

существует этот переход с идеальной на неидеальную ветвь зависимости. Данный излом для $D(\rho)$ не связан с изломом кривой $D_{пр}(\rho)$ из-за изменения конечного состава продуктов взрыва [6]. Результаты численных расчетов трактуют последний с разных позиций: смещения термодинамического равновесия в сторону образования продуктов с меньшим эффектом тепловой реакции [7], изменения механизма конденсации углерода [9] и др.

Для гексогена он наблюдается при $\rho = 1100$ кг/м³. Можно было бы на примере гексогена данный излом трактовать и с позиции смены механизма распространения детонации при $\rho = 800 \div 1000$ кг/м³. Однако тогда эта интерпретация не объяснит изломы $D_{пр}(\rho)$ для тэна [7], тротила и ТГ50/50 [9] при $\rho = 1400, 1550, 1450$ кг/м³ соответственно. Вместе с тем именно при этой плотности для гексогена происходит резкое изменение кривизны зависимости $D_{пр}(\rho)$. Таким образом, механизм детонации, а следовательно, и структура заряда определяют критические условия распространения детонации, что подтверждает результаты работы [10].

На плоскости (d, ρ) построены функциональные зависимости между плотностью и диаметром зарядов, обеспечивающих заданную скорость детонации. Любая из них является линией пересечения плоскости $D = \text{const}$ с поверхностью детонационных характеристик. Данные кривые получаются только геометрическим построением при наличии экспериментально полученного набора зависимостей $D(\rho)$ или $D(d)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика взрыва/Под ред. К. П. Стапоковича.— М.: Наука, 1975.— 704 с.
2. Юхансон К., Персон П. Детонация взрывчатых веществ.— М.: Мир, 1973.— 352 с.
3. Дремин А. Н., Савров С. Д., Трофимов В. С. и др. Детонационные волны в конденсированных средах.— М.: Наука, 1970.— 164 с.
4. Соловьев В. С., Андреев С. Г., Леванговский А. В. и др. Горение и взрыв: Материалы третьего Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— М.: Наука, 1972.— 451 с.
5. Lee F. F., Kauffman C. W., Sichel M. et al. AIAA 23rd Aerospace sci. meeting.— Reno (USA), 1985.
6. Имховик Н. А., Соловьев В. С. // Детонация: Материалы IX Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— Черногоровка, 1989.
7. Steinberg D. J. // 8th Symp. (Int.) on Detonation.— Albuquerque (USA), 1985.
8. Борисов А. А., Хасанов Б. А., Вейсьер Б. // Хим. физика.— 1991.— 10, № 2.— С. 250.
9. Дремин А. И., Першин С. В., Пятернев С. В. и др. Об изломе зависимости скорости и детонации от начальной плотности ТНТ // ФГВ.— 1989.— 25, № 5.— С. 141.
10. Шведов К. К., Анискин А. И., Ильин А. Н. и др. Исследование детонации сильно-разбавленных пористых ВВ. I. Влияние инертной добавки на параметры детонации // Там же.— 1980.— 16, № 3.— С. 92.

г. Москва

Поступила в редакцию 27/VIII 1991

УДК 532.529 + 541.126

А. В. Федоров

СТРУКТУРА ГЕТЕРОГЕННОЙ ДЕТОНАЦИИ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ, ДИСПЕРГИРОВАННЫХ В КИСЛОРОДЕ

Дан обзор работ в области математического моделирования интегральных и локальных параметров гетерогенной детонации аэрозвесей. Постановка задачи об иницировании детонации смеси частиц алюминия и кислорода, воздействия сторенного объема газозвесей на окружающую среду дана в рамках неравновесного одномерного, нестационарного течения. Проведен анализ стационарных течений газозвесей алюминия с кислородом, получено удовлетворительное согласие расчетных данных по зависимости скорости детонации от содержания частиц с экспериментальными.

