

бует значительных затрат машинного времени (для варианта с  $Re = 2000$  оно составило 15 ч), что говорит о необходимости совершенствования методов расчета подобного рода задач. В работе [15], проводимой в тесной связи с данной работой, удалось увеличить скорость счета задач с параметрами, близкими к параметрам рассмотренной выше задачи.

Авторы выражают глубокую благодарность В. Б. Либровичу и Л. А. Чудову за постоянное внимание к работе и ценные советы.

*Поступила в редакцию  
18/VII 1979*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K. Davis, G. Byram, W. Krumm. Forest Fire: Control and Use. New York — Toronto — London, McGraw — Hill, 1959.
2. M. P. Murgai, H. W. Emmons. J. Fluid Mechanics, 1960, 8, 4.
3. V. R. Morton. 11-th Symp. (Internat.) on Combust. Combustion Institute, 1965.
4. Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов. Аэродинамика среды при больших пожарах. Линейный пожар. Препринт ИХФ АН СССР. Черноголовка, 1977.
5. Возникновение лесных пожаров. М., Наука, 1964.
6. Э. Н. Валендик. Ветер и лесной пожар. М., Наука, 1968.
7. Ю. А. Гостинцев, С. С. Новиков, Л. А. Суханов. ФГВ, 1975, 11, 3.
8. М. В. Алексеев, А. Э. Аверсон, С. А. Абруков. Экспериментальное изучение процесса распространения пламени по поверхности твердых топлив. Чебоксары, ЧГУ, 1977.
9. В. И. Полежаев. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, 2.
10. В. И. Полежаев.— В сб.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. IV. М., Изд-во МГУ, 1971.
11. Г. М. Махвиладзе, С. Б. Щербак. Расчет конвективного движения газа над поверхностью горящего вещества. Препринт № 125 ИПМ АН СССР, 1979.
12. J. S. Turner. Annuals Review of Fluid Mechanics, 1969, 1, 29.
13. Дж. Тернер. Эффекты плавучести в жидкостях. М., Мир, 1977.
14. Л. А. Вулис, В. П. Кашкаров. Теория струй вязкой жидкости. М., Наука, 1965.
15. Г. М. Махвиладзе, С. Б. Щербак. Разностная схема для численного исследования нестационарных двумерных движений сжимаемого газа. Препринт № 113 ИПМ АН СССР, 1978.

### СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В ГАЗООБРАЗНОМ ОКИСЛИТЕЛЕ С ДОБАВКОЙ ИНЕРТНОГО ГАЗА

*А. Д. Лебедев, А. С. Соколов  
(Ленинград)*

В последнее время значительно возрос интерес к теоретическому анализу процессов горения прессованных порошков в газообразном окислителе. В работе [1] подробно исследовано влияние теплофизических и фильтрационных характеристик на структуру фронта и скорость распространения волны горения в неограниченной пористой среде. Некоторые выводы о характере влияния инертной составляющей газа на закономерности горения приведены в [2]. В настоящей работе изучена зависимость скорости распространения фронта пламени в газообразном окислителе с инертной добавкой от определяющих параметров пористой среды.

### Постановка задачи

Рассмотрим процесс горения бесконечного пористого образца в газообразном окислителе с добавкой инертного газа. Исходное давление окислителя предполагаем большим (сотни и тысячи атмосфер). Это условие является необходимым для распространения фронта самоподдерживающейся реакции.

В одномерной постановке задача о стационарном распространении волны горения сводится к совместному решению уравнений теплопроводности (энергии), движения смеси газов, учитывающих взаимную диффузию компонентов, и кинетического уравнения, характеризующего зависимость скорости реакции от температуры, давления окислителя и глубины превращения твердого реагента [2]

