

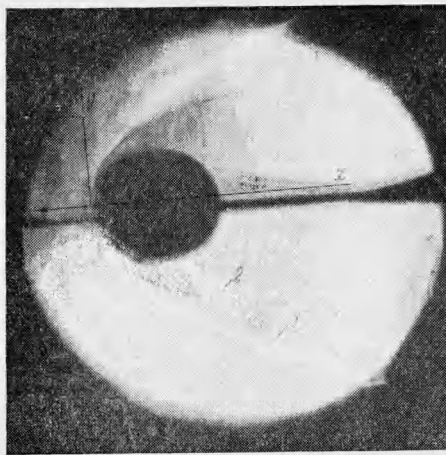
ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Н. М. Уравнение состояния продуктов детонации гексогена. Ж. физ. химии, 1961, т. 35, № 7.
2. Cook M. A. An equation of state for gases at extremely high pressures and temperatures from the hydrodynamic theory of detonation. J. Chem. Phys., 1947, v. 15, No. 7, p. 518. Cook M. A. Fugacity determinations of the products of detonation. J. Chem. Phys., 1948, v. 16, No. 11, p. 1081.
3. Murgai M. P. Equation of state from the theory of detonation. J. Chem. Phys., 1956, v. 24, No. 3, p. 635.
4. Schmidt A. Über die detonation von Sprengstoffen und die Beziehung zwischen Dichte und Detonationsgeschwindigkeit. Z. ges. Schiess- und Spreng., 1935, H. 30, S. 964; 1936, H. 31, S. 38, 80, 114, 149.
5. Стесик Л. Н., Акимова Л. Н. Зависимость скорости детонации от начальной плотности заряда. Сб. «Физика взрыва», 1956, № 5, Изд-во АН СССР.
6. Friederich W. Über die detonation der Sprengstoffe. Z. ges. Schiess- und Spreng., 1933, H. 28, S. 2, 51, 80, 113.
7. Стесик Л. Н., Акимова Л. Н. Косвенный метод оценки ширины зоны реакции в детонационной волне. Ж. физ. химии, 1959, т. 33, № 8, стр. 1762.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ ПОМОЩИ ПЛОХООБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

М. П. Самозванцев (Москва)

Одной из проблем, возникающих при реализации сверхзвукового горения, является стабилизация стационарных детонационных волн при помощи каких-либо тел, находящихся в сверхзвуковом потоке горючей смеси [1]. В имеющихся теоретических работах [2, 3] предполагается, что горючая смесь сгорает сразу же за ударной волной, т. е. задержка воспламенения отсутствует, и детонационная волна представляет бесконечно тонкую поверхность. Из указанного предположения следует, что сильная детонационная волна, возникающая около передней части плохообтекаемого тела, должна в процессе ослабления превратиться в детонационную волну Чепмена — Жуге, которая, таким образом, стабилизируется при помощи этого тела.



Фиг. 1. Вырождение детонационной волны в стехиометрической смеси водорода с воздухом: 1 — ударная волна, 2 — фронт пламени; $D = 20$ мм, $P_1 = 0,25$ атм, $T_1 = 300^\circ$ К, $M_1 = 5,53$ [4]

Однако в результате экспериментального исследования было обнаружено [4], что хотя около передней части сферы диаметром $D = 20$ мм возникает сильная детонационная волна, но, вопреки ожидаемому, она не превращается в волну Чепмена — Жуге, а распадается на ударную волну и ламинарный фронт пламени (фиг. 1).

Ниже для объяснения этого экспериментального факта привлекается к рассмотрению кинетика процесса горения, которая в данном случае характеризуется задержкой воспламенения горючей смеси.

