

УДК 536.24.01

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОГО ПО СФЕРЕ КОНУСА С УЧЕТОМ ВДУВА ГАЗА-ОХЛАДИТЕЛЯ

В. И. Зинченко, А. Я. Кузин

Томский государственный университет, 634050 Томск

Произведена идентификация процессов тепломассообмена затупленного по сфере конуса со сверхзвуковым потоком воздуха с учетом перетекания тепла по обводу и вдува газа-охладителя с использованием методов решения двумерных прямых и обратных задач. Показаны пределы применимости общепринятых одномерных подходов и метода тонкой стенки для восстановления тепловых потоков к обтекаемому телу во всем рассматриваемом временном диапазоне.

При сверхзвуковом обтекании летательных аппаратов перетекание тепла по обводу и вдув газа-охладителя с поверхности служат эффективным средством снижения температуры поверхности в области высоких тепловых нагрузок [1–4]. Для определения теплового потока и температуры широко используется решение сопряженных [5, 6] и обратных [7, 8] задач теплообмена. Совместное решение прямых (ПЗ) и обратных (ОЗ) задач теплообмена в двумерной постановке [9] повышает достоверность результатов и способствует углублению физических представлений об исследуемых процессах. Для решения нелинейных неоднородных обратных задач теплообмена с учетом вдува и сложной геометрии обтекаемых летательных аппаратов предпочтительнее использовать регуляризованные численные методы [9]. В работе [9], посвященной восстановлению тепловых потоков при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере конуса, показана необходимость решения двумерной обратной задачи теплопроводности для ряда теплопроводных материалов в областях, где имеет место существенное изменение теплового потока  $q_w(s)$  вдоль образующей. Такое поведение  $q_w(s)$  при наличии вдува газа с ограниченного участка поверхности наблюдается в области за участком вдува, где реализуется режим тепловой завесы, отвечающий при определенных условиях максимальным значениям тепловых потоков и температур поверхности. Следовательно, необходимо использовать модели, учитывающие перетекание тепла вдоль образующей, и оценку общепринятых одномерных подходов при решении обратной задачи восстановления теплового потока и температуры поверхности.

В настоящей работе рассмотрено решение задачи идентификации процессов теплообмена при сверхзвуковом обтекании потоком воздуха затупленного по сфере конуса с учетом перетекания тепла по обводу и вдува газа-охладителя с поверхности сферического затупления. Методами решения прямых и обратных задач исследовано влияние теплофизических характеристик материала, интенсивности расхода вдуваемого газа, двумерности процессов теплопереноса на характеристики нестационарного теплообмена.

**1. Физическая и математическая постановка прямой и обратной задач.** Рассматривается прогрев затупленного по сфере конуса при осесимметричном обтекании

сверхзвуковым потоком воздуха. Для описания процессов теплопереноса в пористой сферической оболочке с учетом допущения одномерности процесса фильтрации вдуваемого газа в направлении к поверхности используется уравнение сохранения энергии в естественной системе координат

$$R_N^2 \rho_1 c_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{H_1 r} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{r}{H_1} \lambda_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( r H_1 \lambda_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \right) \right] + (\rho v)_w \frac{R_N r_w}{r H_1} c_{pg} \frac{\partial T}{\partial n}, \quad 0 < n < \frac{L}{R_N}, \quad 0 < \xi \leq \xi_1. \quad (1.1)$$

Для конической части тела уравнение теплопроводности имеет вид

$$R_N^2 \rho_2 c_2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( r \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( r \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial n} \right) \right], \quad 0 < n < \frac{L}{R_N}, \quad \xi_1 < \xi < \xi_b. \quad (1.2)$$

Начальные и граничные условия записываются следующим образом:

$$T(0, \xi, n) = T_H(\xi, n), \quad 0 \leq n \leq L/R_N, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_b; \quad (1.3)$$

$$[(\alpha/c_p)_1 (H_r - h_w)] \Big|_{n=0} - \varepsilon \sigma T_w^4 \Big|_{n=0} = - \frac{\lambda_1 (1 - \varphi)}{R_N} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=+0}, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1; \quad (1.4)$$

$$[(\alpha/c_p)_2 (H_r - h_w)] \Big|_{n=0} - \varepsilon \sigma T_w^4 \Big|_{n=0} = - \frac{\lambda_2}{R_N} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=+0}, \quad \xi_1 < \xi \leq \xi_b; \quad (1.5)$$

$$\frac{\lambda_1 (1 - \varphi)}{R_N} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=L/R_N} = (\rho v)_w c_{pg} \frac{r_w}{(r H_1)_{w1}} (T_g - T_{w1}), \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1; \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=L/R_N} = 0, \quad \xi_1 < \xi \leq \xi_b; \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad (1.8)$$

$$\frac{\lambda_1 (1 - \varphi)}{H_1} \frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_1-0} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_1+0}; \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_b} = 0. \quad (1.10)$$

