

ОБ ОДНОМ ВИДЕ ТОКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ  
КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ

И. К. Конкашбаев

(Новосибирск)

В работе рассматривается возможность существования в низкотемпературной и плотной плазме специфической неустойчивости, связанной с градиентами давления и проводимости.

В низкотемпературной и плотной плазме ( $T = 10-100$  эв,  $n = 10^{16} - 10^{18}$  см $^{-3}$ ) кроме гидромагнитных неустойчивостей [1] могут существовать специфические для низких температур неустойчивости, связанные с диссипацией энергии. В работе [2] рассмотрены неустойчивости низкотемпературной плазмы с током вследствие нагрева и излучения и получены критерии устойчивости в предположении, что градиенты температуры и, следовательно, проводимости малы.

В данной работе рассматривается возможность существования в такой плазме еще одной неустойчивости, связанной с градиентами проводимости и давления. Механизм действия этой неустойчивости аналогичен токово-конвективной [3] и резистивным [4] неустойчивостям.

Рассмотрим цилиндрический столб плазмы, удерживаемой магнитным полем собственного тока, в котором джоулево тепло отводится излучением и теплопроводностью. (В дальнейшем используются стандартные обозначения, принятые в [5]).

Механизм действия неустойчивости можно понять из следующих соображений. В равновесном состоянии уравнения баланса давления и энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \nabla P &= c^{-1} \mathbf{j} \times \mathbf{H}, & \text{rot } \mathbf{H} &= 4\pi c^{-1} \mathbf{j} \\ \text{div} (\kappa \nabla T) &= -\sigma E^2 + Q_r \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $Q_r$  — мощность излучения

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad \sigma = \sigma_1 T^{3/2} / \lambda, \quad \sigma_1 = \text{const}$$

Рассмотрим быстрые колебания, когда период колебаний меньше характерного времени диссипации энергии, но больше времени скинирования  $\tau_c$ . При смещении плазмы от равновесного состояния на  $\delta r$  из-за адиабатического сжатия возникает изменение температуры<sup>1</sup>

$$\delta T = \frac{d \ln T_0}{d \ln P_0} \frac{d \ln P_0}{d \ln r} \frac{\delta r}{r_0} T_0$$

Следовательно, изменение проводимости

$$\delta \sigma = \frac{d \ln \sigma_0}{d \ln T_0} \frac{\delta T}{T_0} \sigma_0$$

что при условии постоянства электрического поля приводит к изменению удерживающей плазму силы  $\mathbf{j} \times \mathbf{H}$  при переносе ее в точку  $r_0 + \delta r$

$$\delta \mathbf{F} = c^{-1} \delta \mathbf{j} \times \mathbf{H}_0 + c^{-1} \mathbf{j}_0 \times \delta \mathbf{H}, \quad \delta \mathbf{j} = \delta \sigma \mathbf{E}_0, \quad \text{rot} (\delta \mathbf{H}) = 4\pi c^{-1} \delta \mathbf{j}$$

(значок 0 относится к равновесным значениям).

<sup>1</sup> Здесь и в дальнейшем нижний индекс  $c$  означает величины, связанные с поверхностными процессами (скин-эффектами); а нижний индекс  $a$  — с адиабатическими.

Так как в точке  $r_0 + \delta r$  изменение удерживающей силы определяется изменением проводимости в точке  $r_0 + \delta r$  по сравнению с точкой  $r_0$

$$\delta\sigma = \frac{d \ln \sigma_0}{d \ln r} \frac{\delta r}{r_0} \sigma_0$$

то, пренебрегая членом

$$|j_0 \times \delta H| \sim (k\rho)^{-1} \delta j H_0, \quad \rho^{-1} = d \ln H_0 / dr$$

для коротковолновых возмущений с  $k\rho \gg 1$  получаем суммарное изменение удерживающей силы (значок 0 в дальнейшем опускается)

$$\delta F = -\mathbf{j} \times \mathbf{H} \left[ -\frac{d \ln \sigma}{d \ln r} + \left( \frac{d \ln \sigma}{d \ln P} \frac{d \ln P}{d \ln r} \right)_a \right] \frac{\delta r}{r} \quad (2)$$

