

DOI: 10.34020/2073-6495-2019-3-109-118

УДК 311

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ В СТАТИСТИКЕ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН: ПЕРСПЕКТИВЫ ДЛЯ РОССИИ

Козлова М.А.

Уральский государственный экономический университет

E-mail: kozlova_mary@mail.ru

В статье рассматриваются гиперболические индексы как показатели, перспективные для российской статистики цен. Индексы цен сегодня в основном рассчитываются по формуле Ласпейреса, которая дает определенные искажения в оценке изменения цен. Гиперболические индексы минимизируют эти искажения, среди них с позиций экономического подхода и теории поведения потребителя индекс Торнквиста дает меньшую ошибку при оценке. В исследовании подробно анализируется данный класс индексов с позиций аксиоматического подхода, а также обобщаются вопросы и проблемы, которые могут возникнуть при внедрении формул гиперболических индексов в существующую систему статистики цен в России.

Ключевые слова: индекс цен, индекс потребительских цен, индекс стоимости жизни, гиперболический индекс, индекс Торнквиста.

SUPERLATIVE INDICES IN CONSUMER PRICE STATISTICS: PERSPECTIVE FOR RUSSIA

Kozlova M.A.

Ural State University of Economics

E-mail: kozlova_mary@mail.ru

The focus in this paper is on the superlative indices as perspective indicators for Russian price statistics. Price indices are calculated by Laspeyres formula which has a bias in measurement of price change. Superlative indices minimize this bias and on the base of economic approach and consumer choice theory Törnqvist formula has smaller bias. Superlative indices are analyzed on the ground of axiomatic approach as well. There are generalization of questions and problems which can appear in the process of superlative index adaption in price statistics in Russian.

Keywords: price index, consumer price index, cost-of-living index, superlative index, Törnqvist index.

ВВЕДЕНИЕ

В июле 2002 г. Бюро статистики труда США анонсировало появление нового индекса потребительских цен (ИПЦ), он стал третьим индексом наряду с ИПЦ для всех городских жителей (CPI-U) и ИПЦ для работающих по найму и офисных работников (CPI-W). Его ключевым отличием стала формула расчета: если CPI-U и CPI-W оценивали по формуле Ласпейреса, то новый индекс «цепной ИПЦ для всех городских жителей» (C-CPI-U) – по формуле Торнквиста [3, р. 51]. На сегодняшний день система ИПЦ США включает в себя данные три индекса.

В России система статистики цен выглядит совершенно по-другому: наряду с ИПЦ, который рассчитывается для всего населения, без деления на категории, существует базовый ИПЦ (БИПЦ). При его оценке не используются товары и услуги, цены на которые каким-либо образом регулируются или назначаются, а также цены на которые подвержены сезонным колебаниям. Остальные показатели не связаны с динамикой цен: это и средние цены, которые также публикует Бюро статистики труда США, и индекс стоимости жизни (ИСЖ), представляющий собой пространственный показатель уровня цен относительно среднего по стране, и стоимость фиксированного набора товаров и услуг, и стоимость минимального набора продуктов питания.

Цель данного исследования заключается в определении условий, при которых возникает необходимость расчета ИПЦ по другим, преимущественно, гиперболическим формулам. Актуальность данной работы связана с активными процессами в области формирования методологии и методики расчета индексов потребительских цен, чья история в России началась только с 2005 г.

ИСТОРИЯ ИПЦ И ЕГО ФОРМУЛ

Сегодня мы знаем о широком распространении формулы Ласпейреса для расчета индексов цен, не только ИПЦ, но и индексов цен производителей, на рынке жилья и т.д. И более 100 лет назад, в 1918 г., когда только начали создавать методологию ИПЦ и на регулярной основе рассчитывать этот показатель, для оценки использовалась формула Ласпейреса. В результате возникает вопрос, зачем использовать другие формулы, если формула Ласпейреса актуальна и век назад, и сейчас. История развития теоретических концепций об ИПЦ в полной мере позволяет ответить на этот вопрос.