Введение

Проблема математического описания гетерогенной детонации реагирующих смесей газов и частиц, т. е. сверхзвукового распространения по смеси области экзотермической реакции, привлекла внимание многочисленных исследователей. Работы, выполненные в этом направлении, можно условно разделить на несколько групп. Первая основана на рассмотрении процесса гетерогенной детонации на основе детонационных адиабат смеси. Это позволяет прогнозировать интегральные характеристики гетерогенной детонации: скорость распространения детонационной волны (ДВ), динамические и термодинамические параметры за ее фронтом. При этом выписываются уравнения сохранения массы, импульса и энергии для каждой из фаз. Детонационные адиабаты смеси получаются затем в виде зависимости давления p от удельного объема смеси v и релаксационных параметров фаз: скоростей, температур, а также относительной массовой концентрации выгорающей фазы. В [1] в частности приведены детонационные адиабаты в равновесном по скоростям и неравновесном по температурам течении смеси, когда в плоскости Чепмена — Жуге остались несгоревшие частицы и можно пренебречь объемной долей частиц. Плоскость Чепмена — Жуге определена здесь в случаях, когда $(1 + \eta_0)\gamma M \gg 1$, где $\eta_0 = \rho_{22}/\rho_{11}$; M_0 — число Маха ДВ; другие обозначения общеприняты. Выписаны выражения для скорости детонационной волны D . Качественно и количественно оценено влияние неполного прогрева и подогрева частиц на скорость ДВ.

В [2] аналогичное исследование проводится также в рамках односкоростного двухтемпературного подхода. Учитывая объемную долю частиц в уравнениях сохранения, авторы пренебрегают ею в термическом уравнении состояния. Плоскость Чепмена — Жуге определяют как поверхность, где заканчивается химическая реакция и касаются линии Рэлея — Михельсона и детонационная адиабата смеси. Приведены данные расчетов при объемных долях частиц $m_{20} = 0,18$ и $0,022$, указывающие на определенное влияние этого параметра на плотность смеси и влияние порядка величины $m_{10} = 1 - m_{20}$ на давление и скорость в детонационной волне.

В [3] для смеси детонирующий газ — инертные частицы, жидкие капли в кислороде приведены формулы расчета скоростей Чепмена — Жуге для полностью равновесного течения смеси с учетом испарения и без него для односкоростного варианта течения, когда $T_2 = T_0 = \text{const}$ для течения с замороженным обменом теплом и импульсом между фазами: $T_2 = T_0$, $u_2 = u_0$. Приводятся данные расчетов, иллюстрирующие влияние завершенности релаксационных процессов на скорость распространения детонации в смесях.

В [4, 5] для описания процесса стационарной гетерогенной детонации предложена система уравнений, описывающая течение газозвеси в рамках двухскоростного, двухтемпературного подхода с учетом горения твердой фазы. Выписаны детонационные адиабаты в случае полного выгорания частиц, а также для равновесного по скоростям и температурам течения смеси с неполным выгоранием и замороженная адиабата. Введено понятие о вспомогательной адиабате, служащей для определения детонации Чепмена — Жуге. Высказано утверждение о существовании замороженных и дисперсных детонационных фронтов в газозвесах. Для замороженного по скоростям частиц режима течения приводятся некоторые количественные и качественные оценки относительно распределения давления во фронте волны.

В [5] газовая фаза аэродисперсной смеси представляет собой инертный газ и газообразные продукты горения твердых частиц горючего. Для частиц пороха принимаются модели нормального горения и в режиме испарения, учитывается неоднородный прогрев частицы. Аналогично [4], выписываются детонационные адиабаты смеси. Принимая одинаковыми свойства газовых компонентов, пренебрегая объемной долей частиц,

в приближении сильной ДВ высказано качественное утверждение относительно возможности существования режимов Чепмена — Жуге, недожженной и пересжатой детонации для равновесного и замороженного течения аэровзвеси. Здесь же приводятся результаты численных расчетов волны детонации в пренебрежении объемной долей частиц.

