

УДК 533.697

ЧИСЛЕННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОРЕЖИМНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СОПЕЛ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

С. М. Аульченко, В. М. Галкин*, В. И. Звегинцев, А. Н. Шиплюк

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск

* Институт геологии и нефтегазового дела Томского политехнического университета,
634050 Томск

E-mail: aultch@itam.nsc.ru

На основе решения прямых задач с использованием различных моделей среды и численных методов интегрирования уравнений течения газа разработана и реализована методика проектирования гиперзвуковых сопел для аэродинамической трубы. Спроектированы многорежимные сопла для работы в диапазонах чисел Маха $M_{out} = 8 \div 14$ и $M_{out} = 14 \div 20$, удовлетворяющие заданным требованиям.

Ключевые слова: гиперзвуковое сопло, уравнения Навье — Стокса, уравнения Эйлера, метод характеристик, численная оптимизация.

Введение. Известно, что хорошее качество потока в аэродинамической трубе обеспечивается применением тщательно спроектированных сопел, осуществляющих разгон рабочего газа до заданной скорости. Практически во всех существующих аэродинамических трубах используются однорежимные сопла, рассчитанные на определенные условия работы. Поскольку такие сопла изготавливаются на специальном оборудовании с высокой точностью и имеют высокую стоимость, их количество ограничено и, следовательно, ограничено количество рабочих режимов трубы.

Гиперзвуковая аэродинамическая труба АТ-303 Института теоретической и прикладной механики СО РАН предназначена для работы в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса. Поэтому с начала ее эксплуатации рассматривался вопрос о применении многорежимных сопел, позволяющих при минимальных изменениях конструкции реализовать рабочий поток с различными параметрами. В данной работе описываются последовательность действий и методы, используемые при численном проектировании многорежимных сопел для гиперзвуковой аэродинамической трубы АТ-303.

Варианты многорежимного сопла. Для первоначального анализа вариантов проектирования многорежимного сопла применялась модель идеального совершенного газа, в рамках которой при равномерном потоке с числом Маха на выходе M_{out} наиболее эффективным является использование трехпараметрического семейства $W(\gamma, M_{out}, G)$ сверхзвуковых контуров с плоской звуковой линией на входе и равномерной характеристикой на выходе (γ — показатель адиабаты; M_{out} — число Маха на выходе; G — отношение расхода через линию тока, по которой строится сопло, к расходу сопла с угловой точкой). При внешнем давлении, не превышающем давление на срезе сопла, рабочая область таких сопел имеет форму ромба, которая может быть получена зеркальным отражением равномерной характеристики относительно оси абсцисс и относительно вертикальной

