

14. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н. Приток жидкости к скважине, частично вскрышей неоднородный трещиновато-пористый пласт, при неустановившемся режиме фильтрации.— «Азерб. нефт. хоз-во», 1971, № 8.
15. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н. Одномерная фильтрация жидкости в трещиновато-пористой среде.— «Труды АЗНИПИнефть», Баку, 1972, вып. XXIV.
16. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н., Керимов А. Г. Приток жидкости из трещиновато-пористого пласта к скважине с постоянным забойным давлением.— В кн.: Вопросы разработки нефтяных и газовых месторождений Азербайджана. Баку, 1974.
17. Багир-заде С. Н., Гусейнов Г. И. Исследование движения жидкости в трещиновато-пористом пласте при нестационарной фильтрации.— ПМТФ, 1972, № 6.
18. Багир-заде С. Н., Насруллаев И. А. Нестационарная фильтрация жидкости к прямойлинейной галерее в двухслойном трещиновато-пористом пласте.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 2.
19. Багир-заде С. Н. Приток однородной жидкости к галерее в трещиновато-пористом пласте.— «Азерб. нефт. хоз-во», 1972, № 7.
20. Багир-заде С. Н. Неустановившееся движение однородной жидкости к галерее в трещиновато-пористом пласте.— «Труды АЗНИПИнефть», Баку, 1973, вып. XXVIII.

УДК 622.276.038:532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ ПРИ НАГНЕТАНИИ ГОРЯЧЕЙ ЖИДКОСТИ

Г. А. Гамидов, К. И. Кулиев, И. А. Насруллаев

(Баку)

Рассматривается распределение температуры в кусочно-однородном конечном пласте при воздействии горячей жидкости. Изучается влияние неоднородности проницаемости и теплофизических свойств отдельных зон пласта на характер перераспределения полей температур при плоскопараллельном и осесимметричном течениях нагнетаемой горячей жидкости. Дифференциальные уравнения, описывающие процесс распределения температуры, согласно схеме [1], решаются при переменных начальных и граничных условиях. Получены точные аналитические формулы, позволяющие произвести практические расчеты.

Рассматриваемая задача связана с важными для инженерной практики вопросами гидрологии, геотермии, а также разработки нефтяных и газовых месторождений [2—4, 5].

Известно, что нефтяные пласты по своим гидродинамическим и теплофизическим свойствам неоднородны. Изучению тепловых процессов в таких пластах посвящены работы [3, 4, 6] и др., причем некоторые из них носят приближенный характер. В работах [4, 6] рассматривается распространение температуры в полубесконечном пласте, состоящем из двух зон с различными постоянными гидродинамическими и теплофизическими параметрами при нагнетании в него горячей жидкости в случае плоскопараллельного течения.

Отметим, что в работе [6] найдены формулы для определения распределения температуры в пласте при малых и больших значениях времени.

В связи с практической важностью указанная в [4, 6] задача решается в данной работе, когда нагнетаемая горячая жидкость фильтруется в ко-

нечном пласте, т. е. на определенном расстоянии от галереи отбирается нефть из пласта.

1. Плоскопараллельный случай. Пусть в конечный пласт, разделенный на две зоны с различными проницаемостью и теплофизическими свойствами, через прямолинейную галерею закачивается жидкость с температурой T_{Γ} . Остальные допущения приняты такими же, как в [6]. Нахождение перераспределения температуры нагнетаемой жидкости в зонах математически сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений:

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} - \alpha_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = \frac{a_1}{a_i} \frac{\partial u_i}{\partial t},$$

$$i = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq l \\ 2, & l \leq x \leq L \end{cases}$$

при начальных и граничных условиях

$$(1.2) \quad u_1(0, t) = f_1(t); \quad u_2(L, t) = f_2(t); \quad u_1(l, t) = u_2(l, t); \\ \frac{\partial u_1(l, t)}{\partial l} = \lambda \frac{\partial u_2(l, t)}{\partial l};$$

$$u_1(x, 0) = F_1(x); \quad u_2(x, 0) = F_2(x),$$

где

$$u_i = \frac{T_i - T_0}{T_{\Gamma} - T_0}; \quad x = \frac{X}{L}; \quad t = \frac{a_1 \tau}{L^2}; \quad \lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1};$$

$$\alpha_i = \frac{V_i l}{a_i}; \quad l = \frac{l_1}{L};$$

L — длина пласта; l_1 — длина первой зоны; λ_i , a_i — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности зон пласта; V_i — конвективная скорость; X — размерная координата; T_0 — начальная температура.

