

Эти изменения носят общий характер и справедливы, например, в случае, когда все сечения столкновений сравнимы между собой. При выполнении условий (4.1) вкладом $y_{\alpha j}$ и $\Phi_{\alpha j}$ в W , Y_{β} и χ_{α} можно пренебречь. Для $\bar{K}_{\beta} \sim P_{\beta} \sim R \sim 1$, когда приведенное выше решение несправедливо и пригодно только для оценок, с помощью (4.4) и измененных с учетом (4.5)—(4.7) выражений для W , Y_{β} и χ_{α} можно показать, что возмущение $f_{\beta 0}$ здесь является конечным и вносит конечные поправки в скорость реакции и населенности энергетических уровней. Так как $\Phi_{\alpha j}$ пропорциональны $(H - 1)$, возмущение не меняет константу равновесия диссоциации. Согласно (4.4), величина $\Phi_{\alpha j}$ убывает пропорционально $B_{\beta} B_{\alpha}^{-1}$ при уменьшении E_{α} .

В заключение автор выражает благодарность В. С. Галкину, М. Н. Когану и Е. Г. Колесниченко за полезные замечания при обсуждении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелешин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980.
2. Колесниченко Е. Г., Лосев С. А. Кинетика релаксационных процессов в движущихся средах. — В кн.: Химия плазмы. М.: Атомиздат, 1979, вып. 6.
3. Макашев Н. К. Неравновесные явления в газодинамике и сильновозбужденные молекулы. — Учен. зап. ЦАГИ, 1984, т. 15, № 2.
4. Keck J., Carrier G. Diffusion theory of nonequilibrium dissociation and recombination. — J. Chem. Phys., 1965, v. 43, N 7.
5. Ступоченко Е. В., Сафарян М. Н. К диффузионной теории термического распада двухатомных молекул. — Теорет. и эксперим. химия, 1966, т. 2, вып. 6.
6. Kuznetsov N. M., Samusenko A. M. Thermal dissociation of diatomic molecules with bound electronically excited states. — J. Chem. Phys., 1982, v. 68, N 3.
7. Koura K. Nonequilibrium velocity distribution and dissociation rate in dissociation of diatomic molecules. — J. Chem. Phys., 1976, v. 64, N 9.
8. Колесниченко Е. Г., Гефтер В. М. О применении метода Энского—Чепмена для вывода гидродинамических уравнений для химически реагирующих газов. — ТВТ, 1974, т. 12, № 6.
9. Kolker H. J. Nonequilibrium effects in recombination-dissociation kinetics. II. — Z. für Naturforsch., 1968, Bd 23 a, N. 8.
10. Ферцигер Дж., Кауер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.

Поступила 7/VIII 1984 г.

УДК 538.323

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО УСКОРЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ

С. А. Калихман

(Чебоксары)

В настоящее время перспективные устройства для исследования высокоскоростных соударений — электромагнитные ускорители, использующие силовое воздействие импульсного электромагнитного поля на проводники с током. В режиме разделения источников ускоряющего магнитного поля и тока в метаемом проводнике возможно разгонять цилиндрические проводники до скоростей, превышающих 12 км/с [1]. Ранее [2] расчет режимов ускорения проводился в предположении независимости плотности тока в проводнике от ускоряющего магнитного поля. Однако, как показал анализ переходных электромагнитных процессов при взаимодействии импульсного магнитного поля с цилиндрическим проводником [3], предельная по условиям нагрева плотность тока существенно зависит от величины индукции ускоряющего магнитного поля. В данной работе анализируются режимы электродинамического ускорения цилиндрических проводников с учетом диффузии как собственного, так и внешнего импульсного магнитного поля в проводник.

