

УДК 539.3 : 519.6

РАСЧЕТ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ШВЕ, ОБРАЗУЮЩЕМСЯ ПРИ СВАРКЕ ВЗРЫВОМ

А. Г. Колпаков, С. И. Ракин

Работа выполнена в порядке личной инициативы

E-mails: algk@ngs.ru, rakinsi@ngs.ru

Исследовано локальное напряженно-деформированное состояние в окрестности шва, возникающее вследствие волнообразной структуры шва. Для решения термоупругой задачи используется двухмасштабный метод.

Ключевые слова: термоупругие напряжения, сварной шов, двухмасштабный метод.

DOI: 10.15372/PMTF20200214

Введение. В работе [1] для расчета локального напряженно-деформированного состояния было предложено использовать двухмасштабный метод, что позволило уменьшить размерность задачи. В [2, 3] показано, что при сварке взрывом поверхность соединения (сварного шва) имеет волнообразную геометрию, при этом характерная длина волны составляет несколько сотен микрометров. Форма волны меняется от практически симметричной (синусоидальной) до волны с гребнем (рис. 1). Промежуточной является асимметричная форма волны.

На макроуровне сварной шов имеет вид прямой линии (рис. 2,*а*). Поскольку на микроуровне область соединения имеет волнообразную структуру (рис. 2,*б*), на этом

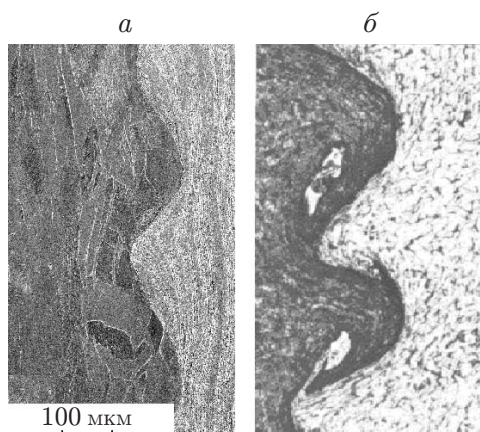


Рис. 1. Вид сварного шва при сварке взрывом на микроуровне:
а — симметричная волна, *б* — волна с гребнем

Работа выполнена в рамках проекта “Интеллектуальные распределенные системы” Университета Кассино и Южного Лацио (Италия).

© Колпаков А. Г., Ракин С. И., 2020

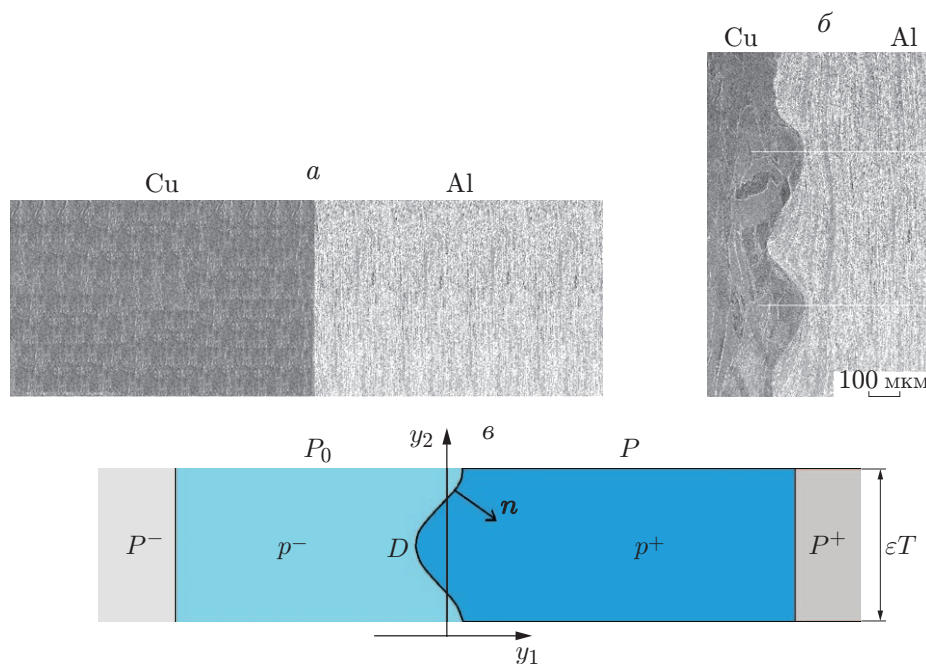


Рис. 2. Различные виды сварных соединений:

a — вид сварного шва на макроуровне, b — вид сварного шва на микроуровне, c — представительная ячейка на микроуровне