В (1.1)–(1.10)  $T$  — температура;  $n = \bar{n}/R_N$ ,  $\xi = s/R_N$  — поперечная и продольная безразмерные пространственные координаты;  $t$  — время;  $r = (r_w/R_N) - n \cos(\pi/2 - \xi)$ ,  $H_1 = 1 - n$  — коэффициенты Ламе;  $R_N$  — радиус затупления сферической части;  $L$  — толщина оболочки;  $\xi_1 = \pi/2 - \beta$ ,  $\beta$  — угол конусности;  $r_w/R_N = \sin \xi$  для сферической части;  $r_w/R_N = \sin \xi_1 + (\xi - \xi_1) \sin \beta$  для конической части;  $\rho$  — плотность;  $c_{pg}$  — коэффициент удельной теплоемкости газа;  $c$  — коэффициент удельной теплоемкости твердого тела;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $(\rho v)_w$  — расход газа-охлаждителя;  $\varphi$  — пористость;  $H_r$  — энтальпия восстановления;  $h_w$  — энтальпия газа на стенке;  $\varepsilon$  — степень черноты;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Индекс  $w$  соответствует величинам на поверхности оболочки  $n = 0$ ;  $w1$  — на внутренней поверхности оболочки; 1, 2 — теплофизическим характеристикам сферической и конической частей;  $g$  — газовой фазе пористой сферической оболочки;  $n, k$  — начальному и конечному состояниям.

В пограничном слое рассматривается смешанный режим течения: ламинарный на пористой сферической оболочке в окрестности точки торможения, турбулентный на остальной части сферической оболочки и конусе. Используется распространенная модель точечного перехода от ламинарного режима течения к турбулентному, причем точка перехода

задается с учетом проведенных параметрических расчетов задачи прогрева оболочки в сопряженной постановке, когда в газовой фазе применялись точные уравнения пограничного слоя [3].

Коэффициент теплоотдачи на пористой сферической оболочке при условии вдува воздуха в воздушный набегающий поток определяется по формуле [10]

$$(\alpha/c_p)_1 = (\alpha/c_p)_1^0 \exp\left(-\zeta_0 \frac{(\rho v)_w(\xi)}{(\alpha/c_p)_1^0(\xi)}\right), \quad (1.11)$$

где  $(\alpha/c_p)_1^0$  — коэффициент теплоотдачи в отсутствие вдува;  $\zeta_0$  — коэффициент, равный 0,37 и 0,6 для ламинарного и турбулентного режимов соответственно.

Коэффициент теплоотдачи в завесной зоне на конической части с учетом обработки, предложенной в [11], имеет вид

$$(\alpha/c_p)_2 = (\alpha/c_p)_2^0(1 - \zeta_1 b^{\zeta_2}). \quad (1.12)$$

Здесь  $(\alpha/c_p)_2^0$  — коэффициент теплоотдачи в отсутствие вдува;  $b$  — безразмерный параметр, который характеризует отношение суммарной массы вдуваемого газа к произведению коэффициента теплообмена в рассматриваемом сечении  $z$  в отсутствие вдува на площадь поверхности конуса от  $z_1$  до текущего значения  $z$  ( $z$  — осевая цилиндрическая координата);  $\zeta_1, \zeta_2$  — константы, определяемые из сравнения с результатами решения сопряженной задачи [3].

Если закон расхода газа на сфере берется в виде

$$(\rho v)_w(\xi) = (\rho v)_w(0)(1 + a \sin^2 \xi) \quad (a = \text{const}),$$

то

$$b = \frac{2(\rho v)_w(0)[1 - \cos \xi_1 + a(2/3 - \cos \xi_1 + (1/3) \cos^3 \xi_1)]}{(z - z_1)(\cos \beta)^{-1}[2 \sin(\pi/2 - \beta) + \text{tg } \beta(z - z_1)](\alpha/c_p)_2^0}.$$

Коэффициенты теплоотдачи в отсутствие вдува определяются с использованием данных [12]. На сферической части для ламинарного режима течения

$$(\alpha/c_p)_1^0(\xi) = (0,55 + 0,45 \cos 2\xi)(\alpha/c_p)_1^0(0), \quad (\alpha/c_p)_1^0(0) \approx 1,05 U_\infty^{1,08} (\rho_\infty / R_N)^{0,5}, \quad (1.13)$$

для турбулентного

$$\begin{aligned} (\alpha/c_p)_1^0(\xi) &= (3,75 \sin \xi - 3,5 \sin^2 \xi)(\alpha/c_p)_1^0(\xi_*), \\ (\alpha/c_p)_1^0(\xi_*) &\approx 16,4 U_\infty^{1,25} \rho_\infty^{0,8} R_N^{-0,2} (1 + h_w / H_{e0})^{-2/3}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