Решая задачу (1.1), (1.2) методом Фурье с использованием теоремы Дюамеля, получим

$$(1.3) \quad u(x, t) = v^{(1)}(x) f_1(t) + v^{(2)}(x) f_2(t) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n^{(1)} \left[f_1(t) - \delta_n^2 e^{-\delta_n^2 t} \int_0^t f_1(\tau) e^{\delta_n^2 \tau} d\tau \right] + \right. \\ \left. + A_n^{(2)} \left[f_2(t) - \delta_n^2 e^{-\delta_n^2 t} \int_0^t f_2(\tau) e^{\delta_n^2 \tau} d\tau \right] - A_n^{(3)} e^{-\delta_n^2 t} \right\} X_n(x),$$

где

$$v^{(1)}(x), v^{(2)}(x), X_n(x) = \begin{cases} v_1^{(1)}(x), v_1^{(2)}(x), X_n^{(1)}(x), & 0 \leq x \leq l, \\ v_2^{(1)}(x), v_2^{(2)}(x), X_n^{(2)}(x), & l \leq x \leq L; \end{cases}$$

$$v_1^{(1)}(x) = 1 + \lambda N_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} e^{(\alpha_2 - \alpha_1)x} (1 - e^{\alpha_1 x});$$

$$v_2^{(1)}(x) = 1 - v_1^{(1)}(x);$$

$$v_1^{(2)}(x) = N_1 (e^{\alpha_1 x} - e^{\alpha_2 x});$$

$$v_2^{(2)}(x) = 1 + N_1 \lambda \frac{\alpha_2}{\alpha_1} e^{(\alpha_2 - \alpha_1)x} (e^{\alpha_1 x} - 1);$$

$$\begin{aligned}
v_1^{(3)}(x) &= F_1(x); \quad v_2^{(3)}(x) = F_2(x); \\
X_n^{(1)}(x) &= \frac{\sin \beta_1 x}{\sin \beta_1 l} e^{-\frac{\alpha_1}{2}(l-x)}; \quad X_n^{(2)}(x) = \frac{\sin \beta_2(1-x)}{\sin \beta_2(1-l)} e^{-\frac{\alpha_2}{2}(x-1)}; \\
N_1 &= \left[\lambda \frac{\alpha_2}{\alpha_1} e^{(\alpha_2 - \alpha_1)l} (e^{\alpha_1 l} - 1) - e^{\alpha_2 l} + e^{\alpha_1 l} \right]^{-1}; \\
\beta_{1,2} &= \frac{\alpha_1}{2} \pm \sqrt{\delta_n^2 - \frac{\alpha_1^2}{4}}; \\
A_n^{(j)} &= M_n \left[\lambda_1 e^{\alpha_1 l} \int_0^l e^{-\alpha_1 x} v_1^{(j)}(x) X_n^{(1)}(x) dx + \right. \\
&\quad \left. + \lambda_2 e^{\alpha_2 l} \int_l^1 e^{-\alpha_2 x} v_2^{(j)}(x) X_n^{(2)}(x) dx \right]; \\
M_n &= \left[\lambda_1 e^{\alpha_1 l} \int_0^l e^{-\alpha_1 x} X_n^{(1)}(x) dx + \lambda_2 e^{\alpha_2 l} \int_l^1 e^{-\alpha_2 x} X_n^{(2)}(x) dx \right]^{-1},
\end{aligned}$$

δ_n — корни трансцендентного уравнения

$$(1.4) \quad \beta_1 \operatorname{ctg} \beta_1 l - \lambda \beta_2 \operatorname{ctg} \beta_2 (1-l) = \lambda \frac{\alpha_2}{2} - \frac{\alpha_1}{2}.$$

В частности, при постоянных начальных и граничных условиях, т. е.

$$u_1(0, t) = \bar{T}_c; \quad u_2(1, t) = \bar{T}_R; \quad u_1(x, 0) = u_2(x, 0) = 0,$$

решение (1.3) принимает вид

$$(1.5) \quad u = \bar{T}_c v^{(1)}(x) + \bar{T}_R v^{(2)}(x) + \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{T}_R A_n^{(1)} + \bar{T}_c A_n^{(2)}) \bar{X}_n(x) e^{-\delta_n^2 t}.$$

Очевидно, что расчет по формуле (1.5) не представляет определенной трудности, так как ряд довольно быстро сходится.