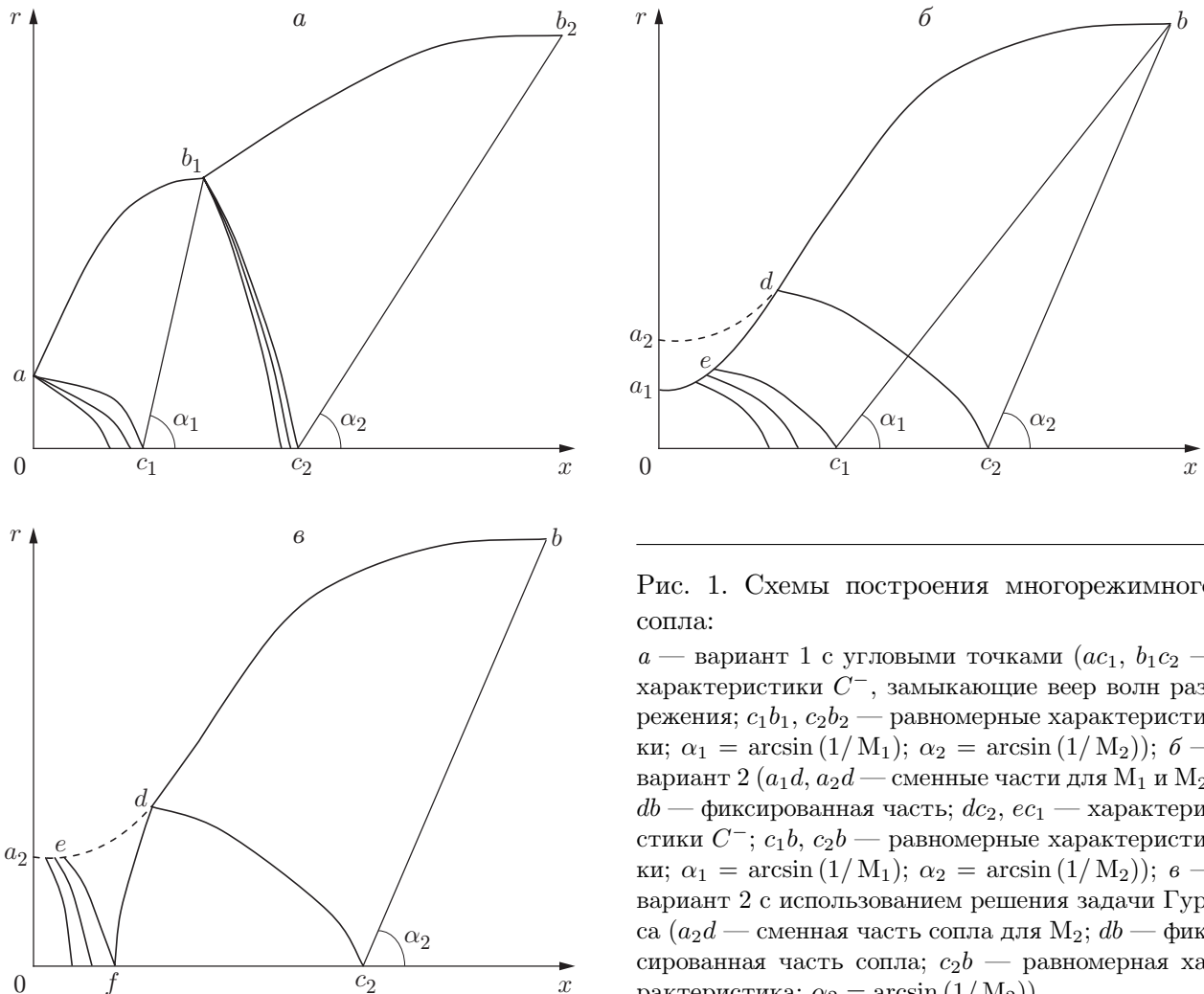


Рис. 1. Схемы построения многорежимного сопла:

а — вариант 1 с угловыми точками (ac_1, b_1c_2 — характеристики C^- , замыкающие веер волн разрежения; c_1b_1, c_2b_2 — равномерные характеристики; $\alpha_1 = \arcsin(1/M_1)$; $\alpha_2 = \arcsin(1/M_2)$); *б* — вариант 2 (a_1d, a_2d — сменные части для M_1 и M_2 ; db — фиксированная часть; dc_2, ec_1 — характеристики C^- ; c_1b, c_2b — равномерные характеристики; $\alpha_1 = \arcsin(1/M_1)$; $\alpha_2 = \arcsin(1/M_2)$); *в* — вариант 2 с использованием решения задачи Гурса (a_2d — сменная часть сопла для M_2 ; db — фиксированная часть сопла; c_2b — равномерная характеристика; $\alpha_2 = \arcsin(1/M_2)$)

прямой, проходящей через концевую точку сопла. Очевидно, что каждое такое сопло соответствует одному режиму. Способ построения семейства контуров $W(\gamma, M_{out}, G)$ методом характеристик изложен в работе [1].