уровне невозможно точно определить границу между свариваемыми материалами. Вблизи волнообразной границы раздела выделим область P_0 , которую будем называть соединительной областью. Области материалов P^- и P^+ , находящиеся на достаточно большом расстоянии от шва, будем называть основными областями соединенных материалов. В основных областях напряженно-деформированное состояние, как правило, является однородным. В области между областью соединения и основными областями материалов напряженно-деформированное состояние аналогично напряженно-деформированному состоянию в классических пограничных слоях [4, 5]. Напряженно-деформированное состояние в области соединения (вблизи волны раздела) зависит от локальной геометрии этой волны. В рассматриваемой задаче разделение областей с различными типами напряженно-деформированного состояния невозможно. Для описания локального напряженно-деформированного состояния в соединительной области и пограничных слоях можно использовать метод локального возмущения [6, 7]. С помощью этого метода описываются быстрозатухающие пограничные слои как в областях P^- и P^+ , так и в переходной зоне P_0 (рис. 2, в). При этом для определения напряженно-деформированного состояния необходимо решить одну задачу. Ранее проблема построения асимптотических разложений для периодических структур, разделенных тонким слоем, рассматривалась в работе [8]. В [9] исследовалась задача об осреднении осциллирующей границы. При различии коэффициентов теплового расширения (в задаче теории упругости — коэффициентов Пуассона) по обе стороны от границы соединения тел с осредненными характеристиками возникает макроскопический пограничный слой. При этом локальное напряженно-деформированное состояние в окрестности границы соединения, рассмотренной на микроскопическом уровне, обусловлено наличием этого макроскопического пограничного слоя. Насколько известно авторам данной работы, такое взаимодействие осредненного и локального пограничных слоев ранее не исследовалось.

1. Двухмасштабная вычислительная процедура. Границу раздела тел, сваренных взрывом, можно описать на микроскопическом и макроскопическом уровнях.

В размерных переменных макроразмер соответствует размеру тела в целом, а микро-размер ε пропорционален длине волны сварного шва. В безразмерных переменных величина ε есть отношение характерной длины волны сварного шва к размеру тела.

Как правило, при рассмотрении сварного шва на макроуровне он представляется прямолинейным (см. рис. 2, а). Если бы граница раздела тел была прямолинейной и на микроскопическом уровне, то исследование напряженно-деформированного состояния свелось бы к решению стандартной задачи теории упругости для кусочно-неоднородного тела с прямолинейной границей раздела материалов. Однако в действительности шов является волнообразным (см. рис. 2, б). При этом волны подобны, следовательно, структуру шва в первом приближении можно считать периодической. Периодичность структуры шва обуславливает периодичность напряженно-деформированного состояния в сваренных телах. Периодичность в данном случае означает наличие ячеек периодичности, расположенных в направлении оси x_1 , перпендикулярном направлению шва (см. рис. 2). Поскольку протяженность зоны возмущений локального напряженно-деформированного состояния в направлении оси x_1 априори неизвестна, ячейка периодичности P должна иметь достаточно большую длину в этом направлении.

Без ограничения общности можно считать, что на макроскопическом уровне прямолинейная граница совпадает с прямой $x_1 = 0$. На микроскопическом уровне граница имеет периодическую геометрию с периодом εT (см. рис. 2, в).

Рассмотрим задачу термоупругости, сформулировав ее в вариационном виде [10]:

$$\int_P a_{ijkl}(\mathbf{x}/\varepsilon)(u_{k,ly} - \alpha_{ij}(\mathbf{x}/\varepsilon)\Theta)v_{i,jy} d\mathbf{x} = 0 \quad \forall v \in V \quad (1)$$

(V — множество возможных перемещений).

Упругие константы описываются кусочно-постоянными функциями. Для прямолинейной на макроскопическом уровне границы соединенных тел упругие константы описываются функциями

$$a_{ijkl}(\mathbf{y}) = \begin{cases} a_{ijkl}^-, & x_1 < 0, \\ a_{ijkl}^+, & x_1 > 0, \end{cases} \quad \alpha_{ij}(\mathbf{y}) = \begin{cases} \alpha_{ij}^-, & x_1 < 0, \\ \alpha_{ij}^+, & x_1 > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для волнообразной на микроскопическом уровне границы соединенных тел упругие константы описываются кусочно-постоянными функциями

$$a_{ijkl}(\mathbf{y}) = \begin{cases} a_{ijkl}^- & \text{в } P^-, \\ a_{ijkl}^+ & \text{в } P^+, \end{cases} \quad \alpha_{ij}(\mathbf{y}) = \begin{cases} \alpha_{ij}^- & \text{в } P^-, \\ \alpha_{ij}^+ & \text{в } P^+. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, в окрестности сварного шва функции (2) и (3), задающие упругие константы соединенных тел, различаются.

