

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ КРИТЕРИИ ХРУПКОЙ ПРОЧНОСТИ  
ТРЕЩИНОВАТЫХ ТЕЛ С ДЕФЕКТАМИ  
ПРИ НАЛИЧИИ ВАКАНСИЙ В НОСИКЕ ТРЕЩИНЫ.  
ПРОЧНОСТЬ КОМПАКТИРОВАННЫХ ТЕЛ ТИПА КЕРАМИК**

УДК 539.375

**В. М. Корнев**

**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
630090 Новосибирск**

Исследователи при ссылках на работу В. В. Новожилова [1] в основном обращали внимание на дискретный (автор называет его достаточным) критерий хрупкой прочности (см. [2–4] и библиографию к [3]). Однако в п. 2 работы [1], в котором приведены правдоподобные рассуждения, содержится еще и интегральный (автор называет его необходимым) критерий хрупкой прочности; использование этого критерия при определении разрушающих нагрузок для тел с угловыми вырезами позволило избавиться от некоторых противоречий [5].

«Если можно (с соблюдением необходимых предосторожностей) вырастить кристалл, не содержащий в макроскопическом объеме ни одной дислокации, то создать кристалл без точечных дефектов невозможно в принципе» [6, с. 5; 7]. Вероятность появления дефектов как в носике трещины, так и перед трещиной резко возрастает, когда твердое тело получено компактированием порошка.

В данной работе рассматриваются дискретно-интегральные критерии хрупкой прочности, когда в носике трещины имеются вакансии в атомной решетке тела. Если перед такой трещиной расположены дефекты атомной решетки, ослабляющие межатомные взаимодействия, то упомянутый интегральный критерий превращается в достаточное условие хрупкой прочности тела. Обнаружено существенное влияние дефектов типа вакансий в окрестности носика трещины на критические длины трещин при разных типах нагружения. Получены соотношения для критических коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) трещин отрыва и для поперечного и продольного сдвига, когда рассматриваются затупленные (на атомном уровне) трещины. Получены простые соотношения, позволяющие определить безопасный уровень нагружения хрупких трещиноватых тел на разрыв и сдвиг через критические КИН, теоретические прочности слабой межатомной связи и характеристики атомной решетки с дефектами.

**1. Дефект перед острой трещиной, дискретно-интегральные критерии хрупкой прочности.** Исследуются трещины нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига в простой решетке Браве. Схематическое изображение носика трещины длины  $2l$  приведено на рис. 1 с учетом дефектов атомной решетки: плоскость  $xOy$  нормальна к прямолинейному фронту трещины  $Oz$ , крестиком помечены одна или две вакансии либо один или два кластера из 2–4 вакансий в носике трещины (ряды атомов  $-2$  и  $-1$ ), точками — одна или две вакансии либо один или два кластера из 2–4 вакансий перед носиком трещины (ряды атомов  $1$  и  $2$ ), штриховая ломаная — новый фронт трещины (устойчивость такого фронта здесь не обсуждается). Пренебрежем колебаниями атомов, т. е. рассмотрим материал при температуре  $T = 0$ .

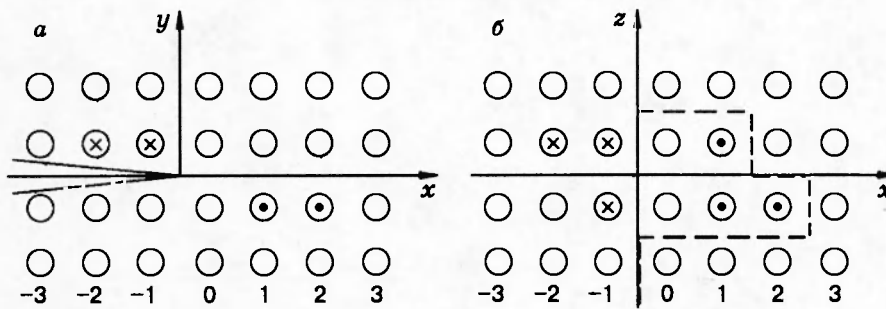


Рис. 1

Вероятность образования би- и тривакансий мала в идеальном кристалле [6]. Можно предположить, что в телах, полученных компактированием порошков, концентрации различных дефектов резко возрастают. Кроме того, наличие примеси в носике трещины (примесный атом в ряде 0 на рис. 1) притягивает вакансии [7].