На рубеже XX и XXI вв., подытоживая развитие ИПЦ, Дж. Трипплетт писал, что формула Ласпейреса – это только технический элемент ИПЦ [14]. Причем даже в этом утверждении есть небольшая неточность, которая связана с тем, что на высоких уровнях агрегации для расчета индексов цен используют показатели трех периодов, а в формуле Ласпейреса должно быть только два периода. Фактически формула расчета – формула Лоу.

Акцент только на технической стороне вопроса и использование формулы Ласпейреса для обобщения ценовой и количественной информации не дают представления обо всех этапах расчета, о тех проблемах и неточностях, которые возникают вследствие использования выборочных совокупностей, а также не позволяют представить интерпретацию ИПЦ в полной мере.

До 1945 г. ИПЦ именовался по-другому – ИСЖ, благодаря этому факту концепция показателя получила мощную теоретическую базу и методика его расчета в постоянном режиме трансформируется, чтобы ИПЦ был по-прежнему репрезентативным в меняющихся экономических условиях. Главная и основная особенность взаимоотношений ИПЦ и ИСЖ заключается в том, что ИПЦ – показатель, который можно посчитать, а ИСЖ – это скорее концепция, которая лежит в основе тех явлений, которые должен отражать ИПЦ: ИСЖ должен отражать изменение цен на товары и услуги,

которые необходимы для поддержания определенного (одинакового для разных периодов) уровня жизни. Иными словами, ИПЦ стремится к тому, чтобы оценить то, что отражает ИСЖ, благодаря чему меняются и трансформируются методики сбора и обработки информации для ИПЦ [1].

На протяжении всей истории ИСЖ появлялись работы, в которых предлагали «новые» формулы для расчета ИПЦ. Их особенность заключалась в использовании достижений экономической теории, чтобы отразить реакцию потребителя на изменение цен на товары и услуги. А. Вальд [15] предложил в качестве весов для цен два объема потребляемых товаров базисного и отчетного периода, причем в отчетном периоде этот показатель умножался на коэффициент, определяемый предельной полезностью денег в рассматриваемых двух периодах. Л.Р. Кляйн и Х. Рубин [11] вместо предельной полезности денег включают в свою формулу эффект замещения одного товара другим с помощью коэффициентов. У них и у Вальда ИСЖ определялся как отношение доходов двух периодов, тогда как далее у В.К. Четти [7] доходы трансформировались в уровни полезности двух периодов. Четти, развивая идею Кляйна и Рубина, использует постоянную эластичность замещения. В середине 1970-х М. Галатин [10], уточняя некоторые положения теории потребительского поведения относительно ИПЦ, говорит о межвременной функции полезности: основная идея – включение понятия ожидаемого уровня цен при переходе от одного периода к другому. В 1980-е гг. Б.М. Балк [5], развивая идею сопряжения понятия полезности и ИСЖ, пришел к выводу, что наилучшими свойствами (аппроксимация к ИСЖ) обладает квадратичная функция полезности, а затем он же, понимая сложность апробации «новых» формул, посчитал, что формула Торнквиста подходит лучше остальных.

В 1980–1990-е гг. идея создания «новых» формул для ИПЦ трансформировалась в концепцию, которая сегодня определяет траектории развития этого показателя. Основная идея данной концепции заключается в том, что при наличии знания о невозможности приравнять ИПЦ и ИСЖ существует возможность приблизить эти значения с помощью нахождения отклонений (bias) и их последующей минимизации. Работы этого периода посвящены оценке подобных отклонений для национальных ИПЦ [4].

СУЩНОСТЬ И СВОЙСТВА ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

Название классу гиперболических индексов было предложено В.Е. Дивертом, чье определение данной группы индексов представлено в глоссарии «Руководства по индексам потребительских цен». Сегодня под гиперболическим понимают индекс, которому соответствует определенный тип потребительских предпочтений (в Руководстве – функциональная форма), обладающий конкретными свойствами, а именно позволяющий получить вторую производную [2].