Макроскопические деформации $e_{\alpha\beta}$ определяются из решения задачи теории упругости для тела в целом с упругими константами (2). Эти деформации можно считать локально-постоянными или зависящими от “медленной” переменной только при $x_1 < 0$ и при $x_1 > 0$ (слева и справа от границы раздела на макроскопическом уровне). При переходе через границу макроскопические деформации, вообще говоря, испытывают скачок и описываются кусочно-постоянными функциями

$$e_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \begin{cases} e_{\alpha\beta}^- & \text{в } P^-, \\ e_{\alpha\beta}^+ & \text{в } P^+. \end{cases} \quad (4)$$

Следуя [6, 7], будем искать решение задачи (1) в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) + \varepsilon \mathbf{u}_1(\mathbf{x}/\varepsilon). \quad (5)$$

Введем “быстрые” переменные $\mathbf{y} = \mathbf{x}/\varepsilon$ [9] и будем считать, что корректор $\varepsilon \mathbf{u}_1(\mathbf{x}/\varepsilon)$ представляет собой локальное возмущение, т. е. периодическую с периодом T по переменной y_2 функцию, обладающую свойством $\mathbf{u}_1(\mathbf{y}) \rightarrow 0$ при $|y_1| \rightarrow \infty$, где $\mathbf{y} = (y_1, y_2) = \mathbf{x}/\varepsilon$. Обозначим множество таких функций $\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ через V_1 . Функций из множества V_1 достаточно для описания классических пограничных слоев вдали от шва. В то же время множество V_1 содержит класс функций $H^1(P_0)$, достаточный для описания напряженно-деформированного состояния в соединении, имеющем сложную структуру.

Представление решения (5) аналогично представлению решения в теории осреднения [9], однако имеет два существенных отличия:

1) в теории осреднения корректор $\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ — периодическая по всем переменным функция, а локальное возмущение $\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ (5) стремится к нулю при удалении от соединения в направлении оси x_1 ;

2) в теории осреднения осредненное решение $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$ имеет непрерывные первые производные (что используется в методе разделения “быстрых” и “медленных” переменных [9]), а в выражении (5) некоторые первые производные $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$ являются разрывными на поверхности соединения (см. (4)).

Пробные функции выберем в виде, аналогичном (5):

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{x}) + \varepsilon \mathbf{v}_1(\mathbf{x}/\varepsilon), \quad (6)$$

где функция $\mathbf{v}_1(\mathbf{y}) \rightarrow 0$ при $|y_1| \rightarrow \infty$ и периодична с периодом T по переменной y_2 .

Подставляя (5), (6) в (1), получаем задачу определения локального корректора $\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ (см. [6, 7]):

$$\int_P a_{ijkl}(\mathbf{x}/\varepsilon)[u_{1k,ly} + u_{0k,lx}(\mathbf{x}) - \alpha_{ij}(\mathbf{x}/\varepsilon)\Theta(\mathbf{x})]v_{1i,jy} d\mathbf{x} = 0 \quad \forall \mathbf{v} \in V_1. \quad (7)$$

При выводе равенства (7) используется известное правило дифференцирования функций, зависящих от переменных \mathbf{x} и \mathbf{x}/ε [9]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} f(\mathbf{x}, \mathbf{x}/\varepsilon) = f_{,ix}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^{-1} f_{,iy}(\mathbf{x}, \mathbf{y}).$$

Вариационное уравнение (7) равносильно краевой задаче

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})u_{1k,ly} + a_{ij\alpha\beta}(\mathbf{y})(u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x}) - \alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x})))_{,iy} = 0 \quad \text{в } P, \quad (8)$$

$\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ периодична по y_2 с периодом T , $\mathbf{u}_1(\mathbf{y}) \rightarrow 0$ при $|y_1| \rightarrow \infty$.

Так как задача (8) линейная, то если необходимо найти только значение микроскопических напряжений (деформаций), производная макроскопических перемещений $u_{0k,lx}(\mathbf{x})$ в (7) может быть заменена на макроскопические деформации $e_{0kl} = (u_{0k,lx} + u_{0l,kx})/2$.

Уравнение в (8) можно записать в виде

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})[u_1 + u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha e_\beta + \alpha_{mn}(\mathbf{y})y_m e_n \Theta(\mathbf{x})]_{k,ly})_{,iy} = 0 \quad \text{в } P, \quad (9)$$

где индексы α, β заданы; по индексам m, n проводится суммирование.