Отсюда условие устойчивости имеет вид

$$\varphi = -\frac{d \ln \sigma}{d \ln r} + \left( \frac{d \ln \sigma}{d \ln P} \right)_a \frac{d \ln P}{d \ln r} > 0$$

или

$$\frac{d \ln \sigma}{d \ln P} > \left( \frac{d \ln \sigma}{d \ln P} \right)_a \quad (3)$$

Рассмотрим, например, условие устойчивости для случая, когда основным источником энергетических потерь является излучение. Величину  $d \ln \sigma / d \ln P$  можно найти, рассматривая уравнение баланса энергии

$$\sigma E^2 = \alpha n^2 f(T)$$

Для низких температур, когда преобладает рекомбинационное излучение

$$f(T) = T^{-1/2}, \quad T \sim P^{1/2}, \quad d \ln \sigma / d \ln P = 3/4$$

когда преобладает тормозное

$$f(T) = T^{1/2}, \quad T \sim P^{2/3}, \quad d \ln \sigma / d \ln P = 1$$

Так как

$$T_a \sim P^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad d \ln \sigma / d \ln P = 3/5$$

то условие устойчивости (3) выполняется.

Инкремент можно получить, непосредственно рассматривая уравнение движения плазмы при малом смещении от положения равновесия

$$m n \frac{d^2(\delta r)}{dt^2} = \delta F \quad (4)$$

Подставляя  $\delta F$  из (2) в (4), получаем

$$\omega^2 = \omega_0^2 \alpha_1^2, \quad \alpha_1^2 = \gamma^{-1} |d \ln P / d \ln r| \varphi, \quad \omega_0^2 = \frac{P_0}{m n_0 R^2}$$

Из уравнения равновесия (1), переписав его в виде

$$\frac{d \ln P}{d \ln r} = -\frac{2}{\beta} \left( 1 + \frac{d \ln H}{d \ln r} \right)$$

можно получить инкремент

$$\alpha_1^2 = \frac{1}{\gamma} \left[ \frac{2}{\beta} \left( 1 + \frac{d \ln H}{d \ln r} \right) \right]^2 \left[ -\frac{d \ln \sigma}{d \ln P} + \left( \frac{d \ln \sigma}{d \ln P} \right)_a \right]$$

Так как величины  $d \ln H / d \ln r$ ,  $-d \ln \sigma / d \ln P + (d \ln \sigma / d \ln P)_a$  порядка единицы, то по порядку величины

$$\alpha_1^2 \sim 4\gamma^{-1}\beta^{-2}$$

и время нарастания возмущения равно

$$\tau \sim 2\beta^{-1}\gamma^{-1/2}\omega_0^{-1}$$

Для выполнения принятых условий необходимо, чтобы инкремент был бы меньше обратного скин-слоевого времени  $\tau^{-1} > \tau_c^{-1}$ , иначе необходимо рассматривать диффузию тока. Это требование приводит к условию

$$\sqrt{\beta} < R^3 T_{\text{эс}}^{-2}$$

Для мод  $m \neq 0$  картина развития неустойчивости качественно не слишком изменится. Отметим, что эта неустойчивость связана с возмущением температуры, поэтому теплопроводность является стабилизирующим фактором.

В заключение автор выражает благодарность С. Г. Алиханову за поддержку и интерес к работе и С. Л. Мюшеру за обсуждение.

Поступила 17 VII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К а д о м ц е в Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы. В кн.: «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1963, вып. 2.
2. Р о з а н о в В. Б., Р у х а д з е А. А., Т р и г е р С. А. Теория равновесия и устойчивости сильнооточного разряда в плотной оптически прозрачной плазме. ПМТФ, 1968, № 5.
3. К а д о м ц е в Б. Б. Конвекция плазмы положительного столба в магнитном поле. Ж. техн. физ., 1961, т. 31, вып. 11.
4. F u r t h Н. Р., K i l l e e n J., R o s e n b l u t h M. N. Finite — resistivity instabilities of a sheet pinch. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 4.
5. Б р а г и н с к и й С. И. Явления переноса в плазме. В кн.: «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1963, вып. 1.