Таким образом, важной составляющей в понимании гиперболических (и любых других) индексов является их математическое обоснование. В индексной теории его связывают с аксиоматическим подходом, суть которого заключается в определении свойств формул индексов и их соответствия аксиомам. Иными словами, аксиоматический подход позволяет решить во-

просы об индексной форме, которые не могут быть решены в рамках экономического подхода. Экономическое обоснование дает равные возможности для использования той или иной формулы индекса.

К гиперболическим индексам традиционно относят три. Первый, наиболее известный – «идеальный» индекс Фишера:

$$P_F = \sqrt{\frac{\sum p_{i1}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} \times \frac{\sum p_{i1}q_{i1}}{\sum p_{i0}q_{i1}}} = \sqrt{P_L \times P_P}, \quad (1)$$

где P_F – индекс цен Фишера, P_L – индекс цен Ласпейреса, P_P – индекс цен Пааше, p_i – цена товара или услуги в периоде 0 или 1, q_i – количество товара или услуги в периоде 0 или 1.

Другой гиперболический индекс – индекс Торнквиста, также в литературе его упоминают как индекс Торнквиста–Тейла:

$$P_T = \prod \frac{p_{i1}}{p_{i0}}^{(d_{i0}+d_{i1})/2}, \quad (2)$$

где P_T – индекс цен Торнквиста, d_i – доля товаров и услуг в структуре потребления домашних хозяйств в периоде 0 и 1. Третий индекс, относимый к классу гиперболических, ближе по структуре к индексам цен Ласпейреса и Пааше. Это индекс Уолша (P_W):

$$P_W = \frac{\sum p_{i1} \times \sqrt{q_{i0} \times q_{i1}}}{\sum p_{i0} \times \sqrt{q_{i0} \times q_{i1}}}. \quad (3)$$

Само название класса гиперболических индексов связано с их аппроксимирующими ИСЖ свойствами. В оригинале индексы были названы точными или суперлативными, т.е. с отсылком к «идеальному» индексу Фишера. Рассмотрим гиперболические индексы сквозь призму критериев аксиоматической теории.

В «Руководстве по индексам потребительских цен» собраны все аксиомы или критерии, которые предлагались разными исследователями, их общее количество – 20. При этом И. Фишер считается основателем данной теории, что во многом объясняет тот факт, что созданная им формула индекса удовлетворяет всем критериям аксиоматического подхода, которые он формализовал в своей работе. Половина этих критериев выполняется для всех гиперболических индексов и традиционных индексов цен Ласпейреса и Пааше. Перечислим эти критерии: (1) положительность: индекс цен всегда больше 0; (2) непрерывность: индексы цен – непрерывная функция; (3) тождественность или критерий постоянных цен: при отсутствии изменения цен индекс равен 1; (4) пропорциональность ценам текущего периода: при изменении цен отчетного периода в k раз индекс цен изменится в k раз; (5) обратная пропорциональность ценам базисного периода: при росте (снижении) цен отчетного периода в k раз индекс цен уменьшится (вырастет) в k раз; (6) инвариантность к пропорциональным изменениям количеств текущего периода: при одинаковом (в k раз) изменении физических объемов товаров отчетного периода индекс цен не изменится; (7) аналогично (6), только речь идет о физических объемах базисного периода;

(8) инвариантность к изменениям порядка товаров в списке; (9) инвариантность к изменениям единиц измерения) и (10) критерий среднего значения: между минимальным и максимальным отношениями цен двух периодов находится итоговый индекс цен.

Многие из этих критериев сегодня кажутся очевидными, но в истории индексной теории они занимают важное место, образуют целую систему. Теперь остановимся на остальных критериях, которым не удовлетворяет та или иная формула гиперболического индекса, а также индексов Ласпейреса и Пааше. Обобщим данную информацию в таблице.