Следуя [1], введем в рассмотрение интегральные критерии хрупкой прочности (двумерный случай, трещина длиной  $2l$ ):

— для острых трещин нормального отрыва [4]

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \sigma_y(x, 0) dx \leq \sigma_m; \tag{1.1}$$

— для острых трещин поперечного сдвига

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \tau_{xy}(x, 0) dx \leq \tau_m; \tag{1.2}$$

— для острых трещин продольного сдвига

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \tau_{yz}(x, 0) dx \leq \tau_m. \tag{1.3}$$

Здесь  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{yz}$  — нормальные и сдвигающие напряжения в вершине трещины (все они имеют особенности);  $Oxyz$  — прямоугольная система координат (ориентация осей относительно правой половины трещины приведена на рис. 1);  $r_e$  — расстояние между центрами атомов;  $\sigma_m$  и  $\tau_m$  — теоретические прочности на разрыв и на сдвиг;  $n$  и  $k$  — числа (рис. 2,  $k < n$ ,  $k$  — число действующих связей);  $nr_e$  — интервал осреднения в формулах В. В. Новожилова (1.1)–(1.3) (на рис. 2 использованы те же обозначения для вакансий, что и на рис. 1). На рис. 2, а, б приведены схемы расположения дефектов около носика трещин соответственно для трещин нормального отрыва в простой решетке Браве и для трещин поперечного сдвига в плотноупакованном слое атомов.

Критерий (1.1) по виду полностью совпадает с критерием [4], но в нем необходимо использовать из-за наличия вакансий в носике трещины какие-либо классические представления решения, поскольку межатомные силы взаимодействия внутри самой трещины либо отсутствуют, либо пренебрежимо малы. Решеточный захват при наличии вакансий в носике трещины отсутствует, а потому здесь не обсуждается. Если воспользоваться представлениями решений для напряжений на продолжении острой трещины  $y = 0$  через КИН

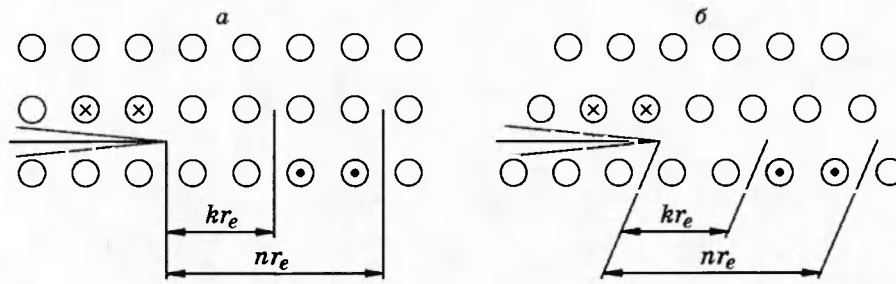


Рис. 2

$K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , то можно записать

$$\sigma_y(x, 0) = \sigma_\infty + \frac{K_I}{(2\pi x)^{1/2}}, \quad \tau_{xy}(x, 0) = \tau_\infty + \frac{K_{II}}{(2\pi x)^{1/2}}, \quad \tau_{yz}(x, 0) = \tau_\infty + \frac{K_{III}}{(2\pi x)^{1/2}},$$

где  $\sigma_\infty$ ,  $\tau_\infty$  — характерные напряжения, заданные либо на бесконечности, либо на каком-то контуре ограниченного тела.

Предлагаемые критерии (1.1)–(1.3) при отсутствии вакансии перед фронтом трещины, т. е. при  $k = n = 1$ , превращаются в необходимые условия прочности (см. [1]).