Будем рассматривать явление в системе координат, связанной со сферой, и обозначим параметры течения перед ударной волной, за ударной волной, перед фронтом пламени и за фронтом пламени индексами 1, 2, 3, 4 соответственно. Индексом n обозначим параметры течения, определяемые по проекции скорости движения газа на нормаль к

образующей ударной волны или фронта пламени. Геометрия течения показана на фиг. 2. При рассмотрении необходимым условием реализации детонации Чепмена — Жуге является возникновение теплового кризиса в какой-либо точке за фронтом пламени, т. е. число Маха $M_{n4} = 1$. С другой стороны, для возникновения теплового кризиса необходимо, чтобы при прочих равных условиях величина M_{n3} была достаточно близка к единице, причем

$$M_{n3} = \bar{M}_3 \cos \gamma_3 \quad (1)$$

где γ_3 — угол между линией тока и нормалью к фронту пламени (фиг. 2).

Пусть ρ — длина отрезка линии тока между ударной волной и фронтом пламени, определяемая задержкой воспламенения. Тогда, с точностью до величин порядка ρ ,

$$M_{n3} = \left[M_2 + \left(\frac{dM}{d\sigma} \right)_2 \rho \right] \cos(\gamma_2 + \delta + K_{l2}\rho) \quad (2)$$

Здесь γ_2 — угол между нормалью к образующей ударной волны и линией тока, δ — угол между нормалью к образующей ударной волны и фронта пламени, σ — расстояние вдоль линии тока и K_{l2} — кривизна линии тока, знак которой определяется системой координат ξ, η или x, y (фиг. 1, 2). Рассматривая уравнение (2) можно понять, почему может не реализоваться детонация Чепмена — Жуге: если при ослаблении ударной волны и соответствующем возрастании задержки воспламенения сумма $\delta + K_{l2}\rho$ увеличивается достаточно быстро, то M_{n3} будет оставаться достаточно малой, и тепловой кризис не возникнет.

В работе [4] приведена единственная фотография стационарного горения (фиг. 1), а также указаны для этого случая давление $P_1 = 0.25 \text{ атм}$ и число Маха $M_1 = 5.53$. Температура горючей смеси не указана и, по-видимому, была комнатной ($T_1 = 300^\circ \text{ К}$). Эти данные позволяют сделать оценочные расчеты. Найдем, прежде всего, выражения для $\delta, K_{l2}, (dM/d\sigma)_2$ и ρ . Координаты образующей фронта пламени ξ_f, η_f (фиг. 2) можно представить в виде суммы первых трех членов ряда Тэйлора, т. е.

$$\xi_f = [\xi + \rho \cos \varphi - 1/2 K_{l2}\rho^2 \sin \varphi]_0 \quad (\varphi = (\gamma_2 - \varepsilon)_{00} \mp \varepsilon) \quad (3)$$

$$\eta_f = [\eta + \rho \sin \varphi + 1/2 K_{l2}\rho^2 \cos \varphi]_0 \quad (4)$$

где ε — угол отклонения линии тока при переходе через ударную волну (фиг. 2) и индекс 00 относится к началу координат системы ξ, η . Отсюда

$$\text{tg } \delta = (d\xi_f/d\eta_f)_{00} =$$

$$= \left[\frac{\cos \gamma_2 \frac{d \ln \psi}{d\beta} - \sin \gamma_2 \frac{d\varepsilon}{d\beta} - \psi \psi_l \sin \gamma_2 \frac{d \ln \psi}{d\beta} - \frac{1}{2} \psi \frac{d}{d\beta} (\psi_l \sin \gamma_2) - \frac{1}{2} \psi \psi_l \cos \gamma_2}{\psi_b \psi + \sin \gamma_2 \frac{d \ln \psi}{d\beta} + \cos \gamma_2 \frac{d\varepsilon}{d\beta} + \psi \psi_l \cos \gamma_2 \frac{d \ln \psi}{d\beta} + \frac{\psi}{2} \frac{d}{d\beta} (\psi_l \cos \gamma_2) - \frac{1}{2} \psi \psi_l \sin \gamma_2} \right]_{00} \quad (5)$$

$$\psi = \rho / D, \quad \psi_l = DK_{l2}, \quad \psi_b = DK_b, \quad K_b = d\beta / ds, \quad \gamma_2 = 1/2 \pi + \varepsilon - \beta \quad (6)$$

и s — расстояние вдоль образующей ударной волны. Анализ фиг. 1 показал, что образующую ударную волну можно достаточно точно аппроксимировать гиперболой

$$\left(\frac{x + 337}{337} \right)^2 - \left(\frac{y}{62.3} \right)^2 = 1 \quad (7)$$

где x и y измеряются в мм. Отсюда определяется зависимость кривизны образующей ударной волны K_b от β и, тем самым, зависимость $K_b D = \psi_b(\beta)$, показанная на фиг. 3.