2. Рассмотрим осесимметричный случай, когда горячая жидкость закачивается в круговой пласт, состоящий из двух концентрических зон с различными постоянными теплофизическими параметрами. При этом функция температуры $u(r, t)$ удовлетворяет следующим дифференциальным уравнениям:

$$(2.1) \quad \frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2} + \frac{1-2\nu_i}{r} \frac{\partial u_i}{\partial r} = \frac{a_1}{a_i} \frac{\partial u_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2$$

и начальным и граничным условиям:

$$\begin{aligned}
(2.2) \quad u_1(R, t) &= f_1(t); \quad u_2(1, t) = f_2(t); \quad u_1(R, t) = u_2(R, t); \\
\frac{\partial u_1(R, t)}{\partial R} &= \hat{\lambda} \frac{\partial u_2(R, t)}{\partial R}; \\
u_1(r, 0) &= F_1(r); \quad u_2(r, 0) = F_2(r),
\end{aligned}$$

где

$$r = \frac{r_1}{R_K}; \quad R_c = \frac{r_c}{R_K}; \quad t = \frac{a_1 \tau}{R_K^2};$$

$$v_i = \frac{QC_i \rho_i}{2\pi m h \lambda_i}; \quad R = \frac{R_1}{R_K}; \quad i = 1, 2;$$

Q — расход нагнетаемой жидкости; C_i, ρ_i — теплоемкость и плотность зон пласта; m — пористость; h — мощность; r_c — радиус скважины; R_K — радиус контура пласта; R_1 — радиус границы зон; r_1, t — размерные координаты.

Решение задачи (2.1), (2.2) имеет вид

$$(2.3) \quad u(r, t) = v^{(1)}(r) f_1(t) + v^{(2)}(r) f_2(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n^{(1)} \left[f_1(t) - \delta_n^2 e^{-\delta_n^2 t} \times \right. \right.$$

$$\times \left. \int_0^t f_1(\tau) e^{\delta_n^2 \tau} d\tau \right] + A_n^{(2)} \left[f_2(t) - \delta_n^2 e^{-\delta_n^2 t} \int_0^t f_2(\tau) e^{\delta_n^2 \tau} d\tau \right] -$$

$$\left. - A_n^{(3)} e^{-\delta_n^2 t} \right\} \varphi_n(r),$$

где

$$v^{(1)}(r), v^{(2)}(r), \varphi_n(r) = \begin{cases} v_1^{(1)}(r), v_1^{(2)}(r), \varphi_n^{(1)}(r); & R_c \leq r \leq R, \\ v_2^{(1)}(r), v_2^{(2)}(r), \varphi_n^{(2)}(r), & R \leq r \leq 1; \end{cases}$$

$$v_1^{(1)}(r) = 1 - v_2^{(1)}(r); \quad v_1^{(2)}(r) = \frac{N_2}{2v_2} (r^{2v_2} - 1);$$

$$v_2^{(2)}(r) = 1 - v_1^{(2)}(r); \quad v_2^{(1)}(r) = -N_2 \frac{\lambda}{2v_1} R^{2(v_2-v_1)} (r^{2v_1} - R_c^{2v_1});$$

$$v_2^{(3)}(r) = F_1(r); \quad v_1^{(3)}(r) = F_2(r);$$

$$N_2 = \left[\frac{R^{2v_2} - 1}{2v_2} - \frac{\lambda}{2v_1} R^{2(v_2-v_1)} (R^{2v_1} - R_c^{2v_1}) \right]^{-1};$$

$$\varphi_n^{(1)}(r) = \left(\frac{r}{R} \right)^{v_1} \frac{I_{v_1}(\delta r) Y_{v_1}(\delta R_c) - I_{v_1}(\delta R_c) Y_{v_1}(\delta r)}{I_{v_1}(\delta R) Y_{v_1}(\delta R_c) - I_{v_1}(\delta R_c) Y_{v_1}(\delta R)};$$