После соответствующих преобразований получаются оценки для критических КИН  $K_I^{*0}$ ,  $K_{II}^{*0}$ ,  $K_{III}^{*0}$ . Для острой трещины нормального отрыва при наличии вакансий в носике трещины имеем

$$\frac{K_I^{*0}}{\sigma_\infty} \leq \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} \frac{k}{n} - 1 \right) \left( \frac{\pi n r_e}{2} \right)^{1/2}, \quad (1.4)$$

для острых трещин поперечного и продольного сдвига в соотношении (1.4)  $K_I^{*0}$  заменяется на  $K_{II}^{*0}$  и  $K_{III}^{*0}$ ,  $\sigma_m$  — на  $\tau_m$ ,  $\sigma_\infty$  — на  $\tau_\infty$ . Таким образом, все три критерия хрупкой прочности имеют совпадающую с точностью до переобозначений структуру, когда рассматриваются острые трещины: параметры  $n$  и  $k$ , характеризующие интервал осреднения и число действующих межатомных связей, входят в формулы для критических КИН  $K_I^{*0}$ ,  $K_{II}^{*0}$ ,  $K_{III}^{*0}$  идентично.

В соотношениях (1.1)–(1.4) содержатся величины  $\sigma_m$  и  $\tau_m$ , описывающие теоретические прочности. Однако, как правило, «... расчеты идеальных прочностей делались все в предположении однородной деформации. Поэтому, строго говоря, результаты должны быть применимы к таким задачам о неоднородной деформации, в которых напряжение и деформация мало меняются на расстояниях, сравнимых с областью действия межатомных сил. Это не так, например, в случае вершины трещины...» [8, с. 98]. Попытки получения оценок прочности атомных цепочек на разрыв приведены в [3, 9].

Критериями типа (1.4) разумно пользоваться только тогда, когда в носике трещины имеются вакансии или примесный атом с очень слабой связью. Наличие вакансий или кластера из вакансий в носике трещины приводит к затуплению этой трещины на атомном уровне.

**2. Дефект перед тупой трещиной, дискретно-интегральные критерии хрупкой прочности.** Рассматриваются затупленные на атомном уровне трещины нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига. Пусть атомная структура материала соответствует простой решетке Браве. На рис. 3 схематически представлены три простей-

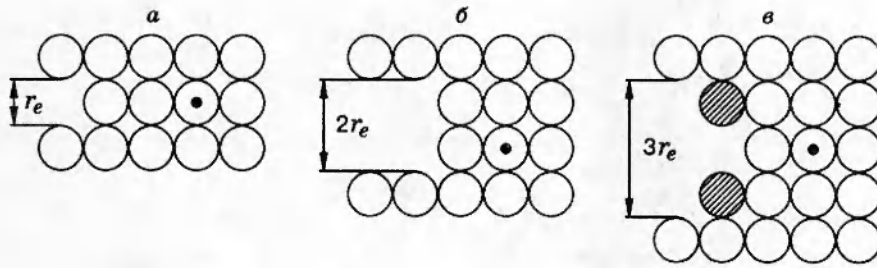


Рис. 3

шие ситуации (точками отмечены вакансии перед плоской трещиноподобной полостью). На рис. 3, в один или оба заштрихованных атома могут отсутствовать. Для соотношений (1.1)–(1.3) имеем  $n = 3, k = 2$  (рис. 3, а),  $n = 2, k = 1$  (рис. 3, б, в). Похожая ситуация возникает и в плотноупакованном атомном слое. Для узкого плоского выреза распределения напряжений около вершины выреза можно выразить через КИН для трещины, в которую переходит вырез при стремлении радиуса кривизны  $\rho$  в вершине выреза к нулю, т. е.  $\rho \rightarrow 0$ .

На рис. 4 показано расположение относительно вершины выреза прямоугольных  $xOy$  и полярных  $Or\theta$  координатных систем. В этих системах координат были получены [10, 11] три распределения напряжений относительно оси выреза:

симметричное

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \right) - \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2} \theta \right\}, \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \right) + \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2} \theta \right\}, \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2} \theta - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3}{2} \theta \right\}; \end{aligned} \quad (2.1)$$

антисимметричное

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2} \theta \right) + \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3}{2} \theta \right\}, \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2} \theta - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3}{2} \theta \right\}, \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \right) - \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2} \theta \right\}; \end{aligned} \quad (2.2)$$

при продольном сдвиге

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad \tau_{yz} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (2.3)$$

Три поля напряжений (2.1)–(2.3) в пределе при  $\rho \rightarrow 0$  переходят соответственно в поля напряжений для трещин отрыва, поперечного и продольного сдвига. Отметим, что в соотношениях (2.1)–(2.3) (см. [10, 11]) отсутствуют слагаемые, определяемые  $\sigma_\infty$  и  $\tau_\infty$ .