Выражения для K_{l2} и $(dM/d\sigma)_2$ имеют вид [5] (k — показатель изоэнтропы)

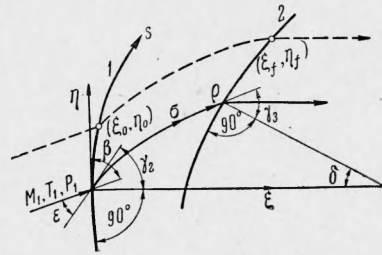
$$K_{l2} = \frac{2\alpha}{\alpha \text{ctg}^2(\beta - \varepsilon) - 1} \left[\frac{(k+1)^{1/2} N \text{ctg}(\beta - \varepsilon) + R}{2\lambda_2 \sin(\beta - \varepsilon)} K_b + \frac{\sin \varepsilon \text{ctg}(\beta - \varepsilon)}{y} \right] \quad (8)$$

$$\left(\frac{dM}{d\sigma} \right)_2 = \left(\frac{M^3}{\lambda^3} \right) \frac{-1/2\alpha(k+1)}{\alpha \text{ctg}^2(\beta - \varepsilon) - 1} \left[\frac{(k+1)^{1/2} R \text{ctg}(\beta - \varepsilon) + N}{2 \sin(\beta - \varepsilon)} K_b + \frac{\lambda_2 \sin \varepsilon}{y} \right] \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{M_2^2 - 1}, \quad \omega = \frac{k-1}{2} M_1^2 \sin^2 \beta, \quad \lambda^2 = \frac{(k+1) M^2}{2 + (k-1) M^2} \quad (10)$$

$$N = \frac{4k}{(k+1)^2} \left(\frac{k+1}{k-1} \right)^{1/2} \frac{1}{\lambda_2 D} \left[\frac{k+1}{2k} \left(\omega + \frac{k-1}{2} \right) - \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2 \right) \left(\omega + 1 \right) \left(\omega + \frac{k-1}{2k} \right) \right] \quad (11)$$

$$R = \frac{4(k-1)}{(k+1)^2} \left(\frac{k+1}{k-1} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2 \right) \frac{(1 + \omega) \text{ctg} \beta}{\alpha \lambda_2} \quad (12)$$



Фиг. 2. Геометрия течения: 1 — ударная волна, 2 — фронт пламени

Величина ρ определяется формулой

$$\rho = V_2 \tau \quad (13)$$

где V_2 — скорость движения горючей смеси, τ — задержка воспламенения. Согласно [6],

$$\tau = 45 \cdot 10^{-10} \frac{1}{P} \exp \frac{10^4}{T} \text{ [сек]} \quad (14)$$

давление P и температура T (в данном случае за ударной волной) измеряются соответственно в атм и °К. Используя (14), формулу (13) запишем в виде

$$\rho = 45 \cdot 10^{-7} \frac{a_1 M_2}{P_1 \pi} \theta^{1/2} \exp \frac{10^4}{T_1 \theta} \text{ [мм]} \quad (15)$$

$$\left(\theta = \frac{T_2}{T_1}, \quad \pi = \frac{P_2}{P_1} \right)$$

Здесь a_1 — скорость звука; значения M_2 , θ и π могут быть найдены по таблицам газодинамических функций (как, в равной мере, и угол ϵ в функции β). Теперь по уравнению (15) можно построить зависимость $\rho/D = \psi$ от β , которая показана на фиг. 3 ($k = 1,4$).