$$\varphi_n^{(2)}(r) = \left(\frac{r}{R} \right)^{v_2} \frac{I_{v_2}(\delta r) Y_{v_2}(\delta) - I_{v_2}(\delta) Y_{v_2}(\delta r)}{I_{v_2}(\delta R) Y_{v_2}(\delta) - I_{v_2}(\delta) Y_{v_2}(\delta R)}; \quad \delta = \frac{a_1}{a_2} \delta,$$

$$A_n^{(j)} = -M_n \left[\lambda_1 R^{2v_1-1} \int_{R_c}^R r^{1-2v_1} \varphi_n^{(1)}(r) v_1^{(j)}(r) dr + \lambda_2 R^{2v_2-1} \times \right.$$

$$\times \left. \int_R^1 r^{1-2v_2} \varphi_n^{(2)}(r) v_2^{(j)}(r) dr \right];$$

$$M_n = \left[\lambda_1 R^{2v_1-1} \int_{R_c}^R r^{1-2v_1} \varphi_n^{(1)2}(r) dr + \lambda_2 R^{2v_2-1} \times \right.$$

$$\times \left. \int_R^1 r^{1-2v_2} \varphi_n^{(2)2}(r) dr \right]^{-1},$$

$$j = 1, 2, 3.$$

Здесь $I_\nu(x)$ и $Y_\nu(x)$ — функции Бесселя действительного аргумента ν -го порядка соответственно первого и второго рода;

δ_n — корни уравнения

$$a_2 \frac{I_{\nu_1-1}(\delta R) Y_{\nu_1}(\delta R_c) - I_{\nu_1}(\delta R_c) Y_{\nu_1-1}(\delta R)}{I_{\nu_1}(\delta R) Y_{\nu_1}(\delta R_c) - I_{\nu_1}(\delta R_c) Y_{\nu_1}(\delta R)} =$$

$$= a_1 \frac{I_{\nu_2-1}(\bar{\delta} R) Y_{\nu_2}(\bar{\delta}) - I_{\nu_2}(\bar{\delta}) Y_{\nu_2-1}(\bar{\delta} R)}{I_{\nu_2}(\bar{\delta} R) Y_{\nu_2}(\bar{\delta}) - I_{\nu_2}(\bar{\delta}) Y_{\nu_2}(\bar{\delta} R)}.$$

При постоянных граничных условиях

$$u_1(r_c, t) = u_c; \quad u(1, t) = u_R;$$

$$u_1(r, 0) = u_2(r, 0) = 0$$

решение (2.3) принимает простой вид

$$u = u_c v^{(1)}(r) + u_R v^{(2)}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} (u_c A_n^{(1)} + u_R A_n^{(2)}) \varphi_n(r) e^{-\delta_n^2 t}.$$

Для изучения влияния неоднородности пласта на температурное поле произведены расчеты по формуле (1.5) при $h=10$ м; $\alpha_1=1$; $\alpha_2=1, 2$; $\lambda=0, 2$; $0, 5$; $1, 0$; $l=0, 5$; $\bar{T}_K=0$; $0, 4$.

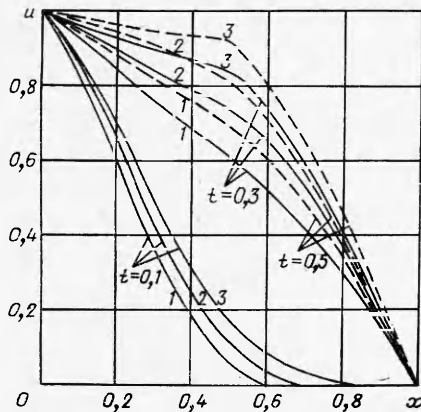
При этом для корней уравнения (1.4) найдены следующие простые асимптотические выражения:

$$\delta_n^2 = (n\pi)^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{32(n\pi)^2} + \dots \quad \text{при } \lambda = \frac{1}{2};$$

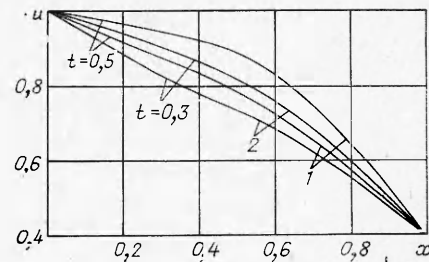
$$\delta_n^2 = (n\pi)^2 + \frac{11}{8} - \frac{35}{128(n\pi)^2} + \dots \quad \text{при } \lambda = \frac{1}{5}.$$

Результаты расчетов приводятся на фиг. 1, 2.