Структура соотношений (2.1)–(2.3) в каждом из трех рассматриваемых случаев позволяет провести предельный переход при  $\rho \rightarrow 0$ . Однако для затупленных на атомном

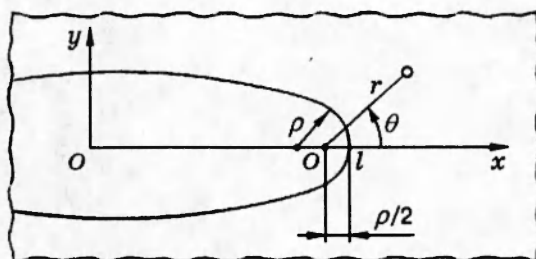


Рис. 4

уровне трещин всех видов можно для наименьших кривизн в вершине выреза рассмотреть только ряд  $\rho \cong 0,5r_e; 1,0r_e; 1,5r_e; \dots; r_e i/2; \dots$  при  $i \geq 1$  ( $i$  — число отсутствующих атомных слоев, для рис. 3, а-в  $i = 1; 2; 3$ ). При конечном  $\rho$  в вершине выреза, т. е. при  $\theta = 0$ ,  $r = \rho/2$ , на его поверхности имеем (см. (2.1)–(2.3)): для первого случая  $\sigma_x = 0$ ,  $\tau_{xy} = 0$ , для второго  $\sigma_x = 0$ ,  $\sigma_y = 0$ , для третьего  $\tau_{xy} = 0$ . Поэтому понятна запись критериев хрупкой прочности (1.1)–(1.3), в которых используются в первом случае  $\sigma_y$  [1], во втором  $\tau_{xy}$  и в третьем  $\tau_{yz}$ .

Так как для трещин нормального отрыва ранее были получены достаточно подробные сведения о критических длинах [3, 4], когда применялся модифицированный дискретный критерий хрупкой прочности В. В. Новожилова, то рассмотрим для сравнения задачу о растяжении плоскости при наличии трещины или выреза. Если принять во внимание расположение координатных осей относительно плоского выреза (рис. 4), то интегральный критерий хрупкой прочности для тупой трещины нормального отрыва имеет вид ( $n r_e$  — интервал осреднения)

$$\frac{1}{k r_e} \int_{\rho/2}^{\rho/2 + n r_e} \left[ \sigma_\infty + \frac{K_I}{(2\pi x)^{1/2}} \left( 1 + \frac{\rho}{2x} \right) \right] dx \leq \sigma_m.$$

Для этой задачи КИН  $K_I$  можно определить через заданные напряжения  $\sigma_\infty$  ( $y \rightarrow \infty$ ) и длину тупой трещины или плоского узкого выреза  $2l_{nk} = 2l(n, k)$  следующим образом:  $K_I = \sigma_\infty (\pi l_{nk})^{1/2}$ , причем целочисленные параметры-индексы  $n$  и  $k$  характеризуют интервал осреднения и число действующих связей.

После соответствующих преобразований для тупой трещины (выреза) нормального отрыва получим критический КИН  $K_I^*$ , выражающийся через КИН  $K_I^{*0}$  для острой трещины, в виде

$$K_I^* = K_I^{*0} \left( \frac{\rho}{2n r_e} + 1 \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

и критическую длину  $2l_{nk}^*$  этой тупой трещины

$$\frac{2l_{nk}^*}{r_e} = \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} - \frac{n}{k} \right)^2 \frac{n^2}{n} \left( \frac{\rho}{2n r_e} + 1 \right). \quad (2.5)$$

Последние скобки в соотношениях (2.4) и (2.5) — поправки на затупление трещины на атомном уровне. В частном случае, когда  $n = k = 1$ , соотношение (2.5) после переобозначений совпадает с соотношением из п. 3 работы [1]. Существенное отличие соотношений (2.4), (2.5) от известных [1, 4] связано с наличием в них информации о радиусе кривизны