При использовании процедуры осреднения [9] важно, чтобы в задаче (8) в “быстрых” переменных \mathbf{y} функции $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$ и $\Theta(\mathbf{x})$ были непрерывными. В этом случае можно рассматривать $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$ и $\Theta(\mathbf{x})$ как постоянные и разделить в (8) “быстрые” и “медленные” переменные [9]. В данном случае функция $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$ зависит от “медленной” переменной \mathbf{x}

в областях слева и справа от шва, но может иметь разрывы на нем, что обуславливает ее зависимость от “быстрых” переменных. В результате разделение “быстрых” и “медленных” переменных в виде, используемом в теории осреднения, оказывается невозможным. Более того, задача (8) — аналог ячейочной задачи теории осреднения — оказывается разрешимой не при всех $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$. Для получения условия ее разрешимости проинтегрируем уравнение в (8) по P и используем краевые условия для этого уравнения. В результате получаем

$$\int_{y_1=-\infty} \sigma_n dy_2 + \int_{y_1=+\infty} \sigma_n dy_2 = 0, \quad (10)$$

где $\sigma_n = a_{ij\alpha\beta}(\mathbf{y})(u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x}) - \alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x}))$ — нормальные напряжения на “бесконечно удаленных” левой и правой границах P . Равенство (10) представляет собой условие равновесия ячейки периодичности P .

Из (10) получаем

$$a_{i1\alpha\beta}^-(e_{\alpha\beta}^- - \alpha_{\alpha\beta}^- \Theta) = a_{i1\alpha\beta}^+(e_{\alpha\beta}^+ - \alpha_{\alpha\beta}^+ \Theta), \quad (11)$$

где $e_{\alpha\beta}^-, e_{\alpha\beta}^+$ — деформации, соответствующие смещениям в основных областях соединенных материалов, расположенных слева и справа вдали от шва.

Из равенства (11) следует, что в задаче (8) невозможно разделить “быстрые” и “медленные” переменные. Однако если с помощью (11) выразить $e_{\alpha\beta}^-$ через $e_{\alpha\beta}^+$, то получим задачу, в которой “быстрые” и “медленные” переменные можно разделить с использованием стандартного приема. Эти переменные можно разделить также, записав задачу с использованием осредненных напряжений. Обе задачи отличаются от задачи (8) (см. [11]). В данной работе используется краевая задача (8).

Появление условия разрешимости при осреднении волнообразной границы отмечалось в работе [9] для случая задачи со свободной границей. В отличие от условия разрешимости в [9], в котором непосредственно учитывается геометрия границы, в условии разрешимости (11) геометрия границы не входит.

Наличие условия разрешимости в ячейочной задаче является еще одним ее отличием от классической задачи осреднения, в которой условие равновесия ячейки периодичности удовлетворяется автоматически.

2. Сравнение решений задач с волнообразной и прямолинейной границами разделов. На рис. 2 показано соединение, возникающее при сварке взрывом двух однородных материалов: меди (модуль Юнга $E = 100$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,35$, коэффициент линейного теплового расширения $\alpha = 16,6 \cdot 10^{-6}$) и алюминия ($E = 70$ ГПа, $\nu = 0,34$, $\alpha = 22,2 \cdot 10^{-6}$) [2].

Форма границы описывается функцией $y_1 = \varepsilon A \sin(y_2/\varepsilon)$. В расчетах высота ячейки периодичности равна $\varepsilon \approx 0,1$ мм, $A = 0,8$ (высота волны $\varepsilon A \approx 0,013$ мм). Задача (8) решалась численно при $\sigma_n|_{y_1=-\infty} = \sigma_n|_{y_1=+\infty} = 0$. Так как ячейка симметрична относительно прямой $y_2 = 0$, то из условия периодичности следует, что “на бесконечности” $\varepsilon_{22} = 0$, а из условия разрешимости (10) следует $e_{11}^- = \alpha^- \Theta$, $e_{11}^+ = \alpha^+ \Theta$.

Далее решаются двумерные задачи. В телах рассматриваемого типа в зависимости от типа их закрепления может реализовываться как плоское напряженное, так и плоское деформированное состояние. В данной работе проводится расчет для случая плоского деформированного состояния. В этом случае отсутствие (обращение в нуль) производных $u_{3,i}^0$ и $u_{i,3}^0$ (ось x_3 направлена перпендикулярно плоскости рис. 2) существенно упрощает задачу. При наличии ненулевых производных $u_{3,i}^0$ и $u_{i,3}^0$ схема расчета не меняется.