В [6] результаты [5] дополнены промежуточной моделью горения порохов, там же обсуждаются детонационные адиабаты и сообщается о некоторых результатах расчетов структуры.

В [7] исследованы адиабаты гетерогенной двухфазной детонации с учетом различных скоростей, температур фаз и выгорания твердых частиц. Определены понятия детонационной адиабаты с различными видами равновесности и замороженности релаксационных процессов. Получены их выражения как в общем случае, так и некоторых частных (например, при малом скоростном отставании фаз). Дано определение скорости детонации Чепмена — Жуге и получены ее приближенные выражения в различных асимптотических случаях (малая доля частиц во взвеси, большой тепловой эффект реакции и т. д.). Показано, что в некоторых из этих случаев предложенные уравнения совпадают с известными в литературе. Приведены расчетные иллюстрации высказанных положений.

Вторая группа работ посвящена описанию гетерогенной детонации аэровзвесей на основе систем обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющих некоторым краевым задачам на собственное значение. В результате решения оказывается возможным определение не только интегральных параметров детонации, но и локальных (в частности, распределение давления и температуры вниз по потоку от инициирующей ударной волны).

В [8] исследовалась смесь из капель и газа без задержки воспламенения, температура капель считалась постоянной. Плоскость Чепмена — Жуге определена в случае сильной ДВ, равенства скоростей фаз, полного выгорания частиц. Обсуждались данные расчетов, связанные с физикой явлений, характерных для горения жидких капель. Работа [9] посвящена вопросу протекания гетерогенной детонации в смеси горючих газов и инертных частиц, которые могут ускоряться. В случае сильной детонации определена плоскость Чепмена — Жуге, когда там имеются неиспарившиеся частицы с температурным и скоростным запаздыванием. В результате авторы получили функционал скорости волны Чепмена — Жуге в зависимости от значений параметров второй фазы в этой плоскости, который служит граничным условием в звуковой точке. Решение осуществляется численно итерациями по этому нелинейному краевому условию. Физический анализ полученных численных данных приводит к заключению об уменьшении скорости детонации смеси при добавлении инертных частиц и неравновесности параметров в плоскости Чепмена — Жуге.

В [10] рассмотрена гетерогенная детонация для двухфракционной смеси мелких частиц в односкоростном, двухтемпературном приближении на основе автомоделного подхода Стернберга с учетом предвоспламенительного перехода, при этом температура газа мало меняется вдоль зоны волны детонации. Проведены расчеты режимов неидеальной детонации с неполным выделением энергии до плоскости Чепмена — Жуге.

В [11] на основе предложенной математической модели течения аэродисперсной газозвеси реагирующих металлических частиц определена структура ДВ в смеси алюминия с кислородом. Показано, что в рамках односкоростного, одготемпературного подхода, учитывающего интегральный вид гетерогенной химической реакции, возможно описать опытные данные [12] по зависимости скорости детонационной волны от относительной массовой концентрации частиц. Работа [13] содержит анализ данной задачи с учетом различия температур фаз в рамках упрощенного описания источникового члена для горения твердой фазы и также основана на данных [11].

В [14—17] изучалась структура ударных волн (УВ) для смесей: горючего газа с инертными частицами, инертного газа с частицами унитарного топлива, горючего газа и реагирующих частиц, а также для неравновесного по температурам и химическому составу газа. Здесь проанализирована внутренняя особая точка $M_f = 1$ математической модели течения, показана структурная неустойчивость интервала конечных состояний, где $M_{f,k} \in (M_e, M_f)_k$. На основе проведенных оценок дана классификация типов течений в ДВ (идеальная и неидеальная детонация Чепмена — Жуге, одно- и двухволновые конфигурации). В рамках одномерного нестационарного течения газовзвеси численно исследована динамика выхода на стационарные режимы детонации, когда смесь инициируется ударно-волновым нагружением.