Таблица 1

$\sigma_m/\sigma_\infty$	n				Критические трещины Гриффитса
	1	2	3	4	
	$2l_{n1}^*/r_e$				
5	(16) —	5 —			
10	(81) 530	32 470	17 450	9 440	430
20	(361) 2120	162 1880	97 1800	64 1760	1720
100	(9801) 53110	4802 47025	3137 44970	2304 44000	43000

выреза в вершине [1], о дефектах перед тупой трещиной и об их расположении [4].

По формуле (2.5) были выполнены вычисления по определению параметра  $2l_{nk}^*/r_e$  для острой и тупой трещин. В табл. 1 приведены результаты расчетов и сравниваются относительные критические длины  $2l_{n1}^*/r_e$  острых трещин нормального отрыва ( $\rho = 0$ ) при наличии вакансий в носике трещины и перед ней ( $n \geq 2$ ), когда всего одна действующая межатомная связь ( $k = 1$ ), а интервал осреднения различен. Параметр  $n = 1, 2, 3, 4$  характеризует этот интервал осреднения. При заданном уровне нагружения  $\sigma_m/\sigma_\infty$  приведены относительные критические длины  $2l_{n1}^*/r_e$ , полученные из соотношения (2.5) по интегральному критерию хрупкой прочности (верхняя строка) и в [4] по дискретному критерию хрупкой прочности (нижняя строка, напомним, что в [4] использовался потенциал Морса и для трещины Гриффитса).

Обратим внимание на то, что при  $n = k = 1$  (т. е. перед трещиной отсутствуют вакансии) интегральный критерий хрупкой прочности (2.5) — всего лишь необходимый критерий [1], поэтому даже при перенапряженной нулевой связи (см. рис. 1) атомная система без дефектов продолжает воспринимать увеличивающуюся нагрузку (фиктивные критические длины  $2l_{11}^*/r_e$  взяты в скобки). Критические длины  $2l_{n1}^*/r_e$  по интегральному критерию (2.5) при  $n = 2, 3, 4$ , когда имеются вакансии в носике и перед трещиной, отличаются на порядок от критических длин  $2l_{n1}^*/r_e$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) по дискретному критерию и критической длины трещины Гриффитса. Выявлена большая чувствительность критических длин трещин к появлению вакансий одновременно в носике и перед трещиной.

В табл. 2 приведены результаты расчетов критических длин  $2l_{n1}^*/r_e$  тупых трещин нормального отрыва только по интегральному критерию хрупкой прочности при отсутствии ( $n = 1$ ) и при наличии вакансий перед вырезом ( $n \geq 2$ ), когда действующих связей всего одна ( $k = 1$ ), а также указан относительный радиус кривизны  $\rho/r_e$  в вершине выреза для каждого уровня нагружения.

Сравнивая результаты расчетов (см. табл. 1, 2) по определению критических длин острых и тупых трещин, можно сделать вывод, что рассматриваемый интегральный критерий хрупкой прочности (2.5) слабо реагирует на изменение затупления трещины на атомном уровне. При наличии вакансий перед вырезом ( $k = 1, n = 2, 3, 4$ ) имеем по-

Таблица 2

$\sigma_m/\sigma_\infty$	$\rho/r_e$	$n$			
		1	2	3	4
		$2l_{n1}^*/r_e$			
5	0,5	(20)	11	5	—
	1,0	(24)	12	5	—
	1,5	(28)	13	5	—
10	0,5	(102)	36	18	10
	1,0	(122)	40	20	11
	1,5	(142)	44	21	11
20	0,5	(452)	183	105	68
	1,0	(542)	203	113	72
	1,5	(632)	223	121	76
100	0,5	(12252)	5403	3398	2448
	1,0	(14702)	6003	3660	2592
	1,5	(17152)	6603	3921	2736

сле обрыва перенапряженной межатомной связи вырез с острой трещиной; устойчивость образовавшейся более сложной системы надо исследовать дополнительно. При отсутствии вакансий перед вырезом ( $n = k = 1$ ), но при наличии радиуса кривизны в вершине выреза ( $\rho/r_e = 0,5; 1; 1,5$ ) получены фиктивные критические длины (взяты в скобки), согласующиеся с таковыми для необходимого критерия хрупкой прочности (см. табл. 1).