Вариант 1. Используя семейство контуров $W(\gamma, M_{out}, G)$ для двух режимов M_1, M_2 , можно построить сопло, состоящее из фиксированной части, примыкающей к минимальному сечению, и сменной части, примыкающей к этой фиксированной части справа. В данной работе рассматривается только двухрежимное сопло, однако дальнейшие построения применимы и к многорежимному соплу. Сопло строится следующим образом:

1) для заданного числа Маха M_1 ($M_1 < M_2$) на выходе из сопла и для необходимого отношения расходов газа G строится первая (фиксированная) ступень ab_1 из семейства $W(\gamma, M_1, G)$;

2) вторая ступень b_1b_2 строится из семейства $W(\gamma, M_2, G)$, при этом в начальном сечении задается не плоская звуковая линия, а равномерный поток с числом Маха M_1 .

Схема данного варианта многорежимного сопла с угловыми точками показана на рис. 1, *а*, однако использование промежуточных линий тока позволяет строить гладкое сопло. Далее в силу конструктивных ограничений на кривизну сопла рассматриваются только гладкие сопла.

Вариант 2. Рассмотрим предложенную в работе [2] для двух режимов M_1, M_2 ($M_1 > M_2$) схему сопла, состоящего из фиксированной части и гладко сопряженной с ней сменной части, примыкающей слева к этой фиксированной части, а справа — к минимальному сечению. Для данного варианта в работе [3] предложено профили фиксированной и сменной частей выбирать из семейства контуров $W(\gamma, M_{out}, G)$, однако вопрос о выборе длины фиксированной части остался нерешенным. Более тщательный анализ, проведенный в [4], показал, что длина фиксированной части, как и ее форма, вычисляются однозначно методом характеристик по следующему алгоритму (рис. 1,б):

1) строится сопло $a_1b \in W(\gamma, M_1, G)$, $\gamma = 1,4$;

2) строится равномерная характеристика c_2b ;

3) методом характеристик между стенкой a_1b и равномерной характеристикой c_2b рассчитываются параметры до получения характеристики dc_2 , выходящей из точки на оси. Точка d делит сопло a_1b на две части: сменную часть a_1d для числа Маха M_1 и общую фиксированную часть db минимальной длины для чисел Маха M_1, M_2 . В качестве дальнейшего развития метода построения такого сопла для нахождения формы сменной части a_2d предлагалось использовать метод характеристик. С этой целью в области между построенной по изложенному алгоритму характеристикой dc_2 и осью рассчитываются параметры до получения характеристики df , выходящей из точки d (рис. 1,в). Одновременно получаем число Маха M_f в точке f . Затем начиная от плоской звуковой линии рассчитываются параметры в волне разрежения до получения на оси числа Маха M_f . Таким образом, находим характеристику ef , замыкающую волну разрежения. После этого путем подбора параметра G и решения задачи Гурса между известными характеристиками df и ef строится контур de .

Сравнение рассмотренных выше трех вариантов построения многорежимного сопла показывает, что преимуществами варианта 1 являются простота расчета, наличие постоянной дозвуковой и примыкающей к ней сверхзвуковой частей. Однако общая длина сопла получается больше, чем для варианта 2. Поэтому далее вариант 2 использовался как основной.

В данной работе, как и в работе [5], сменная часть a_2d для числа Маха M_2 на выходе строилась прямым методом на основе решения уравнений Эйлера и квазиньютоновского метода поиска минимума функции многих переменных [6]. Использование в прямом расчете метода характеристик требует значительных временных затрат вследствие большой длины сопла, поэтому применялась маршевая схема Р. В. Макормака [7]. В качестве минимизируемого функционала использовалось отклонение построенной характеристики dc_2 от известной характеристики dc_2 . Контур аппроксимировался базисными функциями, причем в начальном сечении задавался угол наклона, равный нулю, что обеспечивало построение гладких контуров. В качестве базисных функций целесообразно использование степенных функций следующего вида:

$$f(x) = \sum_{i=1} c_i t^{i-1}, \quad t = \frac{\ln(1+x-x_a)}{\ln(1+x_d-x_a)},$$

где $f(x)$ — профиль сопла; c_i — варьируемые переменные; x_a — абсцисса минимального сечения; x_d — абсцисса точки стыковки с фиксированной частью.

