Прикладная механика и техническая физика, 1996, т. 37, № 6

ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ВОЛНАМИ НА МЕЛКОЙ ВОДЕ, ГЕНЕРИРУЕМЫМИ ДВИЖЕНИЕМ ТОРЦЕВОЙ СТЕНКИ БАССЕЙНА

УДК 532.59

В. И. Букреев, Н. П. Туранов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Призматический бассейн прямоугольного поперечного сечения с горизонтальным дном длиной L и шириной B заполнен на глубину h покоящейся водой. В момент времени $t = 0$ одна из торцевых стенок бассейна начинает перемещаться по заданному закону. Представляют интерес силы, действующие на стенку, и волновые движения в бассейне. В данной работе приведены результаты экспериментального изучения волн, причем только гравитационных.

Если ограничиться плоскими волнами, интервалом времени до прихода в рассматриваемую точку пространства отраженных волн и не учитывать влияния воздуха, поверхностного натяжения, вязкости и сжимаемости воды, то невозмущенное состояние динамической системы характеризуется тремя заданными параметрами: глубиной h, ускорением силы тяжести g и плотностью воды ρ. Кинематические характеристики волн зависят лишь от h и g, а ρ играет существенную роль только при анализе сил. Без дополнительной информации о возмущении, вносимом в систему, из этих величин нельзя составить ни одного безразмерного комплекса.

Но имеются, по крайней мере, две критические скорости [1]: $c_* = \sqrt{gh}$ и $c_{**} = \sqrt{2gh}$, в окрестности которых следует ожидать качественных изменений в картине гравитационных волн при любом способе их генерации. В частности, c_* ограничивает область существования стационарных гармонических волн, а c_{**} — область существования кноидальных (в том числе уединенных) волн [1]. Способ генерации волн движением торцевой стенки привлекателен тем, что он позволяет вносить возмущения со скоростями, намного превышающими критические. Полезно отметить также, что задача о гравитационных волнах на мелкой воде имеет определенную аналогию с фундаментальной задачей газовой динамики о движении поршня в трубе [2].

Ранее выполненные эксперименты были связаны главным образом с двумя прикладными проблемами. В одной из них необходимо знать силовое воздействие жидкости на стенку [3]. Во второй проблеме основной является задача о волнопродукторе, которую можно считать обратной рассматриваемой задаче: подобрать такой закон движения стенки, при котором образуются волны заданного вида. Одно из крупных достижений этого направления — экспериментальная реализация процесса обрушения волн в заданном месте бассейна [4].

Работы расчетно-теоретического характера основаны на модели потенциального движения жидкости. При аналитических исследованиях используется метод разложения по малому параметру. Малым параметром служит либо отношение глубины воды к длине волны (теория мелкой воды) [2], либо безразмерное время [5], либо отношение амплитуды волны к ее длине [6]. В последнее время выполнено много численных экспериментов

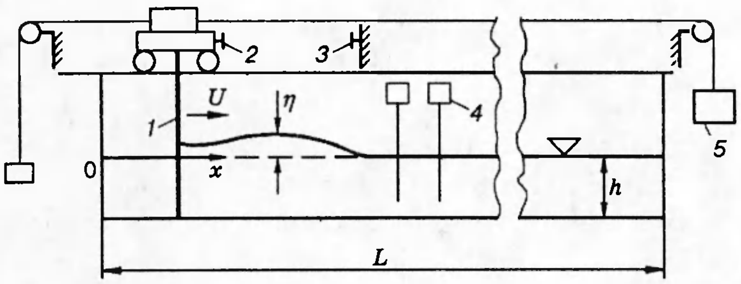

Рис. 1

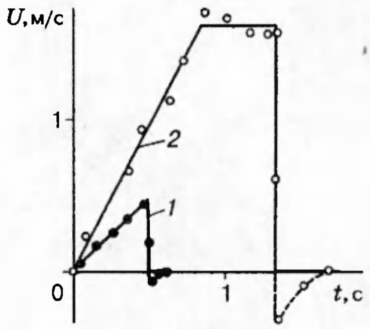

Рис. 2

на основе полной модели потенциального движения (см., например, [7, 8]). Заслуживает внимания так называемая дискретная модель несжимаемой жидкости [9], хорошо приспособленная для численных экспериментов. Ценная информация по рассматриваемым далее вопросам содержится в [10].