На конической части для турбулентного режима течения

$$(\alpha/c_p)_2^0(\xi) = 2,2(P_e/P_{e0})(u_e/v_m)k^{-0,4}(r_w/R_N)^{-0,2}(\alpha/c_p)_1^0(\xi_*). \quad (1.15)$$

Величина  $H_r$  при ламинарном режиме течения определяется по формуле

$$H_r = H_{e0}[(P_e/P_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + \sqrt{Pr}(u_e/v_m)^2], \quad (1.16)$$

а при турбулентном — по формуле

$$H_r = H_{e0}[(P_e/P_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + \sqrt[3]{Pr}(u_e/v_m)^2]. \quad (1.17)$$

Распределение давления на поверхности тела, отнесенное к значению давления торможения, для сферы рассчитывается по формуле [13]

$$(P_e/P_{e0})(\xi) = 1 - 1,17 \sin^2 \xi + 0,225 \sin^6 \xi, \quad (1.18)$$

а для конуса в виде таблицы берется из [14]. Энтальпия на поверхности для воздуха  $h_w = 965,5T_w + 0,0735T_w^2$ .

В (1.13)–(1.17) используются следующие величины:  $H_{e0} = h_\infty[1 + (\gamma - 1)M_\infty^2/2]$ ;  $u_e/v_m = \sqrt{1 - (P_e/P_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma}}$ ;  $v_m = \sqrt{2H_{e0}}$ ;  $k = (\gamma - 1 + 2/M_\infty^2)/(\gamma + 1)$ ;  $U_\infty$  — скорость движения, км/с;  $\rho_\infty$  — плотность в набегающем потоке, кг/м<sup>3</sup>;  $R_N$  — радиус сферического затупления, м;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $M$  — число Маха;  $Pr$  — число Прандтля; индексы  $e, e0$  соответствуют величинам на внешней границе пограничного слоя и внешней границе в точке торможения,  $\infty$  — в набегающем потоке.

Двумерная прямая задача заключается в отыскании температурного поля  $T(\xi, n, t)$  в области  $D = \{(\xi, n, t): 0 \leq \xi \leq \xi_b, 0 \leq n \leq L/R_N, 0 < t \leq t_k\}$ , удовлетворяющего уравнениям (1.1), (1.2), начальному и граничным условиям (1.3)–(1.10) с соотношениями (1.11)–(1.18).

Если конвективный тепловой поток из газовой фазы  $q_w(\xi, t) = (\alpha/c_p)(H_r - h_w)$  неизвестен и требуется найти этот тепловой поток и поле температур  $T(\xi, n, t)$  в области  $D = \{(\xi, n, t): 0 \leq \xi \leq \xi_b, 0 \leq n < L/R_N, 0 < t \leq t_k\}$  по известному дополнительному условию

$$T(\xi, L/R_N, t) = T_{w1}(\xi, t), \quad (1.19)$$

то имеем постановку двумерной граничной ОЗ. По найденным тепловому потоку  $q_w(\xi, t)$  и температуре  $T_w(\xi, t)$  находится суммарный тепловой поток в твердое тело  $Q_w(\xi, t) = q_w - \varepsilon\sigma T_w^4$ .

**2. Алгоритмы решения прямой и обратной задач.** Как и в [9], для решения двумерной ПЗ использовался метод расщепления по пространственным переменным  $n, \xi$ . Полученные в результате расщепления одномерные уравнения решались итерационно-интерполяционным методом [5, 8] с итерациями по коэффициентам. Итерации заканчивались по достижении заданной точности определения температуры.

Для удобства изложения алгоритма решения двумерной ОЗ уравнения (1.1), (1.2) представим в общем виде

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( F_\xi \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( F_n \frac{\partial T}{\partial n} \right) = -K \frac{\partial T}{\partial n} + C \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.1)$$

где вид коэффициентов  $F_\xi, F_n, K, C$  определяется постановкой задачи.