$$\begin{aligned} \lambda_{\Sigma} \frac{d^2 T}{dx^2} - [(c_m \rho_m + c_n \rho_n + c_v \rho) u + c_v \rho v] \frac{dT}{dx} + Q \rho_m^0 u \frac{d\eta}{dx} &= 0, \\ \rho \frac{dv}{dx} + (u + v) \frac{d\rho}{dx} &= - \mu \rho_m^0 u \frac{d\eta}{dx}, \\ \frac{d}{dx} \left( D \rho \frac{dc}{dx} \right) - \rho (u + v) \frac{dc}{dx} + (c - 1) \mu \rho_m^0 u \frac{d\eta}{dx} &= 0, \\ u \frac{d\theta}{dx} &= B (cp)^{\nu} (1 - \eta)^n \cdot \exp \left( - \frac{E}{RT} \right), \\ \frac{dp}{dx} &= - \frac{v}{k_{\Phi}}, \quad p = \frac{\rho RT}{Mm}, \quad 0 < \nu < 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x$  — координата;  $T$  — температура;  $\eta$  — глубина превращения твердого реагента;  $c$  — массовая концентрация окислителя в смеси газов;  $p$  — давление смеси газов;  $u$  — скорость распространения волны горения;  $v$  — среднемассовая скорость фильтрации;  $\rho$ ,  $\rho_n$  — плотность смеси газов и продукта в единице объема;  $\rho_m^0$ ,  $\rho_m$  — плотность твердого реагента в начальный и текущий моменты времени соответственно;  $\lambda_{\Sigma}$  — суммарный коэффициент теплопроводности твердой и газообразной фаз;  $c_m$ ,  $c_n$ ,  $c_v$  — удельные теплоемкости твердого реагента, продукта и смеси газов соответственно;  $Q$  — тепловой эффект реакции на единицу массы твердого реагента;  $D$ ,  $k_{\Phi}$  — коэффициенты диффузии и фильтрации;  $\mu$  — массовый стехиометрический коэффициент по окислителю;  $\nu$  — показатель скорости реакции по окислителю;  $n$  — порядок реакции;  $m$  — масса молекулы газа (предполагается, что массы молекул окислителя и инертной добавки одинаковы);  $E$  — энергия активации;  $B$  — предэкспонент;  $M$  — пористость среды.

При записи системы (1) предполагалось, что теплофизические и фильтрационные характеристики среды не зависят от температуры. Также считалось, что продукты реакции являются конденсированными веществами и пористость среды при горении не меняется. Граничные условия:

$$\begin{aligned} x = -\infty: T = T_0, p = p_0, c = c_0 < 1, \eta = 0; \\ x = +\infty: T = T_k, p = p_k, c(1 - \eta_k) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Условие  $c(1 - \eta_k) = 0$  означает существование двух режимов распространения волны горения: полного и неполного превращения. Если начальное содержание окислителя в порах образца больше стехиометрического  $c_0 \rho_0 > \mu \rho_m^0$ , то реализуется режим полного превращения:

$$c_k \neq 0, \eta_k = 1, \quad (3)$$

если  $c_0 \rho_0 < \mu \rho_m^0$ , то происходит неполное превращение:

$$c_k = 0, \eta_k < 1. \quad (4)$$

**Режим неполного превращения.** Уравнение теплопроводности с учетом сделанных предположений можно записать в виде

$$a \cdot d^2T/dx^2 - u \cdot dT/dx + qu \cdot d\eta/dx = 0,$$

где

$$a = \frac{\lambda_{\Sigma}}{c_M \rho_M^0 (1 + \gamma)}; \quad q = \frac{Q}{c_M (1 + \gamma)}; \quad \gamma = \frac{c_p \mu}{c_M} \eta_K + \frac{c_p \rho_K}{c_M \rho_M^0}.$$

Первые три уравнения системы (1) допускают понижение порядка, в результате получаем соотношения, связывающие начальные и конечные значения  $c$ ,  $\rho$ ,  $T$ :

$$T_K = T_0 + q\eta_K, \quad c_0 \rho_0 = \mu \rho_M^0 \eta_K, \quad \rho_K = (1 - c_0) \rho_0. \quad (5)$$