В целом современные математические модели адекватно описывают физические процессы только в ограниченном диапазоне параметров. Особенно сложным препятствием для них является обрушение волн при сверхкритических скоростях, когда имеет место значительная диссипация энергии, и жидкость становится двухфазной. В численных экспериментах удается воспроизвести только начальную стадию процесса обрушения.

В данной работе экспериментально получено несколько десятков частных решений рассматриваемой задачи как при таких сочетаниях ее параметров, когда современные аналитические и численные методы должны хорошо описывать волновые движения, так и при больших сверхкритических скоростях распространения возмущений. В опытах длина бассейна ограничена, и при больших t важную роль играет параметр L. При наличии процесса обрушения волн существенно влияние вязкости и сжимаемости воздуха и воды, поверхностного натяжения, разности плотностей воды и воздуха.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Плоская вертикальная пластина *1*, перекрывающая все поперечное сечение бассейна, приводилась в движение тележкой *2* с помощью электромотора и падающего груза *5* одновременно. Пройдя заданный путь S, тележка резко останавливалась захватом *3*. В результате с приемлемой точностью реализовывался один из простейших по числу параметров закон движения: постоянное ускорение на интервале времени $(0, T_1]$, равномерное движение со скоростью U_0 на интервале $(T_1, T_2]$ и резкая остановка при $t = T_2$.

На рис. 2 приведены два примера закона движения стенки. По оси абсцисс отложено время t от начала движения, по оси ординат — скорость тележки U. Экспериментальные точки получены численным дифференцированием сигнала реохордного датчика, регистрировавшего перемещение тележки $s(t)$. Линии соответствуют аппроксимации

$$U = \begin{cases} at & \text{при} \quad 0 \leqslant t < T_1, \\ U_0 & \text{при} \quad T_1 \leqslant t < T_2, \\ 0 & \text{при} \quad t \geqslant T_2, \end{cases} \tag{1}$$

где a, T_1, $U_0 = aT_1$ и T_2 — параметры. Для линии *1* $T_2 = T_1$, и закон движения характеризуется только двумя параметрами: a и T_1 (или U_0) — $a = 96$ см/с^2, $T_1 = 0{,}5$ с ($U_0 = 48$ см/с). Линия *2* описывается тремя параметрами: $a = 196$ см/с^2, $T_1 = 0{,}82$ с и

$T_2 = 1{,}32$ с ($U_0 = 161$ см/с).

Из-за упругости механических систем в эксперименте невозможно мгновенно остановить стенку. При изучении гравитационных волн это и нежелательно. В результате упругости захвата и других элементов тележка после остановки немного откатывалась назад со скоростью, значительно меньшей U_0. На рис. 2 это нашло отражение в том, что при $t > T_2$ скорость U принимает отрицательные значения. Длина пути, пройденного стенкой при попятном движении, не превышала 1 % от S. Предполагается, что такое отклонение от аппроксимации (1) несущественно влияло на инерционные гравитационные волны.

Параметр $B = 20$ см, параметры h, a, T_1, T_2 и L варьировались. С помощью волномеров *4* на рис. 1 измерялось отклонение свободной поверхности η от положения равновесия. Далее приводятся результаты измерений неподвижными волномерами, регистрировавшими $\eta(t)$ при фиксированных значениях продольной координаты x (неподвижная ось x показана на рис. 1). Дополнительная информация получалась волномерами, закрепленными на тележке, а также фотосъемкой. Скорость распространения возмущения c оценивалась по сигналам двух волномеров, разнесенных на $\Delta x \leqslant 30h$.

В центре внимания при проведении опытов были два фундаментальных вопроса: может ли возмущение распространяться со сверхкритической скоростью; если да, то сохраняет ли оно при этом устойчивость? Неустойчивость гравитационных волн проявляется в их обрушении.

В рассматриваемой гидродинамической задаче положительный ответ на первый вопрос следует из закона сохранения массы, и можно реализовать возмущение с практически неограниченным значением c. Поперечное поле силы тяжести препятствует подъему вытесняемой стенкой жидкости по вертикали, тогда как по оси x аналогичного ограничения нет, если $L \to \infty$. Во всех выполненных опытах передний фронт возмущения обгонял движущуюся стенку независимо от того, двигалась ли она с докритической или со сверхкритической скоростью. При достаточно больших U_0 скорость распространения c значительно превышала c_{**}.