Рассмотрим задачи, в которых сварной шов является прямолинейным или волнообразным. Первая задача является макроскопической для второй задачи и легко решается

численно. Для образца, состоящего из небольшого числа ячеек периодичности, вторая задача может быть решена без проведения асимптотического анализа. Однако в действительности число волн вдоль сварного шва может достигать нескольких сотен и поэтому прямой расчет вызывает затруднения.

Вследствие различия коэффициентов теплового расширения материалов макроскопическое расширение образца вдали от шва будет различным слева и справа. При этом в окрестности шва возникает пограничный слой. В случае прямолинейного шва характеристики пограничного слоя зависят только от “медленной” (макроскопической) переменной \mathbf{x} . В случае волнообразного сварного шва возникают и макроскопический, и микроскопический пограничные слои.

3. Представительный фрагмент сварного соединения. В рассматриваемом случае даже одна ячейка периодичности является бесконечно длинной, что затрудняет проведение численных расчетов. Следуя [6, 7], введем понятие представительного фрагмента соединения, состоящего из переходной области P_0 и примыкающих к ней слева и справа фрагментов $p^- \subset P^-$ и $p^+ \subset P^+$ основных материалов (см. рис. 2, в).

Длина примыкающих к области P_0 фрагментов определяется условием, согласно которому на левом конце фрагмента p^- и на правом конце фрагмента p^+ решения выходят на соответствующие невозмущенные решения, т. е. происходит “затухание” пограничных слоев, связывающих решение в области P_0 с решениями в областях, занятых основными материалами.

На основе результатов численных расчетов сделан вывод, что длина области затухания краевых эффектов (т. е. длины фрагментов p^- и p^+ тел, присоединяемых к области P_0) составляет $L = 3 \div 5$ толщин ячейки периодичности. Эта оценка длины области затухания краевых эффектов возникает и для задачи о соединенных элементах конструкций [6, 7]. Данная оценка получена для изотропных материалов, характеристики которых имели один и тот же порядок (различались не более чем в 10 раз). Для анизотропных материалов с существенно различающимися свойствами эта оценка не может быть использована. Для них можно использовать формулу, приведенную в работе [12] для определения области распространения краевого эффекта в слоистом композите.

4. Решения ячеечной термоупругой задачи. При сварке взрывом длина волны шва составляет несколько сотен микрометров [1, 2]. Форма волны меняется от практически симметричной (синусоподобной) до формы волны с гребнем [4]. Промежуточной является несимметричная форма волны [5].

При использовании двухмасштабного метода задача решается следующим образом. Решается макроскопическая задача термоупругости с коэффициентами (2) для тела с прямолинейной границей (см. рис. 2, а):

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})(u_{0k,lx} - \alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x})))_{,ix} = f_i(\mathbf{x}) \quad (12)$$

и определяются макроскопические величины $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$. Задачу (8) для функции $\mathbf{u}_1(\mathbf{y})$ можно записать в виде

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})((\mathbf{u}_1 + u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha \mathbf{e}_\beta)_{k,ly} - \alpha_{kl}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x})))_{,iy} = 0 \quad \text{в } P. \quad (13)$$

Введем функцию $Z(\mathbf{y}) = \mathbf{u}_1(\mathbf{y}) + u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha \mathbf{e}_\beta$. Тогда уравнение (13) принимает вид

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})(Z_{k,lyu}(\mathbf{x}) - \alpha_{kl}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x})))_{,iy} = 0 \quad \text{в } P. \quad (14)$$

Так как $\mathbf{u}_1(\mathbf{y}) \rightarrow 0$ при $|y_1| \rightarrow \infty$, то

$$\mathbf{Z}(\mathbf{y}) \rightarrow u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha \mathbf{e}_\beta \quad \text{при } |y_1| \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Условие (15) можно заменить условием $\mathbf{Z}(\mathbf{y}) = u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha e_\beta$ на левом и правом торцах представительного фрагмента. Кроме того,

$$\mathbf{Z}(\mathbf{y}) - u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha e_\beta \quad \text{периодична по } y_2 \text{ с периодом } T. \quad (16)$$

Условия (14)–(16) определяют функцию $\mathbf{Z}(\mathbf{y})$ как решение краевой задачи

$$(a_{ijkl}(\mathbf{y})(Z_{1k,l y} - \alpha_{\alpha\beta}(\mathbf{y})\Theta(\mathbf{x})))_{,iy} = 0 \quad \text{в } P,$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{y}) - u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha e_\beta \quad \text{периодична по } y_2 \text{ с периодом } T, \quad (17)$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{y}) = u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})y_\alpha e_\beta \quad \text{при } |y_1| = \pm L.$$

Здесь L — длина представительного элемента. Граница соединения расположена на прямой $y_1 = 0$. Переменная \mathbf{x} в (17) является параметром, указывающим, что локальное напряженно-деформированное состояние рассчитывается в микроскопической окрестности данной точки, подвергнутой макроскопической деформации: $e_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$, причем функция $e_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$ может быть разрывной.