Поскольку в систему (1) пространственная координата  $x$  явно не входит, порядок системы можно понизить. После понижения порядка системы и перехода к безразмерным переменным получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dc}{d\tau} &= \frac{a}{D} \frac{(1 + \sigma - \tau)}{\sigma} \cdot \frac{(c_0 - c)(1 - c_0)zc}{\pi(1 - z - \tau)}, \\ \frac{d\pi}{d\tau} &= \frac{d_0}{\sigma} \frac{(1 - c_0 z)(1 + \sigma - \tau) - \pi\sigma}{\pi(1 - z - \tau)}, \\ -W^2 \frac{dz}{d\tau} &= \frac{(1 - \eta_K z)^n}{(1 - z - \tau)} \cdot (c\pi)^\nu \exp\left[-\frac{\beta\tau}{(1 + \sigma - \tau)}\right], \\ \tau = 0, \quad c = 0, \quad \pi &= (1 - c_0)(1 + \sigma)/\sigma, \quad z = 1, \\ \tau = 1, \quad c = c_0, \quad \pi &= 1, \quad z = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\tau = (T_K - T)/(T_K - T_0)$ ;  $\pi = p/p_0$ ;  $z = \eta/\eta_K$ ;  $\sigma = T_0/(T_K - T_0)$ ;  $d_0 = a/k_{\Phi} p_0$ ;  $\beta = E/RT_K$ ;  $W^2 = u^2 \frac{\eta_K}{\text{Var}_0^\nu} e^{\beta}$ . Величина  $W^2$  характеризует скорость распространения волны горения и является собственным значением задачи.

Так как система уравнений (6) не решается в квадратурах, будем проводить исследование приближенными методами.

Предположим, что химическая реакция сосредоточена в узком интервале температуры вблизи  $\tau = 0$  ( $\beta = E/RT_K \gg 1$ ). Тогда интегрирование кинетического уравнения приводит к следующему выражению для  $W^2$ :

$$\begin{aligned} W_1^2 &= I_1^{-1} \cdot \int_0^1 (c\pi)^\nu \exp\left[-\frac{\beta\tau}{(1 + \sigma - \tau)}\right] d\tau, \\ I_1 &= \int_0^1 (1 - z)(1 - \eta_K z)^{-n} dz. \end{aligned} \quad (8)$$

Для вычисления интеграла найдем приближенные выражения величин  $c$  и  $\pi$  в зоне реакции. Анализ системы уравнений (6) показывает, что в окрестности  $\tau = 0$   $c \sim \tau$ ,  $(1 - z) \sim \tau^\alpha$ ,  $\alpha < 1$ . Кроме того,  $(1 - c_0)z < 1$ , следовательно, числитель первого уравнения системы можно представить в виде

$$(c_0 - c)(1 - z) - (1 - c_0)zc \simeq (c_0 - c)(1 - z).$$

Заменяя в знаменателе  $\pi \simeq \pi_K$  и решая линейное дифференциальное уравнение, для концентрации окислителя получим

$$c \simeq c_0 \{1 - \exp[-a/D \cdot \tau/(1 - c_0)]\}. \quad (9)$$

Для нахождения приближенной зависимости  $\pi(\tau)$  в зоне горения имеем

$$\frac{1}{2} \frac{d\pi^2}{d\tau} \sim \frac{d_0}{\sigma} \cdot \frac{(1-c_0z)(1+\sigma) - \pi_k \sigma}{1-z} = \frac{d_0}{\sigma} c_0 (1+\sigma),$$

а с учетом граничного условия при  $\tau = 0$

$$\pi^2 = \frac{(1-c_0)^2 (1+\sigma)^2}{\sigma^2} + 2 \frac{d_0 c_0 (1+\sigma)}{\sigma} \tau. \quad (10)$$

Формулы (8)–(10) дают решение поставленной задачи для нахождения собственного значения  $W^2$ . Отметим, что при стремлении концентрации инертного газа к нулю ( $c_0 \rightarrow 1$ ) получаем решение, аналогичное решению работы [1], при этом  $\pi_k = 0$  следует понимать в смысле  $\pi_k \ll \pi_0$ .

Полученные выражения справедливы, вообще говоря, только при ограниченных значениях  $a/D$  и  $d_0$ , характеризующих отношение зоны прогрева к зонам диффузии и фильтрации соответственно. При  $d_0 \rightarrow \infty$   $W_1^2 \rightarrow \infty$  и при  $a/D$  получаем завышенное, хотя и ограниченное значение  $W_1^2$ . Это связано с тем обстоятельством, что при больших  $a/D$  и  $d_0$  зоны диффузии и фильтрации становятся сравнимыми с размерами зоны реакции, и соотношения (9), (10) несправедливы.

Рассмотрим случаи, когда параметры фильтрации и диффузии стремятся к нулю.