С использованием аппроксимации производных из [15] для нахождения температуры в  $(l, k)$ -м пространственном узле получено рекуррентное соотношение

$$B_{l,k}^j T_{l,k}^j = F_{l,k}^j, \quad l = \overline{0, L}, \quad j = \overline{1, M}. \quad (2.2)$$

Здесь

$$B_{l,k}^j = \frac{F_{nl,k+1}^j + F_{nl,k}^j}{2h_n^2} - \frac{K_{l,k+1}^j}{2h_n}; \quad F_{l,k}^j = C_{l,k+1}^j \frac{T_{l,k+1}^j - T_{l,k+1}^{j-1}}{h_t} - \frac{(F_{nl,k+2}^j + F_{nl,k+1}^j)(T_{l,k+2}^j - T_{l,k+1}^j) - F_{nl,k+1}^j - F_{nl,k}^j}{2h_n^2} - \frac{K_{l,k+1}^j T_{l,k+2}^j}{2h_n} - \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( F_\xi \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \right]_{l,k+1}^j.$$

При вычислении производной по  $\xi$  в узлах разностной сетки шаг  $h_\xi$  брался переменным, а на границах области  $\xi = 0$  и  $\xi = \xi_b$  учитывались условия (1.8), (1.10). Здесь и в дальнейшем  $L, K, M$  — число узлов разностной сетки по  $\xi, n, t$ ;  $h_\xi, h_n, h_t$  — соответствующие шаги по этим переменным.

Нелинейное соотношение (2.2) служит для нахождения температуры на  $k$ -й пространственной линии по известной температуре на  $(k+1)$ -й и  $(k+2)$ -й линиях. Полученная

температура уточняется с помощью итераций по коэффициентам. В качестве начального приближения используется известная температура на  $(k + 1)$ -й линии. Процесс счета начинается с определения температуры на  $(K - 2)$ -й линии. Температура на  $K$ -й линии задается экспериментальной функцией  $T_{w1}(\xi, t)$  из (1.19), а на  $(K - 1)$ -й линии определяется из конечно-разностного аналога условий (1.6), (1.7). Последовательно применяя соотношение (2.2) для  $(K - 2)$ ,  $(K - 3)$ , ..., 0-й линий, находим температурное поле во всей области  $D$  и суммарный тепловой поток  $Q_w(\xi, t)$ .

Изложенный метод решения ОЗ относится к классу прямых численных методов (ПЧМ) [7]. В качестве естественных параметров регуляризации в нем выступают шаги по пространственным переменным и времени. Возможности ПЧМ существенно расширяются, если при первичной обработке исходных данных и проведении расчетов использовать интерполирующие и аппроксимирующие одно- и двумерные кубические сплайны [16], сглаживание и т. д.

ПЧМ при необходимости удачно дополняют регуляризирующие численные методы [15]. В этом случае алгоритм расчета строится следующим образом. При определении температуры на  $k$ -й пространственной линии поэтапно производится регуляризация по  $t$  и  $\xi$ . На первом этапе для (2.2) записывается функционал А. Н. Тихонова в виде

$$\Psi_{l,k}^j(\alpha) = \sum_{j=1}^M (B_{l,k}^j T_{l,k}^j - F_{l,k}^j)^2 + \frac{\alpha k_1}{h_t^2} \sum_{j=1}^M (T_{l,k}^j - T_{l,k}^{j-1})^2 + \frac{\alpha k_2}{h_t^4} \sum_{j=1}^M (T_{l,k}^{j+1} - 2T_{l,k}^j + T_{l,k}^{j-1})^2, \quad (2.3)$$

$$l = \overline{0, L}.$$

После минимизации (2.3) по всем  $T_{l,k}^j$  ( $j = \overline{1, M}$ ) для определения температуры в  $(l, k)$ -м пространственном узле получена система нелинейных алгебраических уравнений с симметричной пятидиагональной положительно-определенной матрицей, коэффициенты которой приведены в [15]. Эта система решается методом немонотонной прогонки с итерациями по коэффициентам. За начальное приближение берется известная температура в  $(l, k + 1)$ -м пространственном узле. Итерационный процесс заканчивается по достижении заданной точности определения температуры. Эта процедура последовательно применяется для определения температуры во всех узлах  $k$ -й линии.

На втором этапе используется функционал А. Н. Тихонова в виде

$$\Omega_{l,k}^j(\alpha) = \sum_{l=0}^L (B_{l,k}^j T_{l,k}^j - F_{l,k}^j)^2 + \alpha k_3 \sum_{l=0}^{L-1} (T_{l+1,k}^j - T_{l,k}^j) / h_{\xi l}^2 + 4\alpha k_4 \sum_{l=0}^L [T_{l+1,k}^j h_{\xi l-1} / h_{\xi l} - T_{l,k}^j (1 + h_{\xi l-1} / h_{\xi l}) + T_{l-1,k}^j]^2 h_{\xi l-1}^{-2} (h_{\xi l-1} + h_{\xi l})^{-2}, \quad j = \overline{1, M}. \quad (2.4)$$

В функционалах (2.3), (2.4)  $\alpha$  — параметр регуляризации;  $k_1, k_2, k_3, k_4$  — некоторые неотрицательные числа.