Решение задачи включает два этапа.

1. Решается задача (12) в переменных \mathbf{x} для тел с прямолинейным швом.
2. Решается задача (17).

Задачи (12) и (17) удобно решать с использованием пакета программ ANSYS (или аналогичных программ). Единственной проблемой, возникающей при решении задачи, является необходимость передачи значений $u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$, определенных при решении осредненной задачи (12), в программу, решающую задачу (17).

5. Макроскопическое и микроскопическое напряженно-деформированное состояние в сварном шве. Для определения микроскопического (истинного) напряженно-деформированного состояния необходимо решить задачу (8) или задачу (17), в которых компоненты деформации $e_{\alpha\beta} = u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$ определяются соотношениями (4), а упругие константы — соотношениями (2). Таким образом, сначала нужно решить макроскопическую задачу, в которой сварной шов является прямой линией. При сваривании материалов с различающимися коэффициентами теплового расширения возникает макроскопический пограничный слой, зависящий от “медленной” координаты \mathbf{x} . В этом слое в общем случае отличны от нуля все макроскопические деформации $e_{\alpha\beta} = u_{0\alpha,\beta x}(\mathbf{x})$. Учитывая, что макроскопическую деформацию можно представить в виде суммы деформаций ε_{11} , ε_{22} и ε_{12} , приведем результаты расчета этих макроскопических деформаций.

5.1. *Макроскопические деформации $\varepsilon_{11} = u_{01,1x}(\mathbf{x})$.* Данные деформации разрывны на границе соединения, остальные макроскопические деформации являются нулевыми. На рис. 3 приведены результаты расчета микроскопического эквивалентного напряжения по Мизесу σ_M для трех типов волн. Выбор для представления результатов решения эквивалентного напряжения по Мизесу обусловлен тем, что условие прочности для металлов часто принимается в виде $\sigma_M \leq \sigma^*$, где σ^* — предел прочности (по Мизесу).

5.2. *Макроскопические деформации $\varepsilon_{22} = u_{02,2x}(\mathbf{x})$.* Данные деформации непрерывны на границе соединения. На рис. 4 приведены результаты расчета соответствующих локальных деформаций для симметричной волны и волны с гребнем.

5.3. *Макроскопические деформации $\varepsilon_{12} = u_{01,2x}(\mathbf{x})$.* Данные деформации разрывны на границе соединения, соответствующие сдвиговые напряжения непрерывны. Остальные макроскопические деформации являются нулевыми. Сдвиговые напряжения должны удовлетворять условиям равновесия на границе раздела, из которых следуют условия разрешимости для $e_{12} = u_{01,2x}(\mathbf{x})$ для задачи (8). Для задачи (17) условие разрешимости не требуется, но входящие в эту задачу в качестве параметров величины $u_{01,2x}(\mathbf{x})$ должны определяться из решения осредненной задачи.