а)  $a/D \rightarrow \infty$ ,  $d_0 \rightarrow \infty$ . Из первого уравнения системы (6) имеем

$$c = c_0(1-z)/(1-c_0z).$$

Значение  $\pi$  определяется формулой (10). В результате получаем

$$W_2^2 = I_2^{-1} c_0^v \left[ \frac{2d_0 c_0 (1+\sigma)}{\sigma} \right]^{\frac{v}{2}} \left( \frac{1+\sigma}{\beta} \right)^{\frac{v}{2}+1} \exp(\delta_1) \Gamma\left(\frac{v}{2} + 1, \delta_1\right),$$

$$I_2 = \int_0^1 (1-z)^{1-v} (1-c_0z)^v (1-\eta_k z)^{-n} dz = \frac{F_1(i, -v, n, \bar{\varepsilon} - v, c_0, \eta_k)}{2-v}, \quad (11)$$

$$\delta_1 = \frac{(1-c_0)^2 \beta}{2\sigma c_0 d_0},$$

где  $F_1$  — гипергеометрическая функция [3];  $\Gamma(x, y)$  — неполная  $\Gamma$ -функция.

б)  $d_0 \rightarrow \infty$ ,  $a/d < \infty$ . Из второго уравнения системы (6) имеем

$$\pi = \frac{(1-c_0z)(1+\sigma-\tau)}{\sigma},$$

$$W_3^2 = I_3^{-1} \left[ \frac{c_0(1+\sigma)}{\sigma} \right]^v \frac{[1 - \exp(-\delta_2)]^{v+1}}{\delta_2 (v+1)} {}_2F_1\left(1 - \frac{\beta}{\delta_2(1+\sigma)}, v+1, v+2, 1 - \exp(-\delta_2)\right),$$

$$I_3 = \int_0^1 (1-z)(1-c_0z)^{-v} (1-\eta_k z)^{-n} dz = \frac{1}{2} F_1(1, v, n, \bar{\varepsilon}, c_0, \eta_k), \quad \delta_2 = \frac{a}{D(1-c_0)}. \quad (12)$$

в)  $a/D \rightarrow \infty$ ,  $d_0 \rightarrow \infty$ .

$$c\pi = \frac{c_0(1+\sigma-\tau)(1-z)}{\sigma},$$

$$W_4^2 = I_4^{-1} \left[ \frac{c_0(1+\sigma)}{\sigma} \right] \frac{(1+\sigma)}{\beta}, \quad (13)$$

$$I_4 = \int_0^1 (1-z)^{1-\nu} (1-\eta_K z)^{-n} dz = \frac{{}_2F_1(1, n, 3-\nu, \eta_K)}{2-\nu}.$$

Учитывая, что все значения скоростей получаются завышенными при вычислении реальной скорости, необходимо брать  $W = \min \{W_i\}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

На основе полученных формул можно сделать некоторые выводы о характере зависимости скорости распространения волны горения от параметров задачи. Увеличение концентрации окислителя приводит к росту скорости распространения фронта, что объясняется увеличением скорости тепловыделения в зоне горения. Улучшение диффузионных и фильтрационных характеристик среды (увеличение коэффициента диффузии  $D$  и коэффициента фильтрации  $k_\phi$ ) приводит к уменьшению скорости волны горения: рост  $D$  приводит к снижению количества окислителя в зоне горения, что уменьшает эффективную скорость химической реакции. Аналогично объясняется влияние увеличения  $k_\phi$ . Как уже указывалось в [1], подобная зависимость имеет место при распространении пламени в газах.

### Режим полного превращения

Первые интегралы системы (1) приводят к следующим соотношениям баланса:

$$T_K = T_0 + q, \quad \rho_K = \rho_0 - \mu \rho_M^0, \quad c_K \rho_K = c_0 \rho_0 - \mu \rho_M^0.$$

Как и в случае неполного превращения, система (1) допускает понижение порядка и после перехода к безразмерным величинам имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dc}{d\tau} &= \frac{a}{D} \frac{(1+\sigma-\tau)}{\sigma} \frac{[c_0 - c - (1-\alpha)(1-c)z]}{\pi(1-z-\tau)}, \\ \frac{d\pi}{d\tau} &= \frac{d_0}{(1-z-\tau)} \left\{ 1 - \frac{(1+\sigma-\tau)}{\pi\sigma} [1 - (1-\alpha)z] \right\}, \\ -W^2 \frac{dz}{d\tau} &= \frac{(1-z)^n}{(1-z-\tau)} (c\pi)^\nu \exp \left[ -\frac{\beta\tau}{(1+\sigma-\tau)} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \tau = 0: \quad c &= c_K = 1 - (1-c_0)/\alpha, \quad \pi = (1+\sigma)/\sigma \cdot \alpha, \quad z = 1, \\ \tau = 1: \quad c &= c_0, \quad \pi = 1, \quad z = 0, \end{aligned}$$

где  $\alpha = 1 - \mu \rho_M^0 / \rho_0$ .