Критерии аксиоматического подхода, которые не выполняются гиперболическими индексами и индексами цен Ласпейреса и Пааше

Критерий	Индекс Торнквиста	Индекс Уолша	Индексы Ласпейреса и Пааше
Критерий постоянных количеств			
Критерий обратимости во времени			
Критерий обратимости количеств			
Критерий обратимости цен			
Критерий среднего значения для индекса физического объема			
Критерий граничных значений индексов Пааше и Ласпейреса			
Монотонность относительно цен текущего периода			
Монотонности относительно цен базисного периода			
Монотонность относительно физических объемов текущего периода			
Монотонность относительно физического объема базисного периода			

В таблице серым цветом выделены те критерии для каждого индекса, которым не удовлетворяют данные формулы. Индекс Фишера как один из гиперболических индексов не включен в данную таблицу по той причине, что он соответствует всем перечисленным критериям. В результате после индекса Фишера по количеству критериев, которым соответствуют показатели, идут индексы Ласпейреса и Пааше, т.е. не только с экономической точки зрения они оказываются подходящими показателями, но и по математическим свойствам.

Индекс Торнквиста по количеству критериев, которым он должен удовлетворять, оказывается на последнем месте среди всех гиперболических индексов. Но стоит отметить, что его формула по своей структуре не похожа на формулу Ласпейреса и Пааше, и критерии во многом создавались с учетом именно этих индексов. При этом, как показал В.Е. Диверт, именно индекс Торнквиста более всего соответствует функции издержек, которой в экономической теории описывает поведение потребителя [13].

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ИПЦ НАЦИОНАЛЬНЫМИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ СЛУЖБАМИ

Более чем столетняя история расчета ИПЦ в США и за менее значительный промежуток времени в других странах дает понять только то, что индекс Ласпейреса прочно укоренился в международном стандарте ИПЦ и национальных методиках и расчетах. Объяснение этого факта, во-первых, связано с вопросом интерпретации: структура и смысл формулы Ласпейреса очень понятные не только специалистам по индексам цен, но и общественности. С экономической точки зрения логика построения индекса Ласпейреса не требует дополнительной информации или знаний в области экономической теории. Во-вторых, встает вопрос о весах, в индексе Ласпейреса – это количества товаров и услуг, приобретенных в предыдущем или базисном периоде, и на практике их фиксируют на длительный срок, т.е. для одного календарного года берут веса каких-то предыдущих лет, определенным образом скорректированных. Это оптимальный вариант в техническом плане, когда формируются временные ряды ИПЦ.

В 1950-е гг. получившая развитие дискуссия о сущности ИПЦ и разницы между ним и ИСЖ предлагала к размышлению вопрос: почему «идеальная» формула Фишера так хороша, но при этом так редко используется. Как пишет А. Моррелл [12], этому факту есть четыре объяснения. Два из них касаются того, что для индекса Фишера требуется больше информации и расчетов: во-первых, нужно считать и индекс Ласпейреса, и индекс Пааше, во-вторых, количества отчетного периода часто неизвестны на момент расчета. Третья причина – недостаточно простая интерпретация, другими словами, спорная интерпретация, которая определяется тем, что в индекс включены два индекса, которые показывают одно и то же, но разными способами. Эта причина относится к тем, которые определяют отношение общества к ИПЦ, т.е. этот показатель должен быть максимально понятным.

И четвертая причина – переменные веса, которые необходимы для расчета одного элемента индекса Фишера – индекса Пааше, это количества товаров и услуг отчетного периода. ИПЦ важен и актуален потому, что рассчитывается для каждого месяца, поэтому при расчете индекса Пааше нужны количества каждого текущего месяца: при расчете ИПЦ для июля, например, нужно знать количество товаров и услуг, приобретенных в этом месяце, что технически осуществить непросто и замедлит расчет показателя. Кроме того, веса предыдущего или базисного периода для индекса Ласпейреса должны соответствовать весам индекса Пааше, т.е. быть количествами только одного периода. На первый взгляд, в данном факте о весах для индекса нет никакой особенности, которая бы усложнила процесс оценивания индекса Фишера. В действительности техническая сторона расчета индекса Ласпейреса как одна из составляющих индекса Фишера организована иначе, чем это требуется в данном случае.