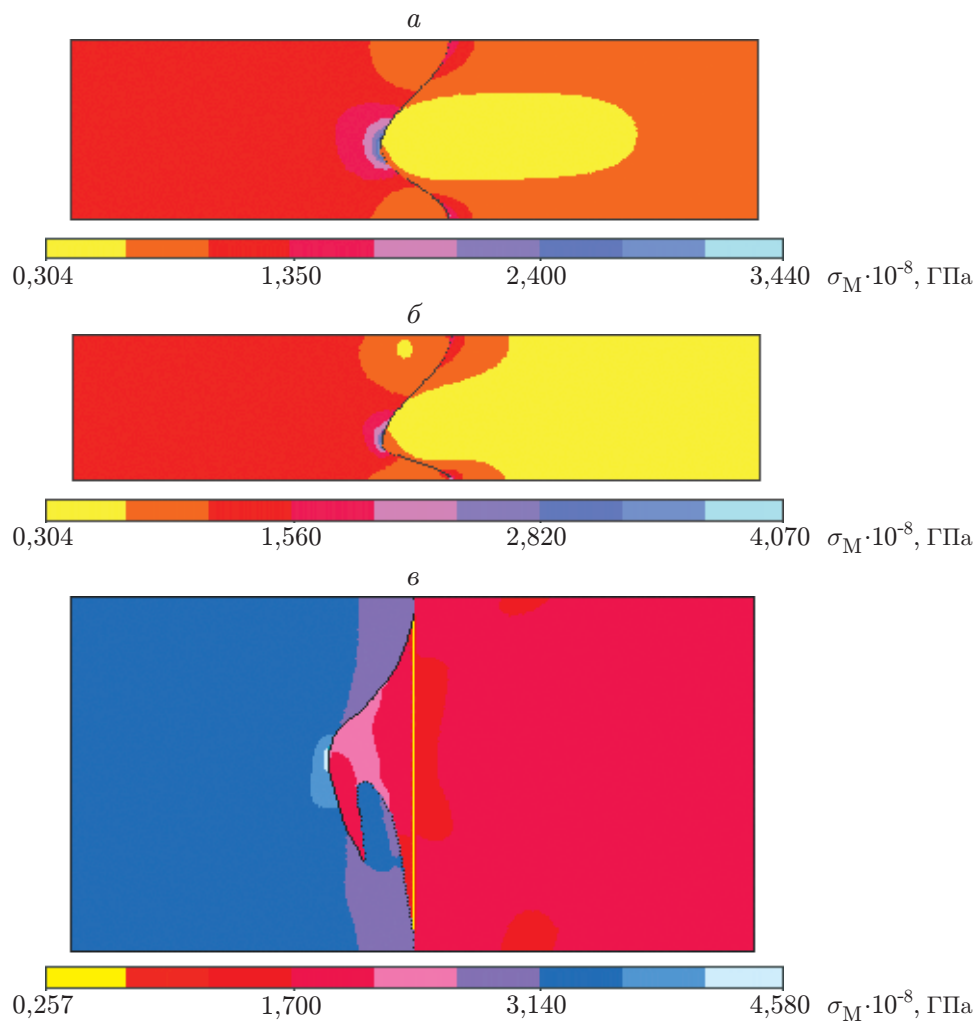


Рис. 3. Поля микроскопического эквивалентного напряжения по Мизесу:
a — симметричная волна, *б* — несимметричная волна, *в* — волна с гребнем

На рис. 5 приведены результаты расчета микроскопического эквивалентного напряжения по Мизесу σ_M для симметричной волны. На рис. 5,б видно характерное для этого случая смещение точки максимума эквивалентного напряжения по Мизесу в направлении от вершины волны (в других случаях максимум находился на вершине волны (см. рис. 3, 4)). В данном случае на вершине волны эквивалентное напряжение по Мизесу минимальное.

Заключение. В работе с использованием метода многомасштабности определяется напряженно-деформированное состояние в случае, когда граница раздела материалов является геометрически неоднородной, например имеет периодическую форму, что характерно при сварке взрывом. Использование многомасштабного подхода позволяет получить применимый на практике и обоснованный метод расчета напряженно-деформированного состояния в волнообразных сварных швах. Решение рассматриваемой задачи сводится к решению осредненной задачи, а затем задачи на ячейке периодичности. Обе задачи можно решить численно, используя стандартные конечно-элементные программы.

Из результатов проведенных расчетов следует, что напряженно-деформированное состояние в сварном шве имеет вид локального возмущения, т. е. представляет собой

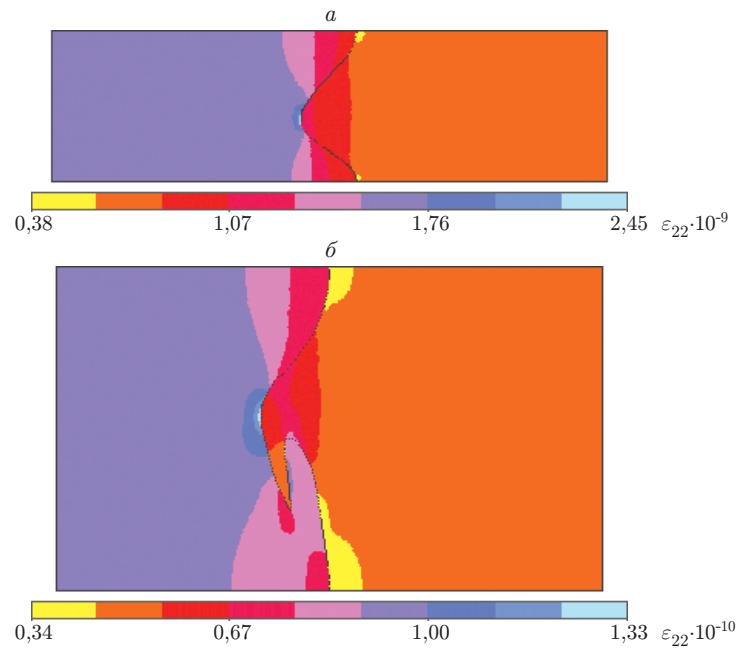


Рис. 4. Поля локальных деформаций по Мизесу:
a — симметричная волна, *б* — волна с гребнем