В результате минимизации (2.4) по всем  $T_{l,k}^j$  ( $l = \overline{0, L}$ ) для определения температуры на  $k$ -й пространственной линии в  $j$ -й момент времени получена система нелинейных алгебраических уравнений с симметричной пятидиагональной положительно-определенной матрицей, аналогичная приведенной в [15]. Она также решается методом немонотонной прогонки с итерациями по коэффициентам. В качестве начального приближения здесь используется температура, найденная на первом этапе решения ОЗ. Применяя указанную процедуру последовательно для всех моментов времени, определяется регуляризованная температура  $T_{l,k}^j$  ( $l = \overline{0, L}, j = \overline{1, M}$ ) на  $k$ -й линии. Затем осуществляется переход на  $(k - 1)$ -ю линию, и процесс расчета повторяется до тех пор, пока не будет найдена температура на поверхности тела. По известному полю температур в области  $D$  определяется

тепловой поток  $Q_w(\xi, t)$ . Выбор наилучшего приближения осуществляется по принципу невязки [15, 17]. Уравнение невязки решается методом хорд.

**3. Результаты численных расчетов.** Численное исследование теплообмена затупленного по сфере конуса с углом полураствора  $\beta = 5^\circ$  проводилось для определяющих параметров из [3]:  $M_\infty = 5$ ,  $R_N = 0,0508$  м,  $P_{e0} = 3,125 \cdot 10^5$  Па. Остальные значения параметров:  $U_\infty = 1600$  м/с,  $\rho_\infty = 0,131$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma = 1,4$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $c_p = 1024$  Дж/(кг · К),  $H_{e0} = 1,536 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $L = 2,159 \cdot 10^{-3}$  м,  $T_H = 288$  К,  $\varepsilon = 0,7$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>),  $\zeta_1 = 0,12$ ,  $\zeta_2 = 0,165$ ,  $\varphi = 0,1$ ,  $(\rho v)_w = 3$  кг/(м<sup>2</sup> · с). В качестве материалов оболочки использовались медь ( $\lambda = 386$  Вт/(м · К),  $\rho = 8950$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 376$  Дж/(кг · К)) и сталь ( $\lambda = 20$  Вт/(м · К),  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 600$  Дж/(кг · К)).

На рис. 1, 2 приведены результаты решения ПЗ. На рис. 1, а, б даны соответственно распределения температуры поверхности и тепловых потоков при обтекании непроницаемой медной оболочки (сплошные кривые) и при наличии постоянного вдува  $(\rho v)_w(\xi) = 3$  кг/(м<sup>2</sup> · с) с учетом (штриховые кривые) и без учета (крестики) перетекания тепла по обводу тела в различные моменты времени. На рис. 1, а линии 1–5 соответствуют моментам времени  $t = 0; 2; 10; 30; 200$  с, причем линии 5 отвечают стационарному режиму; на рис. 1, б линии 1–3 соответствуют моментам времени  $t = 0,1; 2; 10$  с. Одновременно рассчитывалась радиационная равновесная температура поверхности  $T_{wp}$ , показанная на рис. 1, а, 2, а штрихпунктирными кривыми. В отсутствие вдува  $T_{wp}$  определялась из