В качестве расчетной примем идеализированную двумерную модель, в которой бесконечно длинный проводник с аксиальным током i находится в однородном поперечном ускоряющем магнитном поле индукцией B . Будем считать ток и индукцию магнитного поля изменяющимися во времени по соотношениям

$$B = B_0[1 - \exp(-t/T)], \quad i = i_0[1 - \exp(-t/T)]\eta(t - t_0),$$

где $\eta(t - t_0)$ — единичная функция [4].

Данные зависимости могут быть реализованы при питании от индуктивных накопителей с высокой добротностью, когда постоянная времени затухания тока в контуре накопителя много больше времени ускорения [5]. Близкие зависимости имеют место при питании от емкостного накопителя с активным замыкателем нагрузки [6]. Введение временной задержки t_0 позволяет более полно использовать величину индукции магнитного поля, что, как будет показано далее, позволяет в некоторых режимах получить прибавку к скорости.

Считая задачу линейной, применим к соотношениям [3] интеграл Дюамеля [4]. Беря в качестве критерия допустимого нагрева «интеграл тока» $I = \int_0^t j^2 dt$ [6], найдем в относительных единицах выражение для предельной по условиям нагрева средней плотности аксиального тока:

$$(1) \quad j_0^* = \left[-4\beta\alpha_2 + \sqrt{16\beta^2\alpha_2^2 - \alpha_1(16\beta^2\alpha_3 - 1)} \right] / \alpha_1,$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_1 = & \int_{\tau_0}^{\tau_1} \left\{ \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} M_m e^{-\xi_m^2(\tau-\tau_0)} \right] \left(1 - e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} \right) + e^{-\frac{\tau_0}{T_1}} \left(1 - e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} \right) + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} L_m \left[e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} - e^{-\xi_m^2(\tau-\tau_0)} \right] \right\}^2 d\tau; \\ \alpha_2 = & \int_{\tau_0}^{\tau_1} \left\{ \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} M_m e^{-\xi_m^2(\tau-\tau_0)} \right] \left(1 - e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} \right) + \right. \\ & \left. + e^{-\frac{\tau_0}{T_1}} \left(1 - e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} L_m \left[e^{-\frac{\tau-\tau_0}{T_1}} - e^{-\xi_m^2(\tau-\tau_0)} \right] \right\} \left[- \sum_{n=1}^{\infty} N_n \left(e^{-\frac{\tau}{T_1}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - e^{-\xi_n^2\tau} \right) \sin \varphi \right] d\tau; \end{aligned}$$

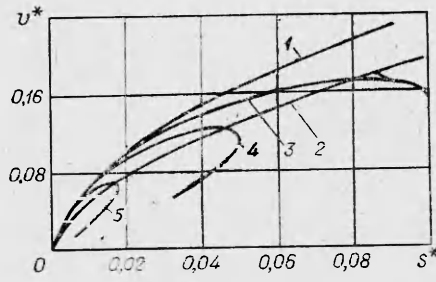
$$\alpha_3 = \int_0^{\tau_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \left(e^{-\frac{\tau}{T_1}} - e^{-\xi_n^2\tau} \right) \sin \varphi \right]^2 d\tau; \quad M_m = \frac{J_0(\varepsilon\xi_m)}{J_0(\xi_m)};$$

$$L_m = M_m / (\xi_m^2 T_1 - 1); \quad N_n = J_1(\varepsilon\xi_n) / [J_1(\xi_n)(\xi_n^2 T_1 - 1)];$$

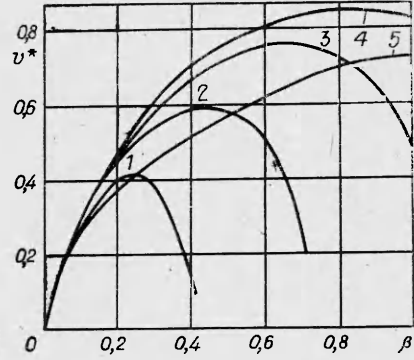
$$j_0^* = j_0/j_1; \quad \beta = B_0/B_1; \quad \tau = t/t_1; \quad \tau_0 = t_0/t_1, \quad T_1 = T/t_1;$$

$$\varepsilon = \frac{r}{a}; \quad j_0 = \frac{i_0}{\pi a^2}; \quad j_1 = \sqrt{\frac{I_1}{a^2 \sigma \mu_0}}; \quad B_1 = \sqrt{\frac{I_1 \mu_0}{\sigma}}; \quad t_1 = a^2 \sigma \mu_0;$$