Рис. 5 иллюстрирует влияние интервала осреднения на параметры относительных критических длин  $2l_{nk}^*/r_e$  при заданном уровне нагружения  $\sigma_m/\sigma_\infty = 10$ : кривая 1 построена при  $k = 1, \rho/r_e = 0$ ; 2 —  $k = 1, \rho/r_e = 0,5$ ; 3 —  $k = 1, \rho/r_e = 1$ ; 4 —  $k = 2, \rho/r_e = 0$ ; 5 —  $k = 2, \rho/r_e = 0,5$ ; 6 —  $k = 2, \rho/r_e = 0,5$ . Каждая кривая состоит из двух частей: штриховой и сплошной; сплошные части кривых соответствуют реальным критическим длинам  $2l_{nk}^*/r_e$ , а штриховые — фиктивным критическим длинам, определенным по необходимым критериям прочности [1], так как  $n = k$ . Затупление трещины на атомном уровне оказывает слабое влияние на параметр критических длин  $2l_{nk}^*/r_e$ , когда  $n > k$ .

Исследуем другие типы тупых трещин. Воспользовавшись соотношениями (2.2) и (2.3), с учетом слагаемых  $\tau_\infty$  получим критические КИН для тупой трещины поперечного  $K_{II}^*$  и продольного  $K_{III}^*$  сдвига (критические КИН острых трещин совпадают:  $K_{II}^{*0} = K_{III}^{*0}$ ):

$$K_{II}^* = K_{II}^{*0} \left( \frac{\rho}{2nr_e} + 1 \right)^{1/2} \left[ \left( \frac{\rho}{2nr_e} + 1 \right)^{1/2} + \left( \frac{\hat{F}}{2nr_e} \right)^{1/2} \right]^2; \quad (2.6)$$

$$K_{III}^* = K_{III}^{*0} \left[ \left( \frac{\rho}{2nr_e} + 1 \right)^{1/2} + \left( \frac{\rho}{2nr_e} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.7)$$

Подчеркнем, что если структура соотношений критических КИН  $K_I^{*0}, K_{II}^{*0}, K_{III}^{*0}$  всех трех типов острых трещин идентична (см. (1.4)), то критические КИН  $K_I^*, K_{II}^*, K_{III}^*$  тупых трещин существенно различаются (см. (2.4), (2.6) и (2.7)). Параметр приведенной кривизны  $\rho/2nr_e$  в вершине выреза входит в соотношения (2.4), (2.6) и (2.7) различным образом и связан с интервалом осреднения.

**3. Оценки хрупкой прочности компактированных материалов.** Воспользуемся

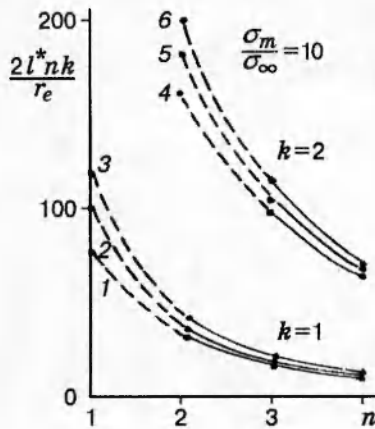


Рис. 5

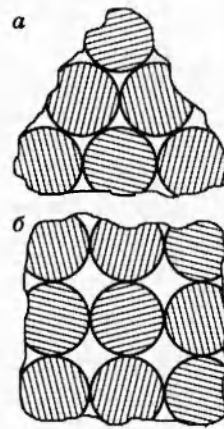


Рис. 6

полученными критическими КИН для разных типов острых и тупых трещин для оценки достижимой хрупкой прочности тел с дефектами по сравнению с теоретической прочностью межатомных связей. Далее будем брать критические КИН  $K_I^{*0}$ ,  $K_{II}^{*0}$ ,  $K_{III}^{*0}$  для острых трещин (см. (1.4)), так как критические КИН  $K_I^*$ ,  $K_{II}^*$ ,  $K_{III}^*$  тупых трещин слабо зависят от затупления трещин на атомном уровне (см. (2.4)–(2.6)). Допустим, что материал получен статическим или динамическим компактированием идеальных цилиндров одинакового радиуса. Пусть заполнение оставшихся пор отсутствует.