Разложим  $c$  и  $\pi$  в окрестности  $\tau = 0$  в ряд по степеням  $\tau$ :

$$\begin{aligned} c &= c_K + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{(1-c_0)}{\alpha} \frac{a}{D} \tau + \dots, \\ \pi &= \pi_K + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} d_0 \tau + \dots \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$c\pi = c_K \pi_K + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left[ \frac{(1-c_0)}{\alpha} \pi_K \frac{a}{D} + c_K d_0 \right] \tau + \dots \equiv c_K \pi_K + \gamma \cdot \tau + \dots \quad (15)$$

Для скорости распространения фронта имеем следующую формулу:

$$W_1^2 = (2-n) \gamma^n \left( \frac{1+\sigma}{\beta} \right)^{\nu+1} \exp(\kappa_1) \Gamma(\nu+1, \kappa_1), \quad (16)$$

где  $\kappa_1 = \beta / (1+\sigma) \cdot c_K \pi_K / \gamma$ . Эта формула, также как и (8)–(10), неверна при больших  $a/D$  и  $d_0$ . В случае предельных значений коэффициентов фильтрации и диффузии получаем следующие выражения:

a)  $a/D \rightarrow \infty$ ,  $d_0 < \infty$ .

$$c = \frac{c_0 - (1 - \alpha)z}{1 - (1 - \alpha)z},$$

$$W_2^2 = I_5^{-1} \left[ \frac{(1 - \alpha)d_0}{\alpha} \right]^v \left( \frac{1 + \sigma}{\beta} \right)^{v+1} \exp(\kappa_2) \Gamma(v + 1, \kappa_2), \quad (17)$$

$$I_5 = \int_0^1 (1 - z)^{1-n} \left[ \frac{1 - (1 - \alpha)z}{c_0 - (1 - \alpha)z} \right]^v dz, \quad \kappa_2 = \frac{\beta \pi_{\kappa} \alpha}{(1 + \sigma)(1 - \alpha)d_0}.$$

б)  $d_0 \rightarrow \infty$ ,  $a/D < \infty$ .

$$\pi = \frac{(1 + \sigma - \tau)}{\sigma} [1 - (1 - \alpha)z],$$

$$W_3^2 = I_6^{-1} \left( \frac{1 + \sigma}{\sigma} \right)^v \left( \frac{1 + \sigma}{\beta} \right)^{v+1} \left[ \frac{(1 - \alpha)(1 - c_0)a}{\alpha^2 D} \right]^v \exp(\kappa_3) \Gamma(v + 1, \kappa_3), \quad (18)$$

$$I_6 = \int_0^1 \frac{(1 - z)^{1-n}}{[1 - (1 - \alpha)z]} dz, \quad \kappa_3 = \frac{D}{a} \frac{\beta}{(1 + \sigma)(1 - \alpha)} \frac{c_0 \alpha^2}{(1 - c_0)}.$$

в)  $d_0 \rightarrow \infty$ ,  $a/D \rightarrow \infty$ .

$$c\pi = \frac{(1 + \sigma - \tau)}{\sigma} [c_0 - (1 - \alpha)z],$$

$$W_4^2 = I_7^{-1} \left( \frac{1 + \sigma}{\sigma} \right)^v \left( \frac{1 + \sigma}{\beta} \right)^v, \quad I_7 = \int_0^1 \frac{(1 - z)^{1-n}}{[c_0 - (1 - \alpha)z]^v} dz. \quad (19)$$

Таким образом, вычисляя для каждого конкретного случая  $W_i$  и выбирая  $W = \min \{W_i\}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , находим по формуле

$$u^2 = W \text{Var}_0^v \exp(-\beta) \quad (20)$$

значение истинной скорости распространения волны горения. Зависимость скорости распространения фронта от диффузионных и фильтрационных параметров качественно такая же, как и в случае режима неполного превращения.