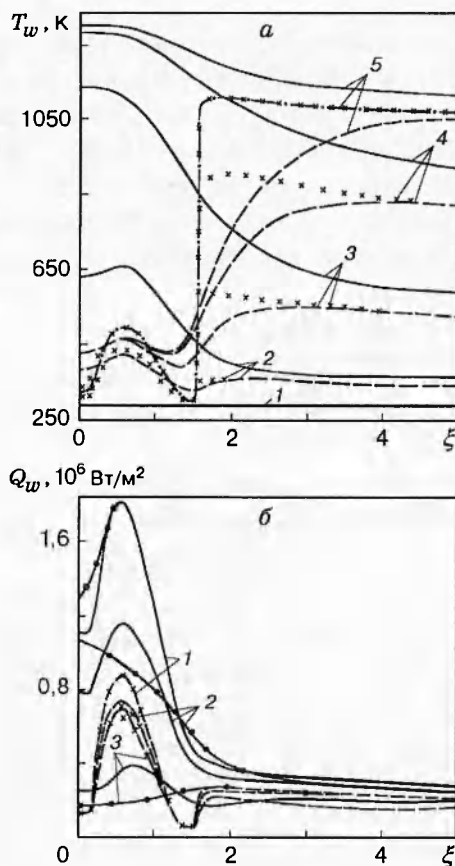


Рис. 1

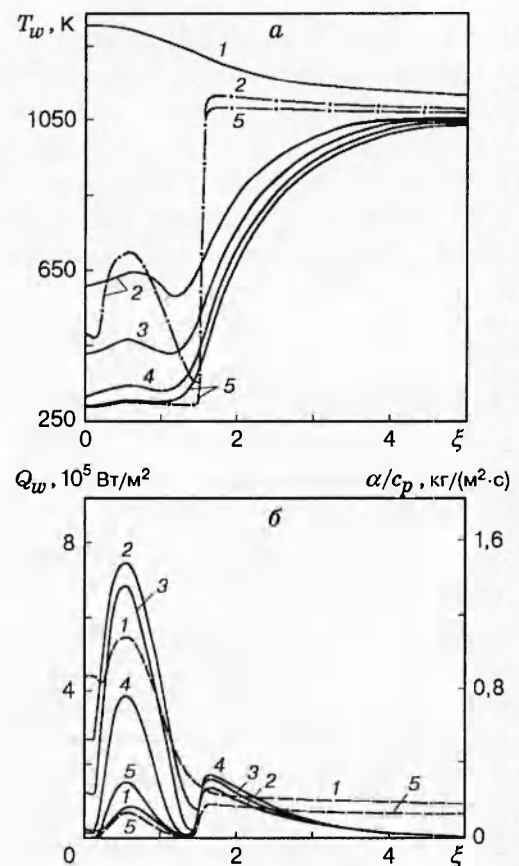


Рис. 2



нелинейного соотношения

$$q_w(\xi, t) - \varepsilon \sigma T_{wp}^4 = 0, \quad (3.1)$$

а при наличии вдува с поверхности сферического затупления находилась из условия сохранения энергии на поверхности с учетом стационарного решения для тонкой пористой оболочки

$$q_w(\xi, t) - \varepsilon \sigma T_{wp}^4 = (\rho v)_w c_{pg} (T_{wp} - T_n). \quad (3.2)$$

Без учета перетекания тепла по обводу стационарная температура поверхности как в отсутствие, так и при наличии вдува совпадает с радиационной равновесной температурой поверхности (кривые 5 на рис. 1, *a*), что подтверждает достоверность результатов расчетов.

Как видно на рис. 1, вдув существенно снижает температуру поверхности и тепловой поток. Это снижение наиболее значительно в области сферического затупления. За участком вдува реализуется режим тепловой завесы, и максимальная температура оболочки достигается на конической поверхности. Для теплопроводных материалов происходит выравнивание температуры оболочки за счет перетекания тепла с периферийной части конуса на сферическое затупление. Неучет двумерности процессов теплопереноса при наличии вдува приводит к большому различию температур поверхности. Например, для  $t = 200$  с при  $\xi = 1,6$  это различие составляет примерно 530 К. На периферийной части конуса различие в тепловых потоках и температурах поверхности, рассчитанных по одно- и двумерной математическим моделям, становится незначительным.

На рис. 2, *a, б* показано влияние интенсивности вдува на распределение стационарных температуры и теплового потока по обводу. Линии 1–5 соответствуют  $(\rho v)_w(\xi) = 0; 1,626; 3; 6; 10$  кг/(м<sup>2</sup> · с). Как и следовало ожидать, с увеличением вдува происходит уменьшение температуры поверхности и теплового потока. При увеличении интенсивности вдува с 1,626 до 10 кг/(м<sup>2</sup> · с) стационарная температура поверхности на сферической части уменьшается примерно на 300 К и совпадает с температурой вдуваемого газа на большей части затупления, а тепловой поток снижается в 5 раз. Для  $(\rho v)_w(\xi) = 0; 10$  кг/(м<sup>2</sup> · с) различие в стационарных температурах на сферической части достигает уже 1000 К. На периферии конической части различие в значениях стационарной температуры уменьшается и составляет примерно 50 К. Немонотонная зависимость величины  $Q_w$  от расхода  $(\rho v)_w$  (например, кривая 1 на рис. 2, *б*, лежащая ниже кривых со вдувом) обусловлена влиянием температуры поверхности на суммарный тепловой поток. В то же время коэффициент теплоотдачи монотонно снижается в зависимости от вдува для различных сечений  $\xi$ . На рис. 2, *б* штриховыми линиями 1, 5 обозначены распределения коэффициента теплоотдачи  $\alpha/c_p$  вдоль образующей  $\xi$  для  $(\rho v)_w(\xi) = 0; 10$  кг/(м<sup>2</sup> · с) соответственно. Видно, что в области пористого сферического затупления вдув почти в 9 раз уменьшает максимум коэффициента теплоотдачи.

На рис. 2, *a* штрихпунктирными линиями 2, 5 показано распределение радиационной равновесной температуры для  $(\rho v)_w(\xi) = 1,626; 10$  кг/(м<sup>2</sup> · с) соответственно. Максимальное различие в значениях этой температуры на сферической части составляет примерно 400 К, на конической части это различие незначительно. В области тепловой завесы на конической части оболочки температура  $T_w$  значительно ниже температуры  $T_{wp}$  вследствие перетекания тепла на сферическую часть.