Вопрос об устойчивости возмущений более сложный. Он достаточно хорошо изучен при $c < c_{**}$. В частности, в диапазоне $c_* < c < c_{**}$ существуют гладкие устойчивые уединенные волны. Приведем еще один пример гладкой устойчивой волны, для которой c больше c_*, но меньше c_{**}. Эта волна отличается от уединенной. Она нестационарна. Влияние дисперсии в ней преобладает над влиянием нелинейности, что и обусловливает ее устойчивость. Стабилизирующую роль играет также вязкость воды.

Упомянутая волна получена при $h = 4{,}9$ см и значениях a, T_1 и T_2, соответствующих линии *1* на рис. 2. На рис. 3 волна зарегистрирована как функция t при $x_1 = 42$ см (*а*) и при $x_2 = 297$ см (*б*). Стрелкой показан момент прихода волны, отразившейся от неподвижной торцевой стенки, для которой $x_3 = L = 336$ см.

Обсуждаемое возмущение нестационарно, и величина c определена для него как скорость перемещения той точки переднего склона волны, которая отклонилась вверх от положения равновесия на величину $\eta_{0,5} = \eta_m/2$ (η_m — высота первого гребня). Следует отметить, что в данном примере все другие точки переднего склона перемещались со скоростью, отличавшейся от c не более чем на 5 %. Однако для устойчивости важно, какие именно точки переднего склона перемещаются быстрее: у вершины или у подошвы. Для возмущения на рис. 3 точки у подошвы двигались быстрее, и волна была устойчивой.

Для рис. 3,*а* $c = 83{,}3\,$см/с $= 1{,}202c_* = 0{,}850c_{**}$. Волна сильно несимметрична. За высоким передним гребнем распространяется цуг почти периодических убывающих по

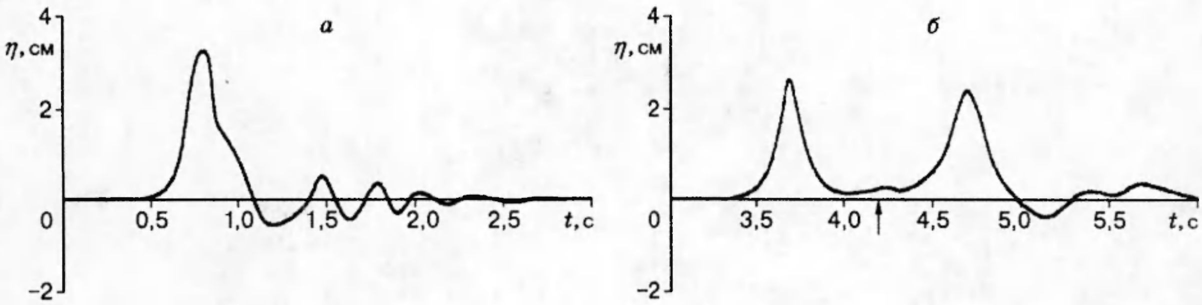

Рис. 3

амплитуде волн. Понижение уровня на заднем склоне первого гребня происходит немонотонно. С ростом x возмущение стремится по форме к уединенной волне, но в данном примере не становится таковой. Это в значительной мере обусловлено влиянием вязкости воды, которая нарушает баланс эффектов нелинейности и дисперсии и приводит к тому, что волна остается нестационарной вплоть до полного вырождения.

При $x_2 = 60{,}6h$ (рис. 3,*б*) неподвижный волномер зарегистрировал пару высоких гребней. Первый из них является прямой волной, распространяющейся по покоящейся жидкости, а второй — отраженной волной, распространяющейся по немного возмущенной жидкости. Прямая волна близка по свойствам к уединенной. Для нее $c = 88{,}2$ см/с $= 1{,}272c_* = 0{,}900c_{**}$, т. е. немного больше, чем для рис. 3,*а*. Это означает, что некоторое время после остановки стенки волна продолжала разгоняться, а затем начала замедляться из-за дисперсии и вязкости. В последующие моменты времени по отношению к указанным на рис. 3,*б* значение c медленно уменьшалось. Значение $c = c_*$ достигнуто на длине пробега около $500h$, причем волна 6 раз отразилась от неподвижных вертикальных стенок. При отражении сохранялась устойчивость, а высота и скорость распространения волны менялись незначительно.