Поперечное сечение, нормальное к оси цилиндров, образовавшегося материала с порами представлено на рис. 6, где *a* соответствует плотной упаковке цилиндров, *б* — упаковке правильных цилиндрических частичек, центры которых образуют простую решетку Браве. В первом и втором случае бесконечная плоскость ослаблена гипоциклическими отверстиями с тремя вершинами и отверстиями в форме астроида.

Рассмотрим плоскость, ослабленную единичным гипоциклоидным отверстием с малым числом вершин; для этого случая имеем оценки максимальных КИН [11, с. 209 и 408–409]:

$$K_I \cong (0,94 \div 1,08)\sigma_\infty(\pi a)^{1/2}, \quad K_{II} \cong (0,94 \div 0,64)\tau_\infty(\pi a)^{1/2}, \quad (3.1)$$

$$K_{III} \cong (1 \div 0,86)\tau_\infty(\pi a)^{1/2}.$$

Здесь *a* — радиус описанной окружности для гипоциклоиды и астроида;  $\sigma_\infty$  и  $\tau_\infty$  — одноосное растягивающее и сдвигающее напряжения, заданные на бесконечности. Очевидно, что первое и третье соотношения из (3.1) достаточно точно, а второе соотношение сравнительно грубо можно аппроксимировать выражениями (при тех же самых условиях нагружения)

$$K_I = \sigma_\infty(\pi l)^{1/2}, \quad K_{II} = \tau_\infty(\pi l)^{1/2}, \quad K_{III} = \tau_\infty(\pi l)^{1/2}, \quad (3.2)$$

где *2l* — длина острой эквивалентной трещины.

Рассмотрим растяжение полуплоскости с краевым криволинейным вырезом с точкой возврата на контуре [11, с. 147], что моделирует растяжение полуплоскости, полученной компактированием цилиндров. КИН в этом случае определяется выражением

$$K_I = (3 \cdot 2^{1/2}/4)\sigma_\infty(\pi a)^{1/2} \quad (3.3)$$



( $a$  — глубина выреза), что согласуется с КИН краевой трещины [11, с. 111]

$$K_I = 1,12\sigma_\infty(\pi l)^{1/2}, \quad K_{II} = 1,12\tau_\infty(\pi l)^{1/2} \quad (3.4)$$

( $l$  — длина краевой эквивалентной трещины).

По сути дела остроугольные дефекты подменяются трещинами. Наибольшие КИН имеем для плоскости с астроидой (первое соотношение из (3.1)), а для полуплоскости наибольшие КИН получаются, когда есть острый вырез (3.3) или краевая трещина (3.4).

Так как остроугольные дефекты в теле расположены в определенном порядке, то приведем оценки КИН периодически расположенных эквивалентных трещин в плоскости и полуплоскости. Наибольшие КИН  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  у коллинеарной системы трещин и у двоякопериодической системы трещин, ослабляющих плоскость, причем  $K_I \cong 2\sigma_\infty l^{1/2}$ ,  $K_{II} \cong K_{III} \cong 2\tau_\infty l^{1/2}$ . Для полуплоскости наибольший КИН  $K_I$  имеет краевая трещина, а наибольший КИН  $K_{II}$  — периодическая система краевых трещин, причем  $K_I \cong 2\sigma_\infty l^{1/2}$ ,  $K_{II} \cong 2\tau_\infty l^{1/2}$ . Таким образом, окончательно оценки максимальных КИН запишем в виде

$$K_I \cong 2\sigma_\infty l^{1/2}, \quad K_{II} \cong K_{III} \cong 2\tau_\infty l^{1/2}. \quad (3.5)$$

Воспользуемся соотношением (1.4) для критических КИН острых трещин трех типов. После соответствующих преобразований получим соотношение, характеризующее достижимый уровень прочности на растяжение и сдвиг трещиноватых компактированных тел при наличии вакансий в носике трещины и перед ней:

$$\frac{\sigma_\infty}{\sigma_m} = \frac{k}{n} \left[ \left( \frac{2}{\pi n} \right)^{1/2} \frac{K_I^{*0}}{\sigma_\infty(r_e)^{1/2}} + 1 \right]^{-1}. \quad (3.6)$$

Здесь  $\sigma_m$  — напряжения, соответствующие теоретической прочности на разрыв слабой межатомной связи в рассматриваемой системе, остальные обозначения те же, что в п. 1.