В [18] дается постановка задачи о структуре стационарной ДВ в смеси реагирующих газа и частиц на основе системы уравнений, близкой к [14] (двухскоростное, двухтемпературное приближение механики гетерогенных сред с линейными законами выгорания фаз и учетом задержки воспламенения). Решение дается в виде качественного анализа поля интегральных кривых, описывающих структуру ДВ. Подробно рассмотрен случай, когда первоначально выгорает газовый компонент, показано, что режимы недосжатой и пересжатой детонации определяются стационарными точками типа седло — узел. Приведены условия, при которых имеется одна внутренняя особая точка или две (седла, фокусы), а также условия их отсутствия. Численных данных не приводится.

В [19] и других работах этих авторов изучена гетерогенная детонация в смесях в зависимости от различных отношений между характерными временами релаксационных процессов, протекающих в смеси. Скорость Чепмена — Жуге предлагается определять в соответствии с различными равновесно-замороженными скоростями звука.

В [20, 21] дается качественный анализ математической модели детонации в криогенной газовзвеси капле жидкого кислорода в газообразном водороде. Численно определена скорость псевдонедосжатой волны.

Работа [22] посвящена определению детонационных режимов в односторонней, двухтемпературной среде. Показано, что скорость детонации лежит в интервале скоростей с границами: равновесная и замороженная скорости детонации. Численно определены многозначные типы детонационных течений, существующие за счет внутренней особой точки, определяемой по замороженному либо равновесному числу Маха.

Физико-математическая постановка задачи о гетерогенной детонации смеси частиц металла и газа

Рассмотрим одномерное течение смеси газа и твердых горючих частиц металла в одномерном пространстве с различными видами симметрии. Допустим, что в центре симметрии произведено инициирование газовзвеси и начинает развиваться горение твердой фазы. В качестве инициирующего выберем ударный способ. Это означает, что в некоторой области $0 \leq x \leq x_0$ в начальный момент времени $t = 0$ имеется смесь с высокими динамическими и термодинамическими параметрами. При $t > 0$ на границе между горячей смесью и аэровзвесью, находящейся в нормальных условиях, начинается распад разрыва. По холодной взвеси пойдет замороженная УВ, по горячей — волна разрежения. За фронтом УВ параметры газа возрастают, так что возможно воспламенение и горение газовзвеси. За счет выделяющегося тепла комплекс, состоящий из фронта горения и замороженной УВ, может стать однофронтным, распространяться с постоянной скоростью в самоподдерживающемся режиме. Стационарная волна детонации в газовзвеси представляет собой замороженную УВ, дополняемую зонами скоростной, температурной и химической релаксации (воспламенение и горение).

Относительно протекающих релаксационных процессов предполагаем, что время скоростной релаксации $\tau_u \ll \min(\tau_T, \tau_\xi)$ (τ_T, τ_ξ — время тепловой и химической релаксации). Поскольку имеется ввиду описание течения смеси с достаточно мелкими частицами алюминия (радиусом около 5 мкм), то предположение о равенстве скоростей фаз (но при этом различии температур) обоснованно [23].

Кроме того опишем процесс воспламенения частиц (в рамках последующего стационарного течения) на основе простейшего подхода, т. е. считаем, что частицы пагреваются лишь за счет конвективного теплообмена с газом. Это справедливо для достаточно сильных УВ. Более углубленное описание воспламенения частиц дано в [24] для задачи инициирования взрывов магниевых частиц взрывом центрального заряда.