В практике Росстата фиксированные веса базисного периода оцениваются следующим образом: во-первых, это веса, которые не относятся к тем периодам, в которых регистрируются цены, т.е. это другой «третий» период; во-вторых, такие веса – годовые (не месячные) объемы потребления товаров и услуг за два года, которые предшествуют предыдущему относитель-

но отчетного. Иными словами, для того чтобы рассчитать ИПЦ, например, июля 2019 г., Росстат использует цены на товары и услуги за июнь и июль 2019 г. и веса за 2016–2017 гг. Подобный сценарий обработки данных не подходит для расчета индекса Фишера уже только потому, что в первой части (индексе Ласпейреса) будут использоваться веса за 2016–2017 гг., определенным образом скорректированные и адаптированные к месячным ценам, а во второй части – веса из месячных объемов потребления за июль 2019 г.

Решением вопроса о расчете индекса Фишера может стать уменьшение частотности оценки данного показателя с ежемесячной на ежеквартальную. Это связано с существующей системой сбора информации для формирования весов – объемов потребления товаров и услуг: в основе информация по выборочному обследованию бюджетов домашних хозяйств, периодичность которого не ежемесячная, а ежеквартальная. Такое решение предполагает расчет с ежеквартальными весами и индекса Ласпейреса, и индекса Пааше.

Возвращаясь к вопросу, который в 1952 г. задал Моррелл, почему такой хороший индекс (Фишера) не используется, мы должны посмотреть на историю развития ИПЦ с позиций концепции ИСЖ. Одним из недостатков формулы Ласпейреса для ИПЦ является отсутствие учета реакции потребителя на изменение цен на товары и услуги в отчетном (текущем) периоде или, иными словами, использование фиксированной корзины этих товаров и услуг. Фактически потребители должны заменять одни товары другими при изменении цен, но этот эффект замещения не отражен в формуле Ласпейреса. В результате возникает отклонение, которое в текущей практике уменьшается за счет технических процедур, а не смены итоговой формулы ИПЦ. К таким процедурам относят регулярное обновление весов (в России – ежегодно), расчет показателей базового уровня агрегации (уровень города) с помощью средней геометрической, а не средней арифметической.

В результате составляющие индекса Фишера не позволяют полностью убрать отклонения рассчитываемого показателя от ИСЖ, хотя А. Конюс [1] показал, что ИСЖ находится в интервале от индекса Ласпейреса до индекса Пааше, но это вовсе не означает, что их среднее геометрическое дает нужное точное значение. Исторически индекс Фишера был создан в то время, когда концепция ИСЖ не была сформирована и не опиралась на теорию поведения потребителя.

Второй гиперболический индекс – индекс Уолша – менее всего известен в данном классе, хотя по математическим свойствам он стоит после индексов Ласпейреса и Пааше. Его структура повторяет форму последних, но в качестве веса используется средняя геометрическая количеств базисного и отчетного периода. При его расчете возникли бы те же вопросы и проблемы, которые мы рассматривали выше для индекса Фишера. В результате при прочих равных предпочтительнее было бы использовать индекс Фишера, а не индекс Уолша.

Третий показатель данного класса – индекс Торнквиста – представляет больший интерес уже только потому, что он получил свою практическую реализацию. Первым возникает вопрос, почему именно индекс Торнквиста, который удовлетворяет только 11 из 20 критериев в рамках аксиоматического подхода, а не индекс Фишера был выбран в качестве основной формулы для расчета C-CPI-U. Значительный вклад в ответ на этот вопрос внес