Нет сомнений, что математические модели на основе уравнений Навье — Стокса опи-

Таблица 1

t, с	η, см	t, с	η, см	t, с	η, см	t, с	η, см
0,40	0	1,30	−0,40	7,50	0,06	8,93	−0,25
0,42	0	1,40	0,02	7,60	0,40	9,00	−0,15
0,50	0,05	1,46	0,47	7,71	1,85	9,10	0,15
0,60	0,30	1,50	0,32	7,77	2,27	9,20	0,37
0,65	0,77	1,60	−0,38	7,81	1,86	9,30	0,43
0,72	2,17	1,65	−0,38	7,90	0,58	9,40	0,35
0,76	3,12	1,70	−0,12	8,00	0,14	9,50	0,16
0,77	3,22	1,77	0,31	8,10	0,10	9,60	0,04
0,78	3,24	1,80	0,26	8,20	0,11	9,70	−0,04
0,79	3,17	1,85	−0,07	8,30	0,27	9,80	−0,01
0,83	2,98	1,90	−0,29	8,40	0,72	9,90	0,05
0,86	1,76	1,95	−0,12	8,51	1,76	10,00	0,20
0,91	1,45	2,00	0,09	8,55	1,90	10,10	0,17
0,95	1,17	2,50	0,09	8,61	1,64	10,20	0,10
1,00	0,81	3,00	−0,12	8,70	0,64	10,30	0
1,10	−0,21	7,40	0	8,80	0,02	10.40	−0,02
1,20	−0,62	7,43	0	8,90	−0,24	10,50	−0,11

Таблица 2

t, с	η, см	t, с	η, см	t, с	η, см	t, с	η, см
3,22	0	4,23	0,23	5,20	−0,31	6,75	0,06
3,32	0,01	4,30	0,20	5,30	0,02	6,86	0,23
3,42	0,08	4,35	0,22	5,40	0,15	6,95	0,12
3,50	0,23	4,40	0,33	5,50	0,10	7,05	−0,05
3,55	0,55	4,50	0,64	5,53	0,10	7,13	−0,10
3,61	1,26	4,56	1,00	5,60	0,26	7,20	−0,06
3,64	2,00	4,61	1,66	5,70	0,48	7,30	0,01
3,67	2,54	4,65	2,12	5,80	0,29	7,40	0
3,72	2,00	4,69	2,32	5,90	0,14	7,50	0
3,76	1,30	4,74	2,00	6,00	0	7,60	0,09
3,80	0,74	4,81	1,12	6,08	−0,10	7,72	0,19
3,85	0,37	4,85	0,62	6,17	0	7,80	0,06
3,90	0,19	4,90	0,30	6,26	0,05	7,93	−0,20
3,95	0,14	4,95	0,07	6,36	0	8,00	−0,12
4,00	0,12	5,00	−0,11	6,44	−0,11	8,10	0,20
4,10	0,12	5,10	−0,37	6,55	−0,30	8,15	0,28
4,20	0,22	5,15	−0,41	6,65	−0,20	8,27	0

шут данный пример с большей точностью и детальностью, чем это удается сделать в опытах. Для тестирования более простых математических моделей и численных методов приведены табл. 1 и 2 экспериментально полученных значений η (табл. 1 соответствует рис. 3,*а*, табл. 2 — рис. 3,*б*).

При $c > c_{**}$ возмущения неустойчивы. Их передний склон обрушивался. Если c ненамного превышало c_{**}, то обрушение происходило не сразу. Зарегистрирован пример, в котором нестационарная волна оставалась гладкой вплоть до расстояний от движущейся стенки около $50h$. При интенсивном возмущении обрушение имело место непосредственно у движущейся стенки. Были примеры, когда обрушение происходило не только на переднем, но и на заднем склоне волны.

На рис. 4 приведен фотоснимок возмущения, полученный при $h = 1$ см, $L = 392$ см и значениях a, T_1 и T_2 для линии *2* на рис. 2 примерно через 0,1 с после остановки стенки. Волна распространяется слева направо. Примечательно, что на ее гребне имеются бурун и яма, а задний склон неустойчив.