В случае $\bar{T}_K=0$ (фиг. 1) изменение λ_1 при фиксированном λ_K (кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $\lambda=1; 0, 5; 0, 2$) существенно влияет на распространение тепла в пласте, особенно при больших значениях времени. Аналогичная тенденция наблюдается и в случае $\bar{T}_K=0, 4$ (фиг. 2), лишь с той



Фиг. 1.



Фиг. 2.

разницей, что здесь темп изменения температуры в зависимости от x меньше, чем в предыдущем случае.

Из вышесказанного следует, что при обработке призабойной зоны скважины, а также при закачке горячей жидкости в пласт необходимо учитывать неоднородность пласта по теплофизическим свойствам.

Поступила 27 IX 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Авдонин Н. А.* О некоторых формулах для расчета температурного поля пласта при тепловой инъекции.— «Изв. высш. учеб. заведений. Нефть и газ», 1964, № 3.
2. *Любимова Е. А.* Лабораторные и полевые исследования теплофизических свойств горных пород.— Тезисы докл. на 2-м совещ. по геотермическим исслед. в СССР. М., «Недра», 1964.
3. *Рубинштейн Л. И.* Температурное поле нефтяного пласта. М., «Недра», 1972.
4. *Аббасов М. Т., Аббасов А. А.* О распределении температуры в нефтяном пласте при тепловой инъекции.— В кн.: Термические методы увеличения нефтеотдачи и геотермологии нефтяных месторождений. М., ВНИИОЭНГ, 1967.
5. *Тепловые методы* разработки нефтяных месторождений и обработки призабойных зон пласта. М., ВНИИОЭНГ, 1971.
6. *Рождественский В. А.* Неизотермическое течение жидкости в кусочно-однородном пласте.— «Изв. высш. учеб. заведений. Нефть и газ», 1972, № 3.

УДК 539.8

**РАЗВИТИЕ ТРЕЩИНЫ В ГОРНОМ МАССИВЕ
ПРИ НАГНЕТАНИИ В НЕЕ ЖИДКОСТИ***Ю. А. Песляк**(Москва)*

В горном деле имеется ряд процессов, при которых в существующие или образованные трещины нагнетается жидкость под давлением, превышающим горное. К ним относятся гидравлический разрыв нефтяного пласта, гидрорасчленение угольного пласта, вытеснение нефти при повышенных давлениях нагнетания [1, 2]. Развитие вертикальной и горизонтальной трещин при нагнетании нефилтующейся жидкости исследовано в [3, 4]. В этих работах реальное распределение давления жидкости в трещине заменено статически эквивалентным равномерным давлением, действующим на части поверхности трещины.

Предлагается постановка этих задач, позволяющая достаточно эффективное их решение и не содержащая допущение о равномерном распределении давления. Для вертикальной симметричной трещины получена система уравнений, определяющая задачу Коши относительно объема трещины. Условие квазистатического равновесия трещины и решение задачи значительно упрощаются в системе подвижных эллиптических координат, связанных с трещиной. Аналогичный подход применен для исследования развития круговой горизонтальной трещины.

1. Рассмотрим вертикальную трещину, симметрично расположенную относительно скважины.

Поскольку скорость распространения трещины мала по сравнению со скоростью звука, можно пренебречь динамическими эффектами и рассматривать развитие трещины как квазистатический процесс. Кроме того, можно считать, что деформация массива описывается линейной теорией упругости, а течение жидкости в трещине ламинарно.

Проекция трещины на горизонтальную плоскость $xу$ в каждый момент времени t представляется разрезом вдоль оси x от $-l(t)$ до $l(t)$. Напряженное состояние бесконечного горного массива с трещиной в условиях плоской деформации определяется с помощью метода, изложенного в [5]. Учи-