Построение начального приближения. В модели течения, которая использовалась для построения вариантов многорежимного сопла, не учитывалось наличие вязкости и соответственно пограничного слоя, оказывающего существенное влияние на характеристики гиперзвуковых сопел [8]. Поэтому для решения поставленной задачи использовался комплексный подход с применением модели идеального совершенного газа и модели Навье — Стокса. Решение оптимизационных задач для вязких течений требует исполь-

зования значительных вычислительных ресурсов и хорошего начального приближения. В качестве такого приближения рассматривалась форма сопла, полученная, как сказано выше, с использованием модели идеального совершенного газа.

Тестирование программы. Вязкое течение в гиперзвуковом сопле заданной формы предполагалось рассчитывать с помощью пакета “Fluent”, поэтому необходимо было проверить точность решения уравнения Навье — Стокса и $(k-\omega)$ -модели турбулентности. Для этого с использованием полученного методом [9] контура было создано реальное осесимметричное сопло с диаметром выходного сечения 0,4 м. На выходе из сопла должны получаться числа Маха $M_{out} = 8, 10, 12, 14$. На рис. 2, 3 показаны экспериментальные и вычисленные распределения числа Маха на срезе сопла и на расстоянии $x = 0,4$ м от него при использовании сменных частей, формирующих критическое сечение сопла, для чисел Маха $M_{out} = 8; 14$. Методика экспериментов описана в работе [10]. Расчетная сетка имела 1000 узлов в направлении оси сопла и 40 узлов вдоль его радиуса. Для тестирования сходимости решения проведены расчеты с увеличением количества узлов сетки в два раза.

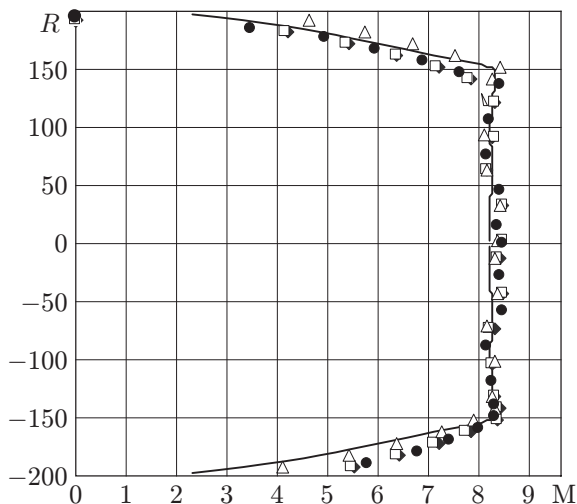


Рис. 2. Распределения чисел Маха на срезе сопла при $M_{out} = 8$:
точки — эксперимент; линии — расчет