На основе изложенного уравнения сохранения массы, импульса и энергии смеси, дополненные уравнениями теплообмена между фазами и кинетики горения частиц, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho x^v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u x^v}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \rho u x^v}{\partial t} + \frac{\partial \rho (u^2 + p/\rho) x^v}{\partial x} = v x^{v-1} p, \\ \frac{\partial}{\partial t} x^v \rho E + \frac{\partial}{\partial x} x^v \rho u (E + p/\rho) &= 0, \quad \frac{dT_2}{dt} = q = -\frac{T_2 - T}{\tau_T}, \\ \frac{d\xi}{dt} = \kappa &= -\frac{u}{\tau_\xi} \xi \exp(-E_2/RT_2), \quad p = (1 - \xi) RT/W, \\ W &= v - \xi/\rho_{22}, \quad e = (1 - \xi) c_{V1} T + \xi c_{V2} T_2 + Q\xi, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ — средняя плотность; u — скорость; p — давление; e — внутренняя энергия смеси; ξ — относительная массовая концентрация твердых частиц; Q — теплота химической реакции; T, T_2 — температура газа и частиц; ρ_{22} — истинная плотность твердых частиц; x, t — пространственная переменная и время; $v = 0, 1, 2$ — течения с плоской, цилиндрической, сферической симметрией соответственно; $E = e + u^2/2$; ξ_k — доля несгоревших частиц; R — универсальная газовая постоянная; E_2 — энергия активации процесса горения; c_{V1}, c_{V2} — теплоемкости газа и частиц.

В рамках предложенной математической модели рассмотрим задачи: 1) о стационарной детонации взрывчатого вещества, 2) иницировании гетерогенной детонации, 3) воздействии продуктов взрыва облака реагирующих частиц на окружающую среду.

Задача 1. Допустим, что в одномерном пространстве, заполненном смесью мелких частиц металла (алюминия) и кислорода, распространяется стационарная ДВ. Уравнения (1), описывающие ее распространение в области изменения переменной $y = x - Dt$, имеют вид

$$\begin{aligned} \rho u &= \rho_0 u_0 = c_1, \quad p + c_1 u = p_0 + c_1 u_0 = c_2, \\ e + p v + u^2/2 &= e_0 + p_0 v_0 + u_0^2/2 = c_3, \\ u \frac{d\xi}{dy} &= \kappa, \quad u \frac{dT_2}{dy} = q, \quad p = p(v, T, \xi), \\ v &= 1/\rho, \quad e = e(T_2, \xi). \end{aligned} \quad (2)$$

Индексом ноль отмечено начальное состояние смеси перед фронтом волны детонации. Уравнения (2) должны быть дополнены краевыми условиями стационарности течения на $\pm\infty$. Для вектора решения $\Phi(u, \rho, \dots, \xi)$ эти условия имеют вид

$$\Phi \rightarrow \Phi_0, \Phi_k; \quad \Phi = d\Phi/dy \rightarrow 0, \quad (3)$$

$$(u/c_e)_k \geq 1. \quad (4)$$

Здесь c_e — равновесная скорость звука смеси. Величины, отмеченные индексом k , соответствуют конечной точке течения (точке Чепмена — Жуге). Условия (3), (4) определяют режим идеальной детонации Чепмена — Жуге, когда релаксационные процессы завершаются к точке Жуге.

Это требует того, чтобы времена релаксации τ_ξ , τ_r были достаточно малыми.

Поставленная проблема представляет собой задачу для системы дифференциальных уравнений первого порядка со свободным параметром u_0 (скорость смеси перед фронтом). Одно из условий существования такого решения есть требование, чтобы точки 0 и κ являлись стационарными для (2). Определим параметры течения в точке Жуге из уравнения $(u/c_e)_\kappa = 1$, причем $T = T_2$, $\xi = \xi_\kappa$. Покажем, что такая точка в течении существует.

Действительно, используя интегралы сохранения (2) и условия отсутствия источников массы и энергии в конечной точке, можно получить уравнение для определения u_κ в зависимости от $\xi = \xi_\kappa$, которое запишем в двух эквивалентных видах