Дальнейшая эволюция этого возмущения иллюстрируется на рис. 5, где приведена зависимость $\eta(t)$ при фиксированной разности $x - S = 75$ см ($S = 146{,}5$ см), *1* — прямая волна, распространяющаяся по покоящейся жидкости с $c_1 = 161{,}3$см/с $= 5{,}15c_* = 3{,}63c_{**}$, *2*–

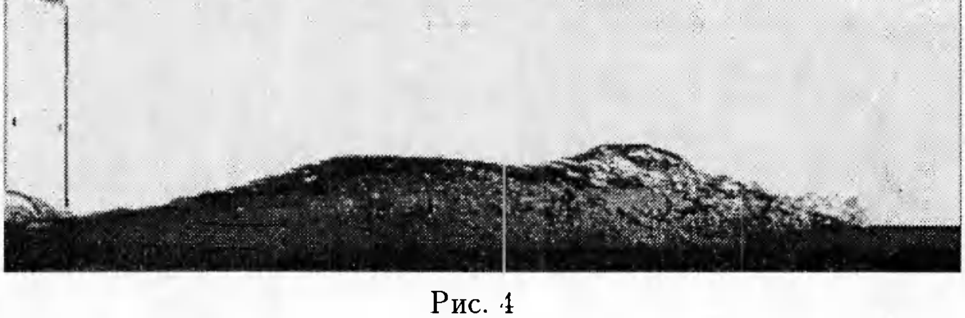

Рис. 4

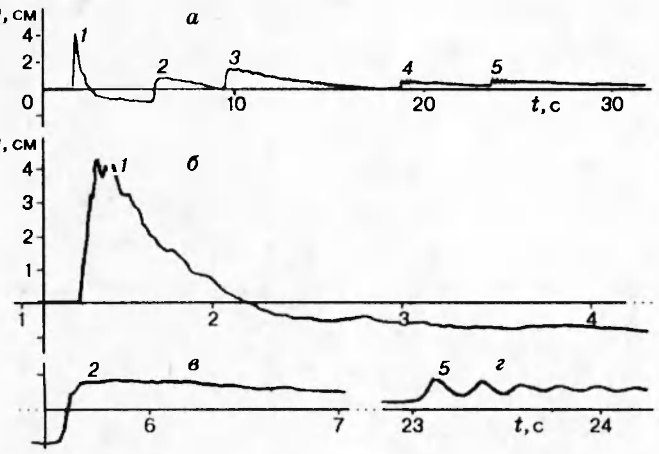

Рис. 5

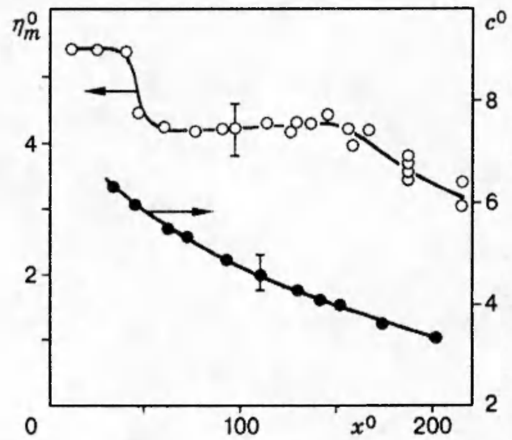

Рис. 6

5 — отраженные волны (нечетными номерами помечены те из них, которые двигались в положительном направлении x, а четными — в отрицательном). Для волны *2* $c_2 = 62{,}5$ см/с, а глубина воды перед ее фронтом практически равна нулю. В этом случае понятия c_* и c_{**} теряют смысл, и характерная скорость может быть определена как $c_{***} = \sqrt{2gH}$ (H — глубина жидкости за волной). Оказалось, что $c_2 \cong c_{***}$. Волны *3–5* распространялись с почти одинаковыми скоростями ($c_3 = 34{,}1$ см/с, $c_4 = 36{,}6$ см/с и $c_5 = 32{,}6$ см/с). Глубина воды перед их фронтами менялась, и критические скорости для них неопределенны.