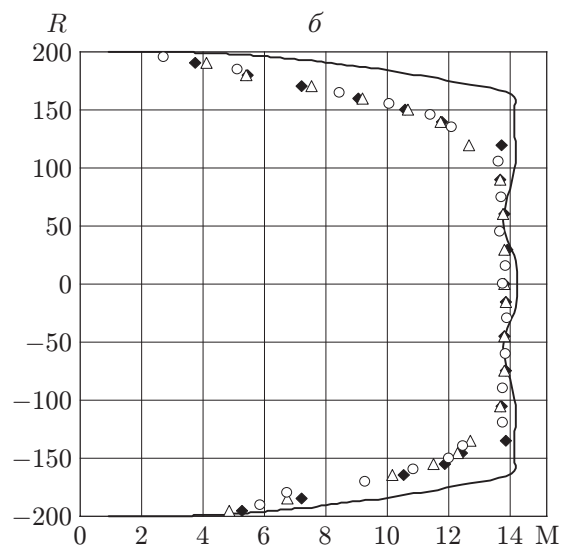
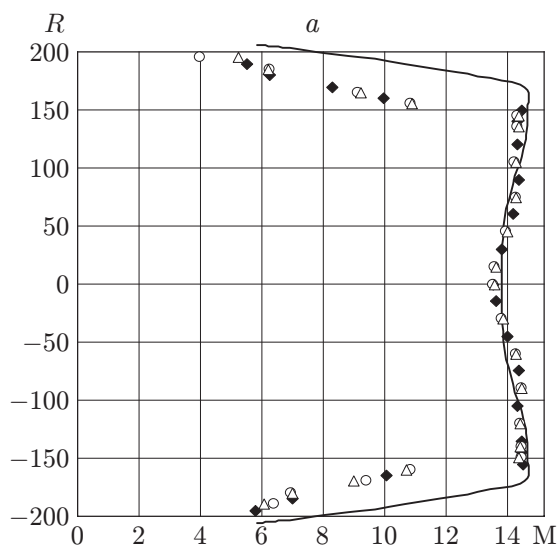


Рис. 3. Распределения чисел Маха на расстоянии $x = 0,4$ м от среза сопла (а) и на срезе сопла (б) при $M_{out} = 14$:
точки — эксперимент; линии — расчет

Таблица 1

Значения ΔM и M_{av} в сечении $x = 4,0$ м
для сопла с $M_{out} = 8$ и различных расчетных сеток

Сетка	$\Delta M, \%$	M_{av}
1000×40	0,17	8,10
2000×40	0,15	8,10
1000×80	0,17	8,11

В табл. 1 для числа Маха $M_{out} = 8$ приведены полученные при использовании различных расчетных сеток среднеквадратичное отклонение ΔM от среднего числа Маха и среднее значение числа Маха M_{av} в сечении $x = 4$ м. Видно, что при увеличении количества узлов сетки в два раза по каждому из направлений характеристики сопла, используемые при вычислении минимизируемого функционала оптимизационной задачи, практически не меняются. Аналогичные результаты получены в расчетах с одновременным увеличением количества узлов по обоим переменным (в два и четыре раза), поэтому для дальнейших расчетов выбрано минимально возможное число узлов, что существенно для уменьшения времени расчета при решении задач оптимизации. По этим же причинам форма звуковой линии на входе в сопло полагалась прямой, что исключало необходимость расчета до- и трансзвуковой частей сопла. Это позволило решить поставленные оптимизационные задачи с приемлемой точностью, что подтверждается хорошим согласием результатов расчета и эксперимента.

Проектирование многорежимного сопла 1. На основе разработанной технологии проектировалось новое многорежимное сопло с числами Маха $M_{out} = 8, 10, 12, 14$. При построении основного контура для числа Маха $M_{out} = 14$ в качестве исходного рассматривалось сопло, построенное методом характеристик для равномерного распределения числа Маха $M_{out} = 15,7$. Полученный контур, заданный большим числом точек (до 600), аппроксимировался кубическим сплайном на малом (до 10) числе неравномерно расположенных опорных точек со средней абсолютной и относительной погрешностью порядка 10^{-4} . Это позволяет с помощью небольшого числа параметров варьировать контур при решении задач оптимизации и как следствие уменьшить временные затраты при расчетах вязкого течения в сопле. Затем путем решения задачи оптимизации проводилась модификация исходного контура. При оптимизации и проектировании вязкое течение рассчитывалось с использованием пакета "Fluent", интегрированного с пакетом программ оптимизации. Минимизировался функционал, равный сумме среднеквадратичных отклонений числа Маха от его среднего значения в заданной области течения. Для минимизации функционала использовались неградиентные методы поиска с адаптацией [11]. Ограничения (например, условие монотонности кривой, задающей контур, и существование не более одного перегиба), задаваемые в виде равенств и неравенств, учитывались с помощью метода штрафных функций. Необходимость модификации исходного контура, спроектированного в невязкой постановке, обусловлена тем, что расчеты течения с учетом вязкости в гиперзвуковых соплах, спроектированных методом характеристик, показывают возможность возникновения значительных осцилляций параметров вдоль оси сопла. Пример модификации, позволившей существенно уменьшить осцилляции числа Маха вдоль оси сопла, приведен в работе [12]. В дальнейшем именно большая часть модифицированного сопла будет неизменной при проектировании многорежимного сопла.