I_1 — предельное значение «интеграла тока» [6]; σ — проводимость материала проводника; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м; r, φ — координаты точки сечения цилиндра, в которой «интеграл тока» достигает предельного значения; $\xi_{m,n} = a\sqrt{\gamma_{m,n}}$; $\gamma_{m,n}$ — корни уравнений; $J_1(a\sqrt{\gamma_m}) = 0$; $J_0(a\sqrt{\gamma_n}) = 0$; J_0, J_1 — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядка; a — радиус проводника.



Р и с. 1



Р и с. 2

Из уравнения движения для предельной по условиям нагрева скорости и перемещения в момент времени τ_1 найдем

$$(2) \quad v^* = j_0^* \beta f_1(\tau_1, \tau_0, T_1), \quad s^* = j_0^* \beta f_2(\tau_1, \tau_0, T_1)$$

где

$$v^* = v/v_1; \quad s^* = s/s_1; \quad v_1 = I_1 a \mu_0 / \gamma; \quad s_1 = v_1 t_1;$$

γ — плотность материала проводника;

$$f_1 = \tau_1 - \tau_0 - 2T_1 \left(e^{-\frac{\tau_0}{T_1}} - e^{-\frac{\tau_1}{T_1}} \right) + T_1 \left(e^{-\frac{2\tau_0}{T_1}} - e^{-\frac{2\tau_1}{T_1}} \right) / 2;$$

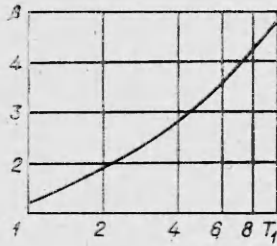
$$f_2 = (\tau_1^2 - \tau_0^2) / 2 + 2T_1^2 \left(e^{-\frac{\tau_0}{T_1}} - e^{-\frac{\tau_1}{T_1}} \right) - T_1^2 \left(e^{-\frac{2\tau_0}{T_1}} - e^{-\frac{2\tau_1}{T_1}} \right) / 4 -$$

$$- (\tau_1 - \tau_0) \left(\tau_0 + 2T_1 e^{-\frac{\tau_0}{T_1}} - T_1 e^{-\frac{2\tau_0}{T_1}} \right) / 2.$$

Из физических соображений следует, что должны существовать некоторые оптимальные с точки зрения максимума скорости значения индукции ускоряющего магнитного поля, постоянной времени нарастания поля и тока. Действительно, с ростом параметра β и уменьшением T_1 увеличиваются токи, индуцированные в проводнике, что приводит к усиленному нагреву и уменьшению предельной по условиям нагрева скорости. При малых значениях β уменьшается величина ускоряющей силы, вследствие чего происходит уменьшение скорости даже при значительной допустимой по условиям нагрева плотности тока. Аналогично уменьшение параметра T_1 , что соответствует большим крутизнам тока и поля, усиливает поверхностный эффект и уменьшает допустимую плотность тока, а значит, и скорость. Рост T_1 ведет к вылету тела из зоны ускорения на фронте ускоряющей силы и уменьшению скорости.