На рис. 5,*б–г* волны *1*, *2* и *5* показаны в более крупном масштабе. Волны *1–3* были неустойчивыми и обрушивались. Волна *4* и следующие за ней устойчивые и гладкие. Волна *5* похожа по форме на так называемый прыжок-волну.

Из-за сильной диссипации энергии высота и скорость распространения неустойчивых волн уменьшаются со временем значительно быстрее, чем устойчивых. На рис. 6 приведена информация о безразмерной высоте $\eta_m^0 = \eta_m/h$ и безразмерной скорости распространения $c^0 = c_1/\sqrt{gh}$ волны *1* в зависимости от $x^0 = (x - S)/h$. Скорость c^0 убывает монотонно. Высота η_m^0 резко уменьшается в окрестности $x^0 = 42$, затем сохраняет почти постоянное значение до $x^0 \doteq 140$ и лишь после этого монотонно уменьшается. Такое поведение волны можно объяснить, обратившись к рис. 4. В окрестности $x^0 = 42$ исчезает бурун на гребне волны, а на интервале $x^0 < 140$ волна понижения уровня догоняет волну повышения уровня, и глубина жидкости между этими волнами сохраняется.

В целом выполненные опыты показали, что при рассмотренном законе движения стенки вносимые ею возмущения оказываются неустойчивыми, если $c > c_{**}$. Для таких возмущений устойчивость может сохраняться лишь на ограниченном интервале времени за счет нестационарности. Если и существуют долго живущие устойчивые возмущения с $c > c_{**}$, то для их реализации в опытах нужно использовать какой-либо другой способ внесения возмущений.

В [2] при анализе задачи о разрушении плотины в рамках первого приближения теории мелкой воды найдено гладкое решение для волны по сухому руслу со скоростью распространения переднего фронта, равной $2\sqrt{gH}$. В данных опытах волна *2* на рис. 5 распространялась по сухому руслу с меньшей скоростью, равной $\sqrt{2gH}$, и была неустойчивой.

Авторы выражают признательность Н. И. Макаренко за полезное обсуждение работы. В частности, он отметил, что численные расчеты на основе точной модели потенциального движения жидкости дают для второй критической скорости значение $1{,}29\sqrt{gh}$, т. е. несколько меньше значения $\sqrt{2gh}$, полученного во втором приближении теории мелкой воды, и обратил внимание на то, что для нестационарной волны на рис. 3 $c \cong 1{,}04\sqrt{g(h+\eta_m/2)}$. Это значение мало отличается от местной скорости распространения возмущений и согласуется с известным решением задачи газовой динамики об ускоренном движении поршня.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-01164а).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др.** Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука, 1985.
2. **Stoker J. J.** Water Waves. The Mathematical Theory and Applications. N. Y.; L.: Interscience Publishers, 1957. Рус. пер. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
3. **Chan E. S., Melville W. K.** Deep-water plunging wave pressure on a vertical plane wall // Proc. Roy. Soc. London. 1988. V. A417, N 1852. P. 95–131.
4. **Dommermuth D. G., Yue D. K. P., Chan E. S., Melville W. K.** Deep-water plunging breakers: a comparison between potential theory and experiments // J. Fluid Mech. 1988. V. 189. P. 423–442.
5. **Chwang A. T.** Nonlinear hydrodynamic pressure on an accelerating plate // Phys. Fluids. 1983. V. 26, N 2. P. 383–387.
6. **Joo S. W., Schultz W. W., Messiter A. F.** An analysis of the initial-value wavemaker problem // J. Fluid Mech. 1990. V. 214. P. 161–183.
7. **Schultz W. W., Ramberg S. E., Griffin O. M.** Steep and breaking deep-water waves // Proc. of 16th Symp. on Naval Hydrodynamics. Berkeley, 1986.
8. **Miyata M., Matusukawa C., Kajitani H.** Shallow water flow with separation and breaking wave // J. Soc. Naval Architects Japan. 1985. V. 158.
9. **Франк А. М.** Дискретная нелинейно-дисперсионная модель мелкой воды // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 1. С. 34–42.
10. **Longuet-Higgins M. S.** Breaking waves in deep or shallow water // Proc. of 10th Symp. on Naval Hydrodynamics. Cambridge, 1974. P. 597–605.

Поступила в редакцию 13/IX 1995 г.