $\tau(u)$ в этом случае изменение v не влияет (кривая 8).

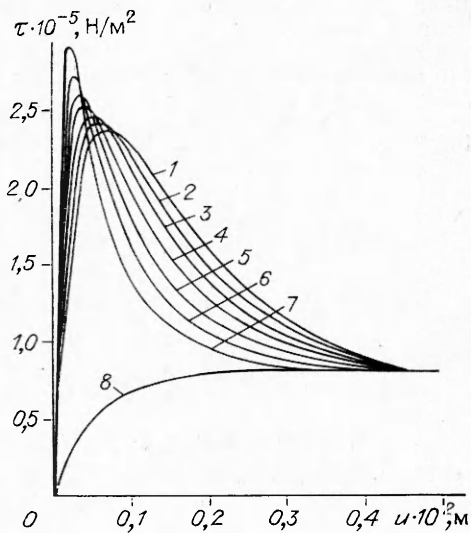


Рис. 6

Анализ уравнений (2.1)—(2.4) при различных значениях параметров модели, нормального напряжения σ_N и законах изменения $u = \psi(t)$ показал, что соотношения (2.1)—(2.4) хорошо описывают процесс взаимодействия твердых тел с грунтами.

Таким образом, на основе результатов экспериментальных исследований сдвигового взаимодействия твердых тел с грунтами разработана математическая модель, учитывающая наблюдаемые в опытах основные свойства процесса взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ташкентское землетрясение 26 апреля 1966 года.— Ташкент: Фан, 1971.
2. Султанов К. С., Юсупов Т. Э. Экспериментальное исследование продольных взаимодействий подземного трубопровода с грунтом при динамических воздействиях // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук.— 1986.— № 3.
3. Барган Д. Д. Динамика оснований и фундаментов.— М.: Стройвоенмориздат, 1948.
4. Рашидов Т. Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений.— Ташкент: Фан, 1973.
5. Султанов К. С., Ким В. Ю. Экспериментальные исследования закономерности продольного взаимодействия протяженных подземных сооружений с грунтом // ФТПРПИ.— 1986.— № 1.
6. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов.— М.: Высш. шк., 1978.
7. Бишоп А. У. Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и перемятых образцов грунта // Определяющие законы механики грунтов.— М.: Мир, 1975.— (Новое в зарубежной науке. Сер. Механика.— Вып. 2).
8. Пытович Н. А. Механика грунтов.— М.: Высш. шк., 1983.
9. Barton N. R. The shear strength of rock and rock joints // Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr.— 1976.— V. 13, N 9.
10. Bandis S. C., Lumsden A. C., Barton N. R. Fundamentals of rock joints deformation // Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr.— 1983.— V. 20, N 2.
11. Григорян С. С., Гулакян К. А., Савинков А. В., Мелкумян М. В. Исследование прочности обломочных скальных пород // Проблемы термомеханики грунтов.— М.: Изд-во МГУ, 1986.
12. Цытович Н. А., Крыжановский А. Л., Рахманов Т., Суранкулов Ш. Ж. Предельное сопротивление сдвигу неводонасыщенных грунтов // Инж. геология.— 1983.— № 6.
13. Никифоровский В. С., Шемакин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1979.
14. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов.— М.: Мир, 1975.— (Новое в зарубежной науке. Сер. Механика.— Вып. 2).
15. Григорян С. С. Новый закон трения и механизм крупномасштабных горных обвалов и оползней // ДАН СССР.— 1979.— Т. 244, № 4.

16. Цейтлин М. Г., Кошелева А. А. О вибрационном нагружении в грунт и извлечении из него длинных свай и труб // Основания, фундаменты и механика грунтов.— 1984.— № 3.
17. Нигматулин Р. И., Холин Н. Н. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования // Изв. АН СССР. МТТ.— 1974.— № 4.
18. Вовк А. А., Замышляев Б. В., Евтерев Л. С. и др. Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок.— Киев: Наук. думка, 1984.

г. Ташкент

Поступила 4/X 1991 г.

УДК 533.6.011.72

В. С. Суров, В. М. Фомин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВСЯЯНОЙ КАПЛИ С СИЛЬНОЙ ВЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

При взаимодействии со слабой ударной волной (УВ) каплю допустимо рассматривать как твердую частицу. Дифракция воздушной УВ на твердых телах исследовалась теоретически и экспериментально в [1—3]. Для корректного описания взаимодействия с сильной УВ необходимо учесть деформацию капли. В [4—6] в предположении несжимаемости газа теоретически изучались процессы при взаимодействии газового потока с деформируемой каплей. В [7] предложен метод расчета взаимодействия капли воды с плоской воздушной УВ, при этом принято допущение, что капля в процессе ее деформации принимает форму сплюснутого в направлении потока эллипсоида вращения (условие сфероидальности также использовалось в [4, 5]). В [8—13] экспериментально исследовалось воздействие воздушных волн на капли различных жидкостей.

1. Постановка задачи, математическая модель. Пусть на каплю жидкости, покоящуюся в газе, набегают плоская УВ. В общем случае движение жидкости и окружающего ее газа описывается полными уравнениями Навье — Стокса

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \frac{\partial (\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}) - \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{H}_{ij} = 0,$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (e \mathbf{V}) + \nabla \cdot \mathbf{q} - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot (\mathbf{H}_{ij} \mathbf{V}) = 0,$$

$$\mathbf{H}_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right],$$

$$e = \rho \left(\varepsilon + \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}}{2} \right), \quad \mathbf{q} = -k \nabla T, \quad p = p(\varepsilon, \rho)$$

с граничными условиями сопряжения на контактной поверхности, положение которой заранее неизвестно и должно определяться в ходе решения. Здесь ρ — плотность; \mathbf{V} — вектор скорости; \mathbf{g} — вектор массовой силы; μ — коэффициент динамической вязкости; δ_{ij} — символ Кронекера; p — давление; e — полная энергия единицы объема среды; k — коэффициент теплопроводности; T — температура; t — время. Уравнения (1.1) записываются для каждой из взаимодействующих сред.

Рассмотрим приближенное решение задачи. Ввиду кратковременности процесса взаимодействия не будем учитывать тепловые явления, кроме того, пренебрежем вязкостью жидкости и газа, а также действием массовых сил. В этом случае взаимодействие описывается уравнениями