На рис. 3 представлены результаты сравнения решений ОЗ (штриховые и пунктирные линии) с точным решением (сплошные линии) для моментов времени  $t = 1; 10$  с (линии 1, 2) при расходе газа  $(\rho v)_w(\xi) = 3$  кг/(м<sup>2</sup> · с). В качестве «точного» решения выступало решение двумерной ПЗ, а найденная из решения ПЗ температура на тыльной поверхности оболочки использовалась в качестве входной «экспериментальной» температуры  $T_{w1}(\xi, t)$

при решении ОЗ. Пунктирными линиями показано решение серии одномерных ОЗ по обводу тела. На рис. 3 видно, что решение двумерной ОЗ (штриховые линии) является устойчивым и хорошо согласуется с «точным» решением. Погрешность определения теплового потока составляет примерно 4–5%, а температуры — менее 1%. Тепловой поток  $Q_w$ , полученный из решения одномерных ОЗ по обводу тела (пунктирные линии), может отличаться от «точного» на несколько десятков процентов с изменением качественного поведения вблизи стыка сфера — конус при  $\xi \approx 1,48$ . Увеличение толщины оболочки с 2,159 до 10 мм приводит к незначительному увеличению погрешности  $T_w(\xi, t)$  и  $Q_w(\xi, t)$  из решения двумерной ОЗ (до 1 и 8–10% соответственно).

Исследовался вопрос о правомерности использования широко распространенного метода тонкой стенки [10] для определения теплового потока на поверхности высокотеплопроводных материалов с учетом вдува. Согласно этому методу суммарный тепловой поток на стенке в отсутствие вдува определяется по формуле

$$Q_w(\xi, t) = q_w(\xi, t) - \varepsilon \sigma T_w^4 = \rho c L \frac{dT_w}{dt}, \quad (3.3)$$

а при наличии вдува

$$Q_w(\xi, t) = \rho c L \frac{dT_w}{dt} + (\rho v)_w c_{pg} (T_w - T_g). \quad (3.4)$$

Тепловой поток  $Q_w(\xi, t)$ , рассчитанный по формулам (3.3), (3.4), на рис. 1, б; 3 изображен сплошной линией с точками.

Проведенные численные исследования показали, что для стальной непроницаемой оболочки, обладающей слабой теплопроводностью, тепловой поток  $Q_w(\xi, t)$ , рассчитанный по формуле (3.3), хорошо (в пределах 3–5%) согласуется с «точным» тепловым потоком. Для медной непроницаемой оболочки, имеющей высокую теплопроводность, различие в тепловых потоках на сферической части может составлять более 50% (линии 2, 3 на рис. 1, б). В моменты времени, близкие к начальному, формула (3.3) дает небольшую погрешность определения теплового потока (линия 1 на рис. 1, б).

Расчет теплового потока на поверхности медной проницаемой оболочки по формуле (3.4) увеличивает погрешность его определения (рис. 3) и для  $t \geq 1$  с делает применение этой формулы нецелесообразным. Для малых  $t$  погрешность определения  $Q_w$  по формуле (3.4) уменьшается. Так, при  $t = 0,2$  с погрешность определения максимума суммарного теплового потока составляет примерно 5–6%, что позволяет использовать метод тонкой

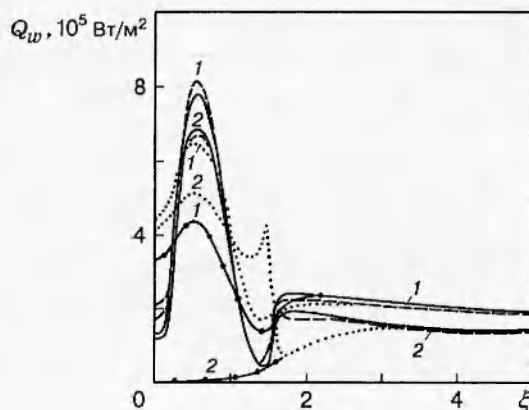


Рис. 3

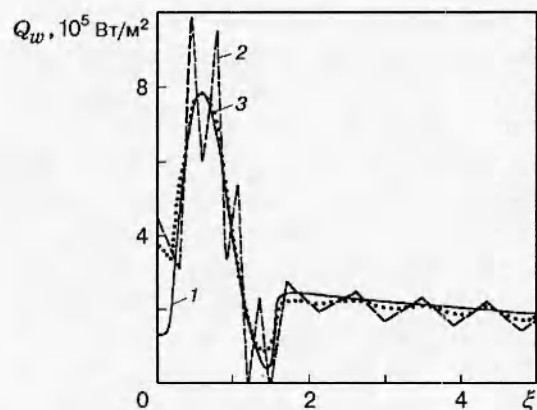


Рис. 4



стенки в моменты времени, близкие к начальному. В то же время методы решения двумерных ОЗ позволяют с большой точностью восстанавливать тепловой поток  $Q_w(\xi, t)$  во всем диапазоне изменения времени процесса, что очень важно, поскольку коэффициент теплоотдачи  $\alpha/c_p$  связан с условиями и режимом обтекания, геометрией тела и может существенно зависеть от температуры поверхности и ее производной  $\partial T_w/\partial \xi$  [5].