канадский ученый В.Е. Диверт. Он показал, что индекс Торнквиста лучше оценивает изменения цен с учетом нормальной реакции потребителей, чем индекс Фишера: он «точный для более чем одной функциональной формы (и уровня полезности) истинной стоимости жизни» [9], «измеряет изменение в функции расходов, которая имеет транслогарифмическую функциональную форму» [13]. Это значит, что формула Торнквиста, которая применяется на более высоких уровнях агрегации, учитывает эффект замещения одного товара других не внутри однородных групп, а между группами, что значительно приближает получаемое значение к ИСЖ. Эффекты замещения внутри групп обеспечивает средняя геометрическая простая при обобщении статистической информации на уровне города [8]. С учетом такого преимущества индекса Торнквиста и необходимости одинакового набора статистических данных для всех перечисленных гиперболических индексов предпочтительнее выбрать последний, что и было сделано Бюро статистики труда США [6].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье мы подробно рассмотрели класс гиперболических индексов, чтобы определить, насколько перспективно использовать данные формулы для расчета альтернативных ИПЦ, не оцениваемых по формуле Ласпейреса. Переход к гиперболическим индексам предполагает возникновение не только технических вопросов, таких как использование других статистических данных и изменение системы весов, но и методологических и просветительских. Последние занимают важное место на повестке дня о внедрении гиперболических индексов, так как необходимой составляющей программы обновления является объяснение общественности, зачем нужно менять формулу ИПЦ, если уже более 100 лет используется формула Ласпейреса.

Главная особенность гиперболических индексов заключается в том, что они лучше аппроксимируют реальную ситуацию поведения потребителей на рынке при изменении цен на товары и услуги, а, значит, с внедрением новых формул уменьшается отклонение, возникающее при использовании индекса Ласпейреса. В рамках месячного или квартального периода разница между новым показателем и индексом Ласпейреса невелика (десятые и сотые доли процента), но на уровне годовой динамики и более это различие будет значимо. Такая точность оказывается основным результатом и фактором принятия решения об использовании гиперболических индексов.

В статье мы рассмотрели данный класс индексов с позиций аксиоматического подхода и экономического подхода. В результате индекс Торнквиста представляет собой оптимальный вариант, и решающим в данном случае оказываются критерии экономического подхода, т.е. лучшее описание поведения потребителей с помощью ИПЦ. Нужно также отметить, что технически, т.е. с позиций необходимого набора статистических данных, все три индекса подобны друг другу.

Для российской системы ИПЦ, развивающейся с акцентом на оценку региональной пространственной дифференциации, новый элемент – ИПЦ по гиперболической формуле – может быть реализован только в рамках

квартальных периодов без перестройки сбора информации о бюджетах домашних хозяйств. Такой ИПЦ можно рассматривать как показатель изменения цен, корректирующий текущие ежемесячные оценки изменения цен на потребительском рынке. И на сегодняшний день Росстат, опираясь на международный опыт, при выборе одной из формул класса гиперболических индексов вероятнее всего предпочел бы индекс Торнквиста.

Литература

1. *Козлова М.А.* Временной индекс стоимости жизни: от формирования концепции до практических расчетов // *Статистика и экономика*. 2018. Т. 15. № 5. С. 63–72.
2. Руководство по индексам потребительских цен: теория и практика / МОТ, МВФ, ОЭСР, Евростат, ЕЭК ООН, Всемирный банк. Вашингтон, Международный Валютный Фонд, 2007. 679 с.
3. *Abraham K.G.* Toward a cost-of-living index: progress and prospects // *The Journal of Economic Perspectives*. 2003. Vol. 17. No. 1. P. 45–58.
4. *Balk B.M.* On calculating cost-of-living index numbers for arbitrary income levels // *Econometrica*. 1990. Vol. 58. No. 1. P. 75–92.
5. *Balk B.M.* Second thoughts on Wald's cost-of-living index and Frisch's double expenditure method // *Econometrica*. 1981. Vol. 49. No. 6. P. 1553–1558.
6. *Balk B.M., Diewert W.E.* A characterization of the Törnqvist price index // *Economic Letters*. 2001. Vol. 72. P. 279–281.
7. *Chetty V.K.* On the construction of cost of living and productivity indices // *International Economic Review*. 1971. Vol. 12. No. 1. P. 144–146.
8. *Dalton K.V., Greenlees J.S., Stewart K.J.* Incorporating a geometric mean formula into the CPI // *Monthly Labor Review*. 1998. October. P. 3–7.
9. *Diewert W.E.* Exact and superlative index numbers // *Journal of Econometrics*. 1976. Vol. 4. P. 115–145.
10. *Galatin M.* A true price index when the consumer saves // *The American Economic Review*. 1973. Vol. 63. No. 1. P. 185–194.
11. *Klein L.R., Rubin H.* A constant-utility index of the cost of living // *The Review of Economic Studies*. 1947–1948. Vol. 15. No. 2. P. 84–87.
12. *Morell A.J.H.* Some thoughts on index numbers // *The Incorporated Statisticians*. 1952. Vol. 3. No. 3. P. 25–34.
13. *Reinsdorf M.B., Diewert W.E., Ehemann C.* Additive decompositions for Fisher, Törnqvist and geometric mean indexes // *Journal of Economic and Social Measurement*. 2002. Vol. 28. P. 51–61.
14. *Triplett J.E.* Should the cost-of-living provide the conceptual framework for a consumer price index? // *The Economic Journal*. 2001. Vol. 111. No. 472. P. F311–F334.
15. *Wald A.* A new formula for the index of cost of living // *Econometrica*. 1939. Vol. 7. No. 4. P. 319–331.