Далее рассчитывались координаты контура сменных (начальных) секций сопла, определяющих числа Маха $M_{out} = 8, 10, 12$. Для этого в вязкой постановке решалась задача оптимизации при следующих заданных параметрах: общая длина сопла 3 м, диаметр выходного сечения 0,41 м, число Маха на выходе M_{out} . Диаметр критического сечения, гео-

Таблица 2

Диапазон чисел Рейнольдса на выходе из сопла
с различными числами Маха

M_{out}	$Re_{min} \cdot 10^7$	$Re_{av} \cdot 10^7$	$Re_{max} \cdot 10^7$
8	0,94	3,92	11,9
10	0,49	1,32	3,02
12	0,25	0,87	2,35
14	0,19	0,90	2,94

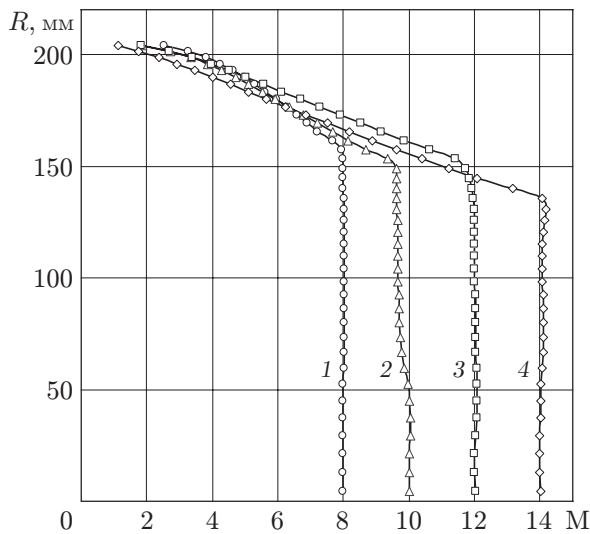


Рис. 4. Расчетное распределение чисел Маха на срезе многорежимного сопла с различными числами Маха на выходе ($x = 3$ м):

1 — $M_{out} = 8$, 2 — $M_{out} = 10$, 3 — $M_{out} = 12$, 4 — $M_{out} = 14$

метрия начального участка длиной 0,32 м варьировались. Форма сменного участка, гладко сопряженного с фиксированной частью сопла, соответствующей оптимальному соплу с числом Маха $M_{out} = 14$, задавалась кубическим сплайном на неравномерной сетке. Сопла проектировались для средних значений числа Рейнольдса Re_{av} с учетом возможных параметров газа в форкамере (табл. 2).

На рис. 4 приведено распределение числа Маха в полученных соплах для всех рассчитанных режимов в сечении $x = 3$ м. Характеристики равномерности получаемого потока в сопле приведены в табл. 3. Видно, что в эксперименте при $M_{out} = 8, 12, 14$ (за исключением $M_{out} = 10$) отклонение потока от равномерного в рабочей зоне сопла составляет $0,3 \div 0,4$ %. На рис. 5 приведены формы сменного участка сопла длиной 0,32 м для чисел Маха $M_{out} = 8, 10, 12$.