Результаты расчетов по соотношениям (1), (2) для точки $r = a$, $\varphi = -\pi/2$, где нагрев максимален, приведенные на рис. 1 ($T_1 = 5$; $\tau_0 = 0$; $1 - \beta = 2,6$; $2 - 1$; $3 - 3,8$; $4 - 4,2$; $5 - 5,0$) и рис. 2 ($s^* = 1,5$; $\tau_0 = 0$; $1 - T_1 = 0$; $2 - 0,1$; $3 - 0,4$; $4 - 0,8$; $5 - 10$), подтверждают вышеописанный механизм взаимодействия ускоряющего магнитного поля с проводником. Для значений параметров β , s^* , T_1 , при которых нагрев проводника определяется токами, индуцированными ускоряющим магнитным полем, могут иметь место два режима ускорения (два значения допустимой по условиям нагрева плотности тока): «быстрый», характеризующийся большей скоростью, и «медленный», с большим временем ускорения, меньшими плотностью тока и скоростью. Вследствие сильного влияния индуцированных токов нарушается монотонность роста скорости при увеличении пути ускорения и наблюдается максимум скорости (см. рис. 1).

При уменьшении индуцированных токов при росте параметра T_1 и снижении параметра β монотонно возрастает скорость с увеличением пу-



Р и с. 3

ти ускорения. Граничные значения T_1 и β , при которых отсутствует максимум скорости для случая $\tau_0 = 0$, приведены на рис. 3.

Рассмотрим влияние начальной фазы (τ_0 — время задержки) тока в проводнике относительно момента включения ускоряющего магнитного поля. Введение начальной фазы позволяет разделить во времени процессы диффузии ускоряющего и собственного магнитных полей в проводник,

что ведет к уменьшению нагрева и увеличению средней допустимой по условиям нагрева плотности аксиального тока. При этом оказывается возможным снизить индуцированные токи путем увеличения параметра T_1 , обеспечивая ускорение вблизи амплитудного значения индукции соответствующим выбором τ_0 . Результаты расчетов рис. 4 (сплошные линии — $\tau_0 = 0$, штриховые — $\tau_0 = 16$; $T_1 = 5$; 1 — $\beta = 1$; 2 — 2,4; 3 — 3,0; 4 — 3,3) показывают существенное (на $\sim 100\%$) увеличение скорости. Таким образом, для электродинамических ускоряющих устройств оптимальным является режим, при котором в начале обеспечивается медленная диффузия ускоряющего магнитного поля, а затем быстрое нарастание тока в проводнике.

Определим значение параметра β , при котором скорость для заданного пути ускорения наибольшая. Решение задачи сводится к исследованию на максимум функции [7]

$$\Phi = v^*(\beta) + \lambda [s_1^* - s^*(\beta)]^2$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа; s_1^* — заданный путь ускорения в относительных единицах.

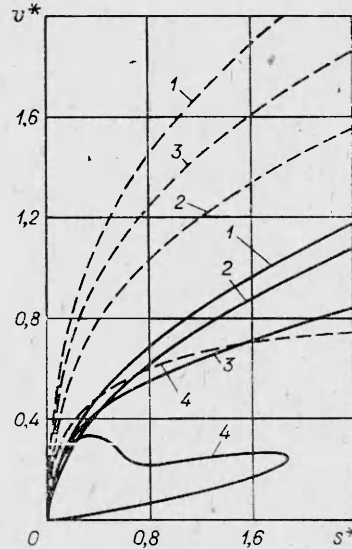
Дифференцируя Φ по β с учетом соотношения (2) и приравнявая производную нулю, после несложных, но громоздких преобразований найдем

$$\beta_0 = \left[\frac{-\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2 \sqrt{\alpha_1\alpha_3}}{32\alpha_3(\alpha_2^2 - \alpha_1\alpha_3)} \right]^{1/2}$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ рассчитываются так же, как в соотношении (1).

Анализ показывает, что для $\beta = \beta_0$ в широком диапазоне значений параметра T_1 (в наших расчетах $T_1 \in [5, 200]$) и при $\tau_0 \approx 3T_1$ скорость меняется не более чем на 20%.