Bibliography

1. *Kozlova M.A.* Vremennoj indeks stoimosti zhizni: ot formirovanija koncepcii do prakticheskikh raschetov // *Statistika i jekonomika*. 2018. T. 15. № 5. P. 63–72.
2. Rukovodstvo po indeksam potrebitel'skih cen: teorija i praktika / МОТ, МВФ, ОЕСР, Евростат, ЕЭК ООН, Vsemirnyj bank. Vashington, Mezhdunarodnyj Valjutnyj Fond, 2007. 679 p.
3. *Abraham K.G.* Toward a cost-of-living index: progress and prospects // *The Journal of Economic Perspectives*. 2003. Vol. 17. No. 1. P. 45–58.
4. *Balk B.M.* On calculating cost-of-living index numbers for arbitrary income levels // *Econometrica*. 1990. Vol. 58. No. 1. P. 75–92.

5. *Balk B.M.* Second thoughts on Wald's cost-of-living index and Frisch's double expenditure method // *Econometrica*. 1981. Vol. 49. No. 6. P. 1553–1558.
6. *Balk B.M., Diewert W.E.* A characterization of the Törnqvist price index // *Economic Letters*. 2001. Vol. 72. P. 279–281.
7. *Chetty V.K.* On the construction of cost of living and productivity indices // *International Economic Review*. 1971. Vol. 12. No. 1. P. 144–146.
8. *Dalton K.V., Greenlees J.S., Stewart K.J.* Incorporating a geometric mean formula into the CPI // *Monthly Labor Review*. 1998. October. P. 3–7.
9. *Diewert W.E.* Exact and superlative index numbers // *Journal of Econometrics*. 1976. Vol. 4. P. 115–145.
10. *Galatin M.* A true price index when the consumer saves // *The American Economic Review*. 1973. Vol. 63. No. 1. P. 185–194.
11. *Klein L.R., Rubin H.* A constant-utility index of the cost of living // *The Review of Economic Studies*. 1947–1948. Vol. 15. No. 2. P. 84–87.
12. *Morell A.J.H.* Some thoughts on index numbers // *The Incorporated Statisticians*. 1952. Vol. 3. No. 3. P. 25–34.
13. *Reinsdorf M.B., Diewert W.E., Ehemann C.* Additive decompositions for Fisher, Törnqvist and geometric mean indexes // *Journal of Economic and Social Measurement*. 2002. Vol. 28. P. 51–61.
14. *Tripllett J.E.* Should the cost-of-living provide the conceptual framework for a consumer price index? // *The Economic Journal*. 2001. Vol. 111. No. 472. P. F311–F334.
15. *Wald A.* A new formula for the index of cost of living // *Econometrica*. 1939. Vol. 7. No. 4. P. 319–331.