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{u^2}{2} + \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{c_2}{c_1} + \frac{c_1\beta}{\gamma-1} \right) \bar{u} + Q\xi - c_3 - \frac{c_2\beta}{\gamma-1} = 0, \\
 & -\frac{\gamma+1}{\gamma-1} M_0^2 \frac{\bar{u}^2}{2} + \left[\frac{\gamma}{\gamma_0} (m_{10} + \gamma_0 M_0^2) + M_0^2 \xi \frac{\rho_0}{r} \right] \frac{\bar{u}}{\gamma-1} - \frac{\rho_0}{r} \xi \frac{m_{10} + \gamma M_0^2}{(\gamma-1)\gamma_0} + \\
 & \quad + \frac{Q}{c_0^2} \xi - \frac{c_3}{c_0^2} = 0 \equiv a\bar{u}^2 + b\bar{u} + c, \quad (5) \\
 & \xi = \rho_2/\rho, \quad \beta = \xi/r, \quad \bar{u} = u/u_0, \quad \gamma = c_p/c_v, \\
 & \quad \tau_p = (1 - \xi) c_{p1} + \xi c_{p2}.
 \end{aligned}$$

Определим, используя введенные обозначения, промежуточную равновесно-замороженную скорость звука $c_{ef}^2 = \gamma p v / W^2 \equiv c_{ef}^2(\xi)$, имеющую место для течений равновесных по температурам ($T = T_2$) и замороженных по концентрациям ($\xi = \text{const}$). Если в формуле для $c_{ef}^2(\xi)$ положить $\xi = \xi_0$, получим $c_{ef}^2(\xi_0) = c_f^2 = c_{f0}^2$ — замороженная скорость звука смеси; при $\xi = \xi_{\text{ст}}$, $c_{ef}^2(\xi_{\text{ст}}) = c_e^2 = c_{e\kappa}^2$ — равновесная скорость звука смеси.

Можно показать, что первое из уравнений (5) совпадает с [25], если в последнем положить $Q = 0$ и $c_2\beta/(\gamma-1) = 0$. Если кроме того $m_1 \approx 1$, то уравнения (5), в которых $Q\xi_0 = \text{const}$ совпадают с [26].

Воспользуемся второй формой представления (5) и положим $b^2 - 4ac = 0$, откуда получим выражение для определения скорости лидирующей УВ, имеющей позади плоскость Жуге:

$$\alpha^2 \xi^2 + 2\xi [\alpha\beta + (\gamma^2 - 1)(Q - \delta)] + \beta^2 - 2(\gamma^2 - 1)m_{10}(\bar{Q} - \varepsilon) = 0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}
 \xi &= m_{10} + \gamma_0 M_0^2; \quad \eta = \rho_0/r; \quad \alpha = 1 - \xi\eta; \\
 \beta &= m_{10}\xi\eta; \quad \bar{Q} = Q\Delta\xi\gamma_0/c_0^2; \quad \Delta\xi = \xi - \xi_0; \\
 \delta &= m_{10}^2/(\gamma_0 - 1); \quad \varepsilon = m_{10}(1 + \gamma_0 - 2m_{20})/2(\gamma_0 - 1).
 \end{aligned}$$

Отсюда

$$\xi_{1,2} = \frac{-(\alpha\beta + (\gamma^2 - 1)(\bar{Q} - \delta)) \pm \sqrt{D}}{\alpha^2}. \quad (7)$$

Величину $D = (\gamma^2 - 1)\Sigma^2 - 2\alpha m_{10}\Sigma - \alpha^2 m_{10}^2$, где $\Sigma = -\bar{Q} + \delta$, рассмотрим далее как полином второго порядка от переменной Σ . Корни $D(\Sigma) = 0$ определяются, $\Sigma_+ = \alpha m_{10}/(\gamma - 1) > 0$, $\Sigma_- = -\alpha m_{10}/(\gamma + 1) < 0$, отсюда $D > 0$ при $\Sigma > \Sigma_+$, $\Sigma < \Sigma_-$.