Величины M_{n3} , рассчитанные для случаев $D = 20$ мм (фиг. 1) и $D = 400$ мм представлены в функции β на фиг. 4. В последнем случае предполагалось, что кривизна образующей ударной волны K_b при данном β обратно пропорциональна

Фиг. 3. Зависимости ψ ($D = 20$ мм) и ψ_b от β

диаметру сферы D . Зависимость, показанная пунктиром ($D = 20$ мм), рассчитана при $K_{12} = \psi_i = (dM/d\sigma)_2 \equiv 0$ (см. уравнения (2) и (5)). Результаты аналогичных расчетов для случая $D = 400$ мм не представлены, так как приближенная зависимость $M_{n3}(\beta)$ практически совпала с точной. Здесь же дан график $M_{n2}(\beta) = M_2 \cos \gamma_2 = M_{n3}(D = \infty)$, что соответствует случаю $\tau = \rho \equiv 0$ или, при конечной задержке воспламенения, — случаю сферы бесконечно большого размера.

Критическое значение M_{n3*} , при котором во фронте пламени возникает тепловой кризис, может быть найдено из соотношения

$$\lambda_{n3} + \frac{1}{\lambda_{n3}} = 2\mu \left(1 + \frac{\Delta T^*}{T_{n3}^*} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{n3}^*}{T_3} = 1 + \frac{k-1}{2} M_{n3*}^2 \right) \quad (16)$$

которое следует из условия сохранения импульса при переходе через фронт пламени [7]. Здесь λ_{n3} и M_{n3} связаны уравнением (10), величиной μ учитывается изменение показателя изоэнтропы и молекулярного веса, T_{n3}^* — температура торможения, определяемая в данном случае по нормальной компоненте скорости, и ΔT^* — повышение температуры торможения во фронте пламени. Повышение температуры ΔT^* зависит только от величин T_3, P_3 , причем необходимые для их отыскания относительно малые разности $\Delta T = T_3 - T_2$ и $\Delta P = P_3 - P_2$ определяются уравнениями

$$\frac{\Delta T}{T_2} = -(k-1) \left[\frac{2M}{2 + (k-1)M^2} \frac{dM}{d\sigma} \right]_2 \rho, \quad \frac{\Delta P}{P_2} = \frac{k}{k-1} \frac{\Delta T}{T_2} \quad (17)$$

где учитывается, что энтропия горючей смеси вдоль отрезков линий тока, расположенных между ударной волной и фронтом пламени, не изменяется. Вместе с тем, при точном расчете величины ΔT^* в функции T_3, P_3 необходимо принимать во внимание диссоциацию продуктов сгорания, что весьма затруднительно. Однако в данном случае достаточно ограничиться оценочным расчетом, тем более, что формула (14), используемая для определения задержки воспламенения, также является приближенной [6]. Учитывая сказанное, при отыскании M_{n3} по уравнению (16) величину μ можно считать постоянной и принять, что ΔT^* зависит линейно и только от T_{n3}^* . Важно только, чтобы одна из двух характерных точек, необходимых для выбора зависимости ΔT^* от T_{n3}^* , была близка или совпадала по параметрам течения с детонацией Чепмена —

Жуге при рассматриваемых условиях ($P_1 = 0.25 \text{ атм}$ и $T_1 = 300^\circ \text{ К}$). Имеющихся в литературе данных достаточно для отыскания μ и построения этой зависимости.

Согласно [8], при $P_1 = 0.25 \text{ атм}$ и $T_1 = 300^\circ \text{ К}$ детонация Чепмена — Жуге распространяется в стехиометрической смеси водорода с воздухом со скоростью, соответствующей числу Маха $M_J = 4.5$, причем температура продуктов сгорания равна 2850° К . Отсюда можно найти угол

$$\beta_J = \arcsin M_J / M_1 = 54^\circ 30' \quad (18)$$

при котором в случае $\tau \equiv 0$ реализовалась бы детонация Чепмена — Жуге. Кроме того, полагая для продуктов сгорания $k = 1.2$ и, как и ранее, для горючей смеси $k = 1.4$, найдем $M_{n3*} = 0.4235$ (фиг. 4), $T_{n3*} = 1517^\circ \text{ К}$, $\Delta T^* = 1613^\circ \text{ К}$ и величину $\mu = 0.92$, которая определяется обратным пересчетом из уравнения (16). Теперь для отыскания линейной зависимости ΔT^* от T_{n3*} достаточно принять, что при относительно низкой температуре $T_{n3*} = 300^\circ \text{ К}$ ее повышение во фронте пламени $\Delta T^* = 2030^\circ \text{ К}$ [9].