Проектирование многорежимного сопла 2. Аналогично построено многорежимное сопло с числами Маха $M_{out} = 14, 16, 18, 20$. Исходный контур строился методом характеристик для числа Маха $M_{out} = 24$. После модификации исходного контура решалась задача оптимизации со следующими заданными параметрами: общая длина сопла 3,9 м, диаметр выходного сечения 0,41 м, число Маха на выходе M_{out} . Диаметр критического сечения и форма начального участка длиной 0,3 м варьировались.

На рис. 6 приведено распределение числа Маха для всех рассчитанных режимов в выходном сечении сопла при $x = 3,9$ м. Видно, что пограничный слой занимает достаточно большую часть сечения сопла. Характеристики равномерности получаемого потока приведены в табл. 4, из которой следует, что в широком диапазоне рабочих параметров отклонение потока от равномерного в рабочей зоне сопла составляет $0,3 \div 0,8$ %.

Заключение. Создана вычислительная технология решения задачи проектирования и оптимизации сверх- и гиперзвуковых сопел, включающая прямой метод решения за-

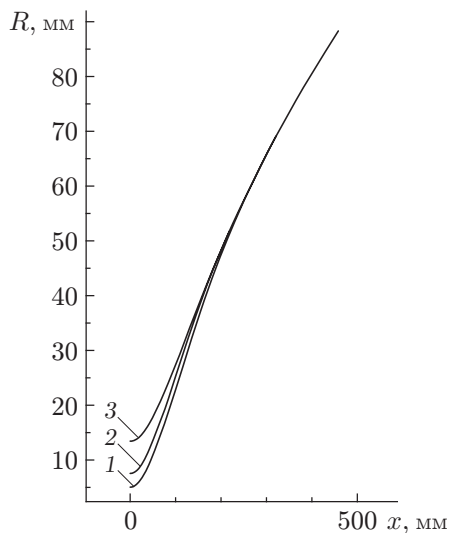


Рис. 5. Формы сменного участка сопла длиной 0,32 м с различными числами Маха на выходе:

1 — $M_{out} = 12$, 2 — $M_{out} = 10$, 3 — $M_{out} = 8$

Таблица 3

Значения ΔM в различных сечениях и на оси для сопла с различными числами Маха

M_{out}	$\Delta M, \%$		
	Сечение $x = 2,5$ м	Сечение $x = 3,5$ м	Ось $2,5 \div 3,5$ м
8	0,25	0,16	0,65
10	1,47	1,68	0,40
12	0,58	0,29	0,45
14	0,41	0,29	0,02

Таблица 4

Значения ΔM в различных сечениях и на оси для сопла с различными числами Маха

M_{out}	$\Delta M, \%$		
	Сечение $x = 3,4$ м	Сечение $x = 3,9$ м	Ось $3,4 \div 4,4$ м
14	0,69	0,39	0,43
16	0,60	0,17	0,67
18	0,77	0,70	0,84
20	0,32	0,29	0,49

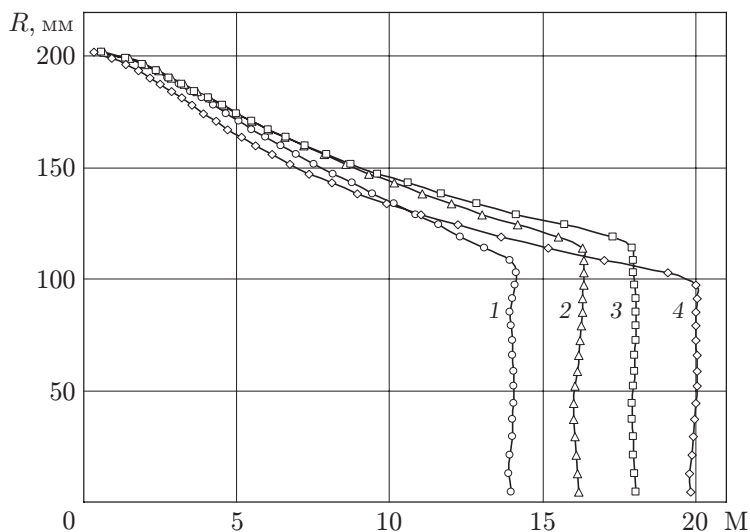


Рис. 6. Расчетное распределение чисел Маха на срезе многорежимного сопла с различными числами Маха на выходе ($x = 3,9$ м):