Рассмотрим при каких ξ (значение ξ в конечной точке) выполняется неравенство $\Sigma > \Sigma_+$. Рассуждение проведем для варианта $m_{10} \sim 1$, $\rho_{11}/r \ll \ll 1$. В этом случае неравенство $\Sigma > \Sigma_+$ с учетом того, что $\gamma - 1 = (\gamma_1 - 1)\bar{\xi}/(\bar{\xi} + \xi\delta_1)$, $\bar{\xi} = 1 - \xi$, имеет вид

$$1/(\gamma_0 - 1) - Q(\xi - \xi_0)\gamma_0/c_0^2 > 1/(\gamma - 1).$$

Можно переписать его в виде

$$1/(\gamma_0 - 1) - (1 - \xi + \xi\delta_1)/(\gamma_1 - 1)\bar{\xi} > \tilde{Q}\Delta\xi, \quad \tilde{Q} = \frac{Q\gamma_0}{c_0^2}.$$

Приводя подобные, последнее запишем в виде

$$\psi(\xi) = (\gamma_1 - 1)\bar{\xi}/(\gamma_0 - 1) - \bar{\xi} - \xi\delta_1 > \varphi(\xi) = \tilde{Q}\gamma_1\bar{\xi}(\xi - \xi_0).$$

Функция $\psi(\xi) = (A + \delta_1)(B - \xi)$, $A = (\gamma_1 - 1)/(\gamma_0 - 1) - 1$, $B = 1 - \delta_1/(\delta_1 + A)$, $A, B > 0$ так как $\gamma_0 < \gamma_1$ при $\xi = 0$, $\psi(0) = (A + \delta_1)B > 0$ и убывает до нуля при $\xi = B < 1$, $\psi(B) = 0$.

Функция $\varphi(\xi)$ имеет максимум в точке $\xi_{\max} = (1 + \xi_0)/2$: $\varphi(\xi_{\max}) = \varphi_{\max} = \tilde{Q}\gamma_1(1 - \xi_0)^2/4$, $\gamma_1 = 1 - \gamma_1$. Приравняв производные функций φ и ψ , найдем ξ в точке касания:

$$\xi = \xi_* = (1 + \xi_0)/2 + (A + \delta_1)/2\tilde{Q}\gamma_1 > \xi_{\max}.$$

Поэтому всюду левее ξ_* , т. е. и при $\xi < \xi_0$, имеем $\psi(\xi) > \varphi(\xi)$, откуда $\Sigma > \Sigma_+$ при $\xi < \xi_0$. Оказывается достаточным ограничиться этим исследованием для $D(\Sigma)$, поскольку $\dot{D}(\Sigma) \geq 0$ при $\xi < \xi_0$.

Далее необходимо указать, что знак величины $F = -(\alpha\beta + (\gamma^2 - 1)Q)$ в этом предельном случае ($m_{10} \sim 1$) определяется знаком выражения $-(\gamma^2 - 1)(Q\Delta\xi\gamma_0)/c_0^2 - m_{10}^2/(\gamma_0 - 1)$, которое положительно, поскольку $\gamma > 1$, $\Delta\xi < 0$.

Тем самым показано, что существует решение уравнения (6), определяющего параметры лидирующей ударной волны. Поскольку величина $\beta^2 - 2(\gamma^2 - 1)m_{10}(Q - \varepsilon) > 0$, то существует два действительных корня уравнения (6) и выбираем соответствующий физическому смыслу. Отметим, что при $m_{20} \rightarrow 0$, но $Q\xi_0 = \text{const}$, по уравнению (6) определим $M_0 = -\sqrt{1 + Y} + \sqrt{Y}$, $Y = \frac{\gamma_1^2 - 1}{2} \frac{Q\xi_0}{c_0^2}$ [26]. После нахождения M_0 величины c_i определены.

Покажем далее, что требование $b^2 - 4ac = 0$ позволяет определить $u_k = (c_e)_k$. Действительно, при этом условии из (7) получаем

$$u_k = (\gamma c_{21}/(\gamma - 1) + c_1\beta)/(\gamma + 1)(\gamma - 1), \quad c_{21} = c_2/c_1.$$

С другой стороны, из условия $(c_{ef}^2)_k = \gamma p v^2/W = \gamma(c_2 - c_1 u)u^2/c_1^2 \times (u/c_1 - \beta) = u^2$ имеем $u_k = \gamma c_{21}(1 + \gamma) + c_1\beta/(1 + \gamma)$, что совпадает с найденным из условия $b^2 - 4ac = 0$ значением скорости в конечной точке.