Исследовалось влияние ошибок в исходной температуре  $T_{w1}(\xi, t)$  на решение двумерной ОЗ. С этой целью на указанную температуру накладывались возмущения, распределенные по  $\xi$  по «пилообразному» закону с отклонением 1% от текущего значения температуры. В результате численных расчетов показано, что в этом случае даже с помощью ПЧМ удастся восстановить температуру поверхности  $T_w(\xi, t)$  с погрешностью, не превышающей 1–2%. В то же время погрешность определения теплового потока  $Q_w(\xi, t)$  может достигать 25–30%. На рис. 4 для момента времени  $t = 1$  с показаны распределения тепловых потоков по обводу. Здесь сплошная линия 1 соответствует «точному» тепловому потоку, штриховая и пунктирная линии 2, 3 — тепловым потокам, полученным из решения ОЗ ПЧМ без учета и с учетом предварительного сглаживания исходной температуры  $T_{w1}(\xi, t)$  по методу А. Н. Тихонова с выбором параметра регуляризации по методу невязки [17]. Видно, что зависимость теплового потока 2 носит неустойчивый характер, и, наоборот, сглаживание позволяет получить устойчивую зависимость теплового потока, хорошо согласующуюся с «точной».

С увеличением толщины оболочки с 2,159 до 10 мм погрешность определения  $T_w(\xi, t)$  возрастает до 5%, а теплового потока — в 10 раз. Тем не менее численные расчеты показали, что и в этом случае использование ПЧМ и сглаживания исходной температуры позволяет получить устойчивые зависимости температуры и теплового потока с погрешностями, не превышающими 5 и 20% соответственно.

Таким образом, с использованием решения ПЗ показана эффективность применения высокотеплопроводных материалов и вдува газа-охладителя с поверхности сферического затупления для снижения максимальных тепловых потоков и температур поверхности. Предложен и реализован метод решения двумерной ОЗ. Показано, что этот метод позволяет с хорошей точностью восстанавливать тепловой поток к обтекаемому телу, в то время как методы тонкой стенки и одномерных ОЗ дают большую погрешность в его определении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Башкин В. А., Решетько С. М. О максимальной температуре затупления с учетом теплопроводности // Учен. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 5. С. 53–59.
2. Башкин В. А., Решетько С. М. Температурный режим затупленных клиньев и конусов в сверхзвуковом потоке с учетом теплопроводности материала стенки // Учен. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21, № 4. С. 11–17.
3. Зинченко В. И., Катаев А. Г., Якимов А. С. Исследование температурных режимов обтекаемых тел при вдуве газа с поверхности // ПМТФ. 1992. № 6. С. 57–64.
4. Зинченко В. И., Лаева В. И., Сандрыкина Т. С. Расчет температурных режимов обтекаемых тел с различными теплофизическими характеристиками // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 106–114.
5. Зинченко В. И. Математическое моделирование сопряженных задач тепломассообмена. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1985.
6. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
7. Алифанов О. М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988.

8. Гришин А. М., Кузин А. Я., Миков В. Л. и др. Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987.
9. Зинченко В. И., Кузин А. Я. Идентификация процессов теплообмена при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере конуса методами решения обратных задач теплопроводности // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 6. С. 105–112.
10. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
11. Харченко В. Н. Теплообмен в гиперзвуковом турбулентном пограничном слое при вдуве охлаждающего газа через щель // Теплофизика высоких температур. 1972. № 1. С. 101–105.
12. Землянский Б. А., Степанов Г. Н. О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 5. С. 173–177.
13. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. П. Гиперзвуковое обтекание сферы равновесно диссоциирующим воздухом // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1966. Т. 6, № 1. С. 121–129.
14. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. М.: Наука, 1970. Ч. 2.
15. Кузин А. Я. Регуляризованное численное решение нелинейной двумерной обратной задачи теплопроводности // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 1. С. 106–112.
16. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
17. Алифанов О. М., Занцев В. К., Панкратов Б. М. и др. Алгоритмы диагностики тепловых нагрузок летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1983.

*Поступила в редакцию 1/VII 1997 г.,  
в окончательном варианте — 3/XI 1997 г.*

---