1 — $M_{out} = 14$, 2 — $M_{out} = 16$, 3 — $M_{out} = 18$, 4 — $M_{out} = 20$

дач, на основе различных моделей среды и численных методов интегрирования уравнений течения вязкого газа. Выбраны классы функций, задающих геометрию контура сопла и размерность пространства варьируемых параметров. Сформулированные ограничения, используемые функционалы и методы решения задачи минимизации позволяют получать содержательные решения задач проектирования многорежимных сопел в широком диапазоне предъявляемых к ним требований. Для работы в диапазонах чисел Маха $M_{out} = 8 \div 14$ и $M_{out} = 14 \div 20$ спроектированы два многорежимных сопла для гиперзвуковой аэродинамической трубы АТ-303, удовлетворяющие заданным ограничениям.

Авторы выражают благодарность А. Н. Крайко, предложившему схему решения, описанную на с. 92.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кацкова О. Н.** Расчет равновесных течений газа в сверхзвуковых соплах. М.: Вычисл. центр АН СССР, 1964.
2. **Пат. 1528116 РФ, МПК G 01 M9/04.** Сверхзвуковое осесимметричное профилированное сопло аэродинамической трубы / А. П. Быркин, В. П. Верховский. Оpubл. 15.09.94.
3. **Галкин В. М., Звегинцев В. И.** О построении многорежимного осесимметричного сопла для гиперзвуковой аэродинамической трубы // Докл. конф. “Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики”. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 2004. С. 293–294.
4. **Галкин В. М.** О некоторых схемах многорежимной сверхзвуковой аэродинамической трубы // Докл. конф. “Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики”. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 2008. С. 350–351.
5. **Волков Ю. С., Галкин В. М.** О выборе аппроксимаций в прямых задачах построения сопла // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2007. Т. 47, № 5. С. 923–936.
6. **Дэннис Дж. (мл.)** Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис (мл.), Р. Шнабель. М.: Мир, 1988.
7. **MacCormack R. W.** The effect of viscosity in hyperbolicity impact cratering. N. Y., 1969. (Paper / AIAA; N 354).
8. **Korte J.** Aerodynamic design of axisymmetric hypersonic wind-tunnel nozzle using a least-squares/parabolized Navier — Stokes procedure // J. Spacecraft Rockets. 1992. V. 29, N 5. P. 685–691.
9. **Aulchenko S. M., Zamuraev V. P.** Design of a multi-regime nozzle by means of a direct method of numerical optimization // Proc. of the 12th Intern. conf. on methods of aerophys. res., Novosibirsk, June 28 — July 3, 2004. Novosibirsk: ITAM, 2004. P. 15–18.
10. **Харитонов А. М., Звегинцев В. И., Васенев Л. Г. и др.** Исследования характеристик гиперзвуковой аэродинамической трубы АТ-303. 1. Поля скоростей // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, № 1. С. 1–17.
11. **Латыпов А. Ф., Никуличев Ю. В.** Специализированный комплекс программ оптимизации. Новосибирск, 1985. (Препр. / СО АН СССР. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 15-85).
12. **Aulchenko S. M., Galkin V. M., Zveginzev V. I., Shiplyk A. N.** Design of a multimode axisymmetric nozzle for a hypersonic wind tunnel by methods of numerical optimization // Proc. of the 14th Intern. conf. on methods of aerophys. res., Novosibirsk, June 30 — July 6, 2008. [Электрон. ресурс]. Novosibirsk: ITAM, 2008. CD-ROM. ISBN 978-5-98901-040-0.