### Предельные случаи

1. Представляется интересным сравнить режим неполного превращения (I) при  $\eta_{\kappa} \rightarrow 1$  и полного превращения (II) при  $c_0 \rightarrow (1 - \alpha) \times (c_{\kappa} \rightarrow 0)$ . Ограничимся случаем конечных  $a/D$  и  $d_0$ . Из (16) (случай I) при  $c_{\kappa} \rightarrow 0$  получаем

$$W_1^2 = (2 - n) \left[ \frac{c_0(1 + \sigma)}{\sigma} \frac{a}{D} \right]^v \left( \frac{1 + \sigma}{\beta} \right)^{v+1} \Gamma(v + 1).$$

Выражение (8) с учетом (9), (10) при  $\eta_{\kappa} \rightarrow 1$  (случай II) дает

$$W_1^2 = (2 - n)c_0^v \int_0^1 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{a\tau}{D(1 - c_0)}\right) \right]^v \left[ \pi_{\kappa}^2 + \right. \\ \left. + 2 \frac{d_0 c_0 (1 + \sigma)}{\sigma} \tau \right]^{\frac{v}{2}} \exp\left(-\frac{\beta\tau}{1 + \sigma}\right) d\tau.$$

Нетрудно убедиться, что, если в последней формуле ограничиться частным случаем  $a/D(1 - c_0) \leq 1$  и  $\pi \approx \pi_{\kappa}$ , эти выражения совпадают.

$d_0$	$a/D$					
	0,1	0,3	1,0	5,0	20,0	100,0
0,4	$\frac{0,160}{0,158}$ (8)*	$\frac{0,209}{0,204}$ (8)*	$\frac{0,269}{0,263}$ (8)*	$\frac{0,338}{0,327}$ (8)*	$\frac{0,363}{0,351}$ (11)*	$\frac{0,363}{0,358}$ (11)*
	$\frac{0,179}{0,173}$ (16)**	$\frac{0,199}{0,187}$ (16)**	$\frac{0,241}{0,218}$ (16)**	$\frac{0,330}{0,275}$ (17)**	$\frac{0,330}{0,312}$ (17)**	$\frac{0,330}{0,327}$ (17)**
	$\frac{0,164}{0,159}$ (8)	$\frac{0,209}{0,207}$ (8)	$\frac{0,269}{0,266}$ (8)	$\frac{0,345}{0,332}$ (8)	$\frac{0,369}{0,356}$ (11)	$\frac{0,369}{0,363}$ (11)
0,3	$\frac{0,179}{0,173}$ (16)	$\frac{0,199}{0,187}$ (16)	$\frac{0,241}{0,218}$ (16)	$\frac{0,331}{0,276}$ (17)	$\frac{0,331}{0,312}$ (17)	$\frac{0,331}{0,327}$ (17)
	$\frac{0,173}{0,162}$ (8)	$\frac{0,226}{0,211}$ (8)	$\frac{0,290}{0,273}$ (8)	$\frac{0,361}{0,343}$ (8)	$\frac{0,385}{0,369}$ (11)	$\frac{0,385}{0,376}$ (11)
	$\frac{0,180}{0,174}$ (16)	$\frac{0,200}{0,188}$ (16)	$\frac{0,244}{0,218}$ (16)	$\frac{0,333}{0,277}$ (17)	$\frac{0,333}{0,314}$ (17)	$\frac{0,333}{0,328}$ (17)
5,0	$\frac{0,198}{0,168}$ (8)	$\frac{0,257}{0,218}$ (8)	$\frac{0,330}{0,285}$ (8)	$\frac{0,408}{0,368}$ (8)	$\frac{0,429}{0,401}$ (11)	$\frac{0,429}{0,409}$ (11)
	$\frac{0,184}{0,178}$ (16)	$\frac{0,203}{0,191}$ (16)	$\frac{0,243}{0,222}$ (16)	$\frac{0,340}{0,281}$ (16)	$\frac{0,345}{0,320}$ (17)	$\frac{0,345}{0,335}$ (17)
	$\frac{0,215}{0,171}$ (12)	$\frac{0,281}{0,223}$ (12)	$\frac{0,362}{0,293}$ (12)	$\frac{0,455}{0,387}$ (12)	$\frac{0,485}{0,429}$ (13)	$\frac{0,485}{0,442}$ (13)
20,0	$\frac{0,198}{0,182}$ (16)	$\frac{0,213}{0,196}$ (16)	$\frac{0,249}{0,222}$ (16)	$\frac{0,342}{0,287}$ (16)	$\frac{0,365}{0,329}$ (19)	$\frac{0,365}{0,346}$ (19)
	$\frac{0,215}{0,171}$ (12)	$\frac{0,281}{0,224}$ (12)	$\frac{0,362}{0,295}$ (12)	$\frac{0,455}{0,396}$ (12)	$\frac{0,485}{0,447}$ (13)	$\frac{0,485}{0,463}$ (13)
	$\frac{0,204}{0,186}$ (18)	$\frac{0,222}{0,199}$ (18)	$\frac{0,269}{0,228}$ (18)	$\frac{0,353}{0,290}$ (18)	$\frac{0,365}{0,334}$ (19)	$\frac{0,365}{0,353}$ (19)