Соотношения, характеризующие прочность трещиноватых компактированных тел на сдвиг, имеют вид (3.6), только  $K_I^{*0}$  заменяется на  $K_{II}^{*0}$  или  $K_{III}^{*0}$ ,  $\sigma_\infty$  — на  $\tau_\infty$ ,  $\sigma_m$  — на  $\tau_m$  ( $\tau_m$  — напряжения, отвечающие теоретической прочности на сдвиг слабой межатомной связи).

Простые оценки относительных критических длин трещин нормального отрыва получаются из (3.5), (3.6), если пренебречь второстепенными членами для не очень коротких на атомном уровне трещин  $((l_*/r_e)^{1/2} \gg 1)$ , и имеют вид

$$\frac{l_*}{r_e} \cong \frac{8}{\pi} \frac{k^2}{n} \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} \right)^2. \quad (3.7)$$

Для трещин поперечного и продольного сдвига в соотношении (3.7)  $\sigma_m/\sigma_\infty$  заменяется на  $\tau_m/\tau_\infty$ .

Относительные критические длины  $l_*/r_e$  (при заданном параметре атомной решетки  $r_e$ ) существенно зависят от числа действующих межатомных связей в вершине трещины  $k$ , от теоретической прочности  $\sigma_m$  слабой межатомной связи и сравнительно слабо от интервала осреднения  $\pi r_e$ , т. е. от параметра  $n$ . Напомним, что теоретическая прочность  $\sigma_m$  зависит не только от межатомного потенциала, но и от числа межатомных связей на единицу поверхности, т. е. от  $r_e$ . Поэтому для повышения прочности трещиноватых компактированных тел желательно: 1) улучшить качество компактирования статическим или динамическим обжатием, иногда с привлечением последующего спекания (качество компактирования в выбранной модели описывается параметром  $k^2/n$ , реальные значения

этого параметра от  $1/2$  до  $4/3$ ), 2) исключить примеси с малой теоретической прочностью  $\sigma_m$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00870).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. 1969. Т. 33, № 2. С. 212–222.
2. Морозов Н. Ф. Проблемы хрупкого разрушения и их исследование методами теории упругости // Механика и научно-технический прогресс. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. С. 54–63.
3. Андреев А. В., Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. Обрыв атомных связей в вершине трещины. Потеря устойчивости участка цепочки атомов // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 5. С. 135–146.
4. Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. О критерии хрупкого разрушения тел с трещиной при наличии дефекта атомной решетки // Изв. РАН. МТТ. 1994. № 2. С. 185–193.
5. Морозов Н. Ф., Семенов Б. Н. Применение критерия хрупкого разрушения В. В. Новожилова при определении разрушающих нагрузок для угловых вырезов в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 1. С. 122–126.
6. Орлов А. Н., Трушин Ю. В. Энергии точечных дефектов в металлах. М.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Физическое металловедение / Под ред. Р. У. Кана, П. Хаазена. Т. 1. Атомное строение металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1987.
8. Макмилан Н. Идеальная прочность твердых тел // Атомистика разрушения : Сб. ст. 1983–1985 гг. / Сост. А. Ю. Ишлинский. М.: Мир, 1987. С. 35–103.
9. Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. Деформирование и потеря устойчивости участка цепочки атомов в вершине трещины // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 160–172.
10. Creager M., Paris P. C. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking // Int. J. Fract. Mech. 1967. V. 3, N 4. P. 247–252.
11. Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2. / М. П. Саврук. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988.

*Поступила в редакцию 7/VI 1995 г.*

---