Рассчитанные по указанной методике величины M_{n3*} представлены в функции β на фиг. 4 ($D = 20$ и 400 мм). Зависимость, показанная пунктирной линией, найдена в предположении $T_3 = T_2$ ($\rho \equiv 0$), причем, как следует из сопоставления соответствующих графиков, при $D = 400 \text{ мм}$ различие между температурами T_3 и T_2 можно пренебречь.

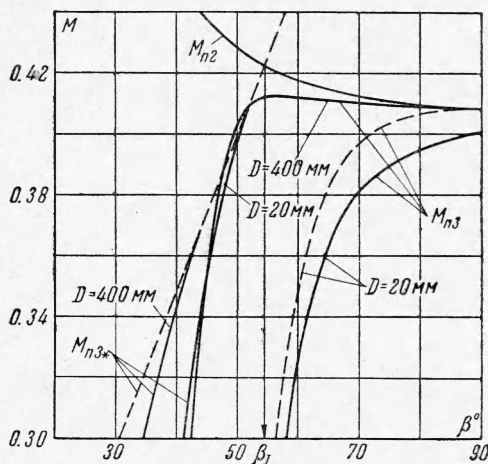
Рассмотрение результатов расчета, представленных на фиг. 4, показывает, что в случае $D = 20 \text{ мм}$ тепловой кризис во фронте пламени не возникает (графики $M_{n3}(\beta)$ и $M_{n3*}(\beta)$ не пересекаются). Отсюда становится понятным, почему при этих условиях не может стабилизироваться детонационная волна Чепмена — Жуге (фиг. 1). Для наступления теплового кризиса диаметр сферы должен быть увеличен в 20 раз ($D = 400 \text{ мм}$), причем эта цифра является ориентировочной, так как задержки воспламенения, найденные по формуле (14), могут отличаться от фактических в 2—3 раза [6]. Заметим, что если принимать во внимание задержку воспламенения, то детонация Чепмена — Жуге может реализоваться при $\beta = \beta_J$ лишь в случае сферы бесконечно большого размера, когда $M_{n3} = M_{n2}$.

Автор благодарит Г. Г. Черного за обсуждение работы и ценные замечания.

Поступила 27 IV 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Dunlap R., Brehm R., Nicholls J. A preliminary study of the application of steady — state detonative combustion to a reaction engine. Jet Propuls., 1958, v. 28, No. 7.
2. Rutkowski J., Nicholls J. Considerations for the attainment of standing detonation wave. Proc. Gas Dynamics Symp. on Aerothermochemistry, Evanston, Ill., 1956.
3. Квашина С. С., Черный Г. Г. Установившееся обтекание конуса потоком детонирующего газа. ПММ, 1959, т. 23, вып. 1.
4. A technique for studying supersonic combustion in the vicinity of a hypersonic missile. Nat. Bur. Stand. Techn. News bull., 1960, v. 44, No. 11.
5. Дородницын А. А. Зависимость кривизны линии скачка уплотнения от кривизны внешней поверхности тела вращения с потоком. Сб. теоретических работ по аэродинамике, Оборонгиз, 1957.
6. Ferru A., Libby P., Zakkay V. Theoretical and experimental investigation of supersonic combustion. Polytechnic Inst. of Brooklyn and General Applied Science Lab. Inc., 1962.
7. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. Гостехиздат, 1953.
8. Detonation and Two-Phase Flow. Ed. Penner S. S., Williams F. A., N. Y., Lond., 1962, p. 36.
9. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. Изд. иностр. лит., 1948, стр. 438.



Фиг. 4. Зависимости M_{n2} , M_{n3} и M_{n3*} от β