\* Параметры по всем первым дробям:  $c_0=0,8$ ,  $\delta=0,3$ ,  $\nu_K=0,1$ ,  $\beta=15$ ,  $\eta=0,7$ ,  $\nu=0,5$ .

\*\* Параметры по всем вторым дробям:  $c_0=0,8$ ,  $\delta=0,3$ ,  $\beta=15$ ,  $\eta=0,5$ ,  $\nu=0,5$ ,  $\nu=0,5$ .

2. Рассмотрим случай отсутствия инертной составляющей газа. Тогда в обоих режимах  $W_1 = W_2$  и  $W_3 = W_4$ . В результате получаем следующие соотношения:

$$W_{II}^2 = \min \times \left\{ \begin{array}{l} (2-n) \left[ \frac{(1-\alpha)d_0}{\alpha_j} \right]^v \left( \frac{1+\sigma}{\beta} \right)^{v+1} \exp \left[ \frac{\alpha^2 \beta}{\sigma(1-\alpha)d_0} \right] \Gamma \left( v+1, \frac{\alpha^2 \beta}{\sigma(1-\alpha)d_0} \right), \\ I_6^{-1} \left( \frac{1+\sigma}{\sigma} \right)^v \frac{(1+\sigma)}{\beta}, \end{array} \right\} \quad (21)$$

$$W_I^2 = \min \left\{ \begin{array}{l} I_1^{-1} \left[ \frac{2d_0(1+\sigma)}{\sigma} \right]^{\frac{v}{2}} \left( \frac{1+\sigma}{\beta} \right)^{\frac{v}{2}+1} \Gamma \left( \frac{v}{2} + 1 \right), \\ I_4^{-1} \left( \frac{1+\sigma}{\sigma} \right)^v \frac{(1+\sigma)}{\beta}. \end{array} \right\} \quad (22)$$

Формулы (21) и (22) соответствуют результатам, полученным в работе [1].

Системы уравнений (6) и (14) решались на ЭВМ методом Рунге — Кутты. Сравнение приближенных формул с точными значениями, полученными в результате вычислений на ЭВМ, приведены в таблице (приближенные значения, полученные по формулам (8)—(13) и (16)—(19), представлены в числителе дроби, здесь же указан номер формулы). Из таблицы видно, что аналитические формулы являются удовлетворительным приближением для вычисления скорости распространения волны горения.

Поступила в редакцию  
30/VII 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов, Б. С. Сеплярский, ФГВ, 1976, 12, 3, 323.
2. А. П. Алдушин, Б. С. Сеплярский. Теория фильтрационного горения пористых металлических образцов. Препринт ОИХФ. Черноголовка, 1977.
3. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. Т. 1, 2. М., Наука, 1973.

### ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ГОРЕНИИ ПОРОХА В ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

К. В. Волков, В. А. Сибилев  
(Москва)

Рассмотрение горения порохов в замкнутом объеме [1] приводит к следующему дифференциальному уравнению, описывающему зависимость давления продуктов горения от времени:

$$dp = f\Delta / (1 - \alpha\Delta) \cdot \kappa / e_1 \cdot u_1 \cdot S / S_0 p dt, \quad (1)$$

где  $f = RT$  — сила пороха;  $T$  — температура образующихся при горении газов;  $\Delta = \omega / V$  — плотность заряжания;  $\omega$  — вес пороха;  $V$  — объем полости;  $\alpha$  — коволюм пороховых газов;  $\kappa$  — коэффициент формы пороха;