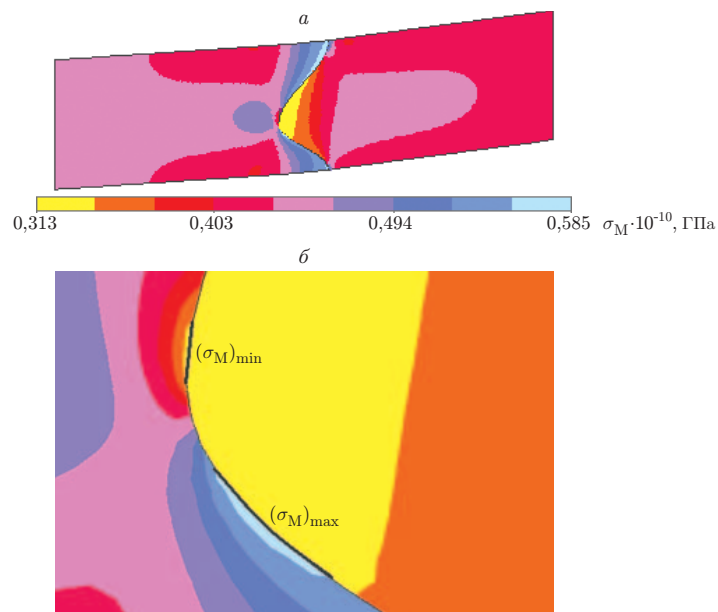


Рис. 5. Поле микроскопического эквивалентного напряжения по Мизесу вблизи симметричной волны раздела (*a*) и увеличенный фрагмент поля в окрестности вершины волны (*б*)

напряженно-деформированное состояние в соединительном узле и пограничные слои, “затухающие” по мере удаления от сварного шва. Напряженно-деформированное состояние в сварном шве может иметь сколь угодно сложный вид, что определяется только структурой самого шва.

Введено понятие представительного элемента соединения, который является частью ячейки периодичности, состоящей из волнообразного сварного шва и примыкающих к нему фрагментов соединенных тел, где происходит затухание краевых эффектов. Длина примыкающих фрагментов составляет 3–5 толщин ячейки периодичности (длин волны сварного шва).

Расчеты локального напряженно-деформированного состояния проведены для трех характерных для сварки взрывом форм сварного шва.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Колпаков А. Г., Ракин С. И.** Оценка концентрации напряжений в сварном шве, образующемся при сварке взрывом // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 3. С. 213–220.
2. **Аннин Б. Д.** Элементы механики композитов / Б. Д. Аннин, Е. В. Карпов. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2016.
3. **Волнообразование** при косых соударениях: Сб. науч. тр. / Под ред. И. В. Яковлева, Л. Д. Сиротенко, А. М. Ханова. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
4. **Allaire G., Amar M.** Boundary layer tails in periodic homogenization // ESAIM Control Optim. Calculus Variat. 1999. V. 4. P. 209–243.
5. **Sanchez-Palencia E.** Boundary layers and edge effects in composites // Homogenization techniques for composite materials. Berlin: Springer, 1987. P. 122–193.
6. **Kolpakov A. G., Gaudiello A.** Influence of non degenerated joint on the global and local behavior of joined rods // Intern. J. Engng Sci. 2011. V. 49, N 6. P. 295–309.
7. **Kolpakov A. L., Andrianov I. V.** Asymptotic decomposition in the problem of joined elastic beams // Z. angew. Math. Mech. 2014. Bd 94, N 14. S. 818–836.
8. **Панасенко Г. П.** Асимптотика высших порядков решений задач о контакте периодических структур // Мат. сб. 1979. Т. 110, № 4. С. 505–538.
9. **Санчес-Паленсия Э.** Неоднородные среды и теория колебаний. М.: Мир, 1984.
10. **Работнов Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
11. **Kolpakov A. G., Andrianov I. V., Prikazchikov D. A.** On homogenization of structures with macro-inhomogeneities and micro-to-macro coupling // Quart. J. Mech. Appl. Math. 2018. V. 71, N 4. P. 519–535.
12. **Аннин Б. Д.** Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций / Б. Д. Аннин, А. Л. Каламкаров, А. Г. Колпаков, В. З. Партон. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1993.

*Поступила в редакцию 23/X 2019 г.,
после доработки — 23/X 2019 г.
Принята к публикации 25/XI 2019 г.*