Вышеуказанное малое изменение скорости при варьировании параметра T_1 — следствие того, что для $\tau_0 = 3T_1$ ускорение практически происходит по достижении индукцией и током своих амплитудных значений. Влияние поверхностного эффекта и индуцированных токов приводит к росту β_0 при увеличении T_1 и соответствующему уменьшению β_0 при уменьшении T_1 . Однако для $T_1 \geq 5$ в момент включения аксиального тока в ускоряемом проводнике индуцированные полем токи успевают в значительной степени затухнуть. Вследствие этого для рассматри-



Р и с. 4

ваемых режимов влияние индуцированных токов незначительное и зависимость β_0 от T_1 слабая, чем и объясняются полученные результаты для скорости. Таким образом, в практике реализации режимов ускорения необходимо добиваться $\beta = \beta_0$, $T_1 \geq 5$ и $\tau_0 = 3T_1$.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить признательность В. Н. Бондалетову за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агарков В. Ф., Блохинцев А. А. и др. О возможности применения электромагнитных ускорителей для исследования процессов, возникающих при высокоскоростном соударении твердых тел.— ПМТФ, 1982, № 5.
2. Агарков В. Ф., Бондалетов В. Н. и др. Ускорение проводников до гиперзвуковых скоростей в импульсном магнитном поле.— ПМТФ, 1974, № 3.
3. Калихман С. А. Переходные электромагнитные процессы при взаимодействии импульсного магнитного поля с цилиндрическим проводником.— Электричество, 1981, № 9.
4. Лаврентьев М. А., Шабат В. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
5. Дашук П. Н., Зайенц С. Л., Комельков В. С. и др. Техника больших импульсных токов и магнитных полей/Под ред. В. С. Комелькова. М.: Атомиздат, 1970.
6. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968.

Поступила 14/IX 1984 г.

УДК 532.54 : 541.13

ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПО ТРУБАМ

Ю. Д. Шихмурзаев

(Москва)

Известно, что при течении по трубам слабопроводящие жидкости, например углеводороды, приобретают некоторый электрический заряд [1—4]. В результате появляется опасность возникновения электрических разрядов и взрывов в трубопроводах и резервуарах [1, 5]. В связи с этим представляет интерес определение зависимости максимального тока электризации при течении слабопроводящей жидкости по трубе от размеров трубы, свойств жидкости и параметров течения.

Возникновение в среде объемного заряда связано с идущими на поверхности трубы электрохимическими реакциями, в которые вступают ионы растворенной в жидкости примеси электролитной природы [2, 4]. Ток электризации, т. е. заряд, выносимый жидкостью в единицу времени из трубы заданной длины, зависит, вообще говоря, от констант скоростей поверхностных реакций. В данной работе рассматривается предельный случай, когда в поверхностной реакции участвуют ионы одного знака, причем реакция идет бесконечно быстро. Ток электризации при этом определяется скоростью подвода ионов к поверхности трубы. В [6] эта задача рассматривалась для труб малого диаметра, когда характерная толщина возникающего диффузионного пограничного слоя мала по сравнению с дебаевским радиусом жидкости. Было показано, что при этом в нулевом приближении по малому параметру, равному отношению толщины диффузионного пограничного слоя к радиусу трубы, можно пренебречь влиянием электрического поля на движение ионов и задача сводится к решению уравнения конвективной диффузии.

В данной работе исследуется электризация жидкости, когда толщина диффузионного пограничного слоя и дебаевский радиус жидкости одного порядка и влияние возникающего электрического поля на движение ионов существенно. Предполагается, что дебаевский радиус жидкости r_D мал по сравнению с радиусом трубы a , $\delta = r_D/a \ll 1$. Рассмотрены случаи полной и слабой диссоциации примеси. В последнем предполагается, что в жидкости могут протекать объемные электрохимические реакции: идущая с постоянной скоростью диссоциация молекул примеси и рекомбинация ионов, скорость которой считается пропорциональной произведению их концентраций.