На основании изложенного выше можно сформулировать следующие утверждения.

Утверждение 1. Для выполнения условия Чепмена — Жуге $u = -(c_e)_k$, возникающего при решении краевой задачи (2) — (4) и эквивалентного условию $b^2 - 4ac = 0$, необходимо и достаточно, чтобы $\xi_k < \xi_0 < 1$.

Прежде чем перейти к исследованию задачи (2), (3), (4) в общем случае отличных от нуля и бесконечности значений τ_ξ , τ_τ изучим ее разрешимость при $\tau_\tau \approx 0$, т. е. при $T = T_2$. В этом случае (2) — (4) сводится к краевой задаче: найти $u_0 = \text{const}$, функцию $u = u(y)$, определенную в области $(-\infty, +\infty)$ и удовлетворяющую там в обобщенном смысле уравнению

$$\frac{du}{dy} = \frac{a_1 u}{u^2 - c_{ef}^2} \quad (8)$$

и краевым условиям:

$$u = u_0, \quad u_\tau, \quad u_k \geq (c_{ef})_k, \quad \dot{u} \rightarrow 0 \quad \text{при } y \rightarrow \pm\infty. \quad (9)$$

Здесь $a_1 = c_1 v^2 (p_\tau e_\xi - p_\xi e_\tau)/u c_v$; $c_v = \bar{\xi} c_{v1} + \xi c_{v2}$. Выше показано, что из выполнения условия $u_k = (c_e)_k$ определяется величина u_0 , такая, что

$M_0 > 1$. При этом точки u_0, u_k являются стационарными для (8), однако в конечной точке имеется особенность типа $0/0$.

Проверим, достижима ли конечная точка. Для этого найдем $d(a_1 \kappa)/du$ при $u = u_k$ в виде

$$(a_1 d\kappa/du)_{u_k} = a_1 (-G(T) d\xi/du/\tau_\xi - (\xi b_1 dG/dT/a_1))_{u_k},$$

где $b_1 = (p_\nu e_\xi - pp_\xi + c_1^2 e_\xi) v^2 / \bar{c}_\nu u$. Отсюда $(d(a_1 \kappa)/du)_{u_k} = -\frac{u^2 - c_{ef}^2}{u \tau_\xi} G(T)$.

Тогда $du/dx \sim -G_k/(u_k \xi_k) \cdot (u - u_k)$, т. е. конечная точка достижима на $+\infty$. Отметим, что в случае $u_0 > c_{f0}$ при непрерывном убывании $u(y)$ в области определения встретится точка, где du/dy обратится в ∞ . Преодолеть это можно введя обобщенное решение (8), (9): $u = u_0$ при $y \leq 0$; при $y > 0$ u определим как решение задачи $u(0) = \tilde{u}$ (значение скорости за замороженным скачком), удовлетворяющим (9) в конечной точке. Существование решения такой задачи следует из того факта, что всюду в области $y > 0$ $u(y) \leq c_{ef}$ (равенство достигается в конечной точке), и того, что скорость u_k , как показано выше, достижима.

Утверждение 2. Решение краевой задачи (8), (9) $u = u(y)$ существует в классе обобщенных функций $K(-\infty, +\infty)$ в области $(-\infty, +\infty)$, и параметр $M_0 > 1$ определен. Доказанное выше утверждение 2 касается стационарной особой точки, достигаемой на $+\infty$. Исследование внутренней особенности, когда одновременно обращаются в нуль числитель и знаменатель (8), а также двух стационарных точек (8), имеющих при $D > D_{ч-ж}$ на равновесной детонационной адиабате, приводится в [15].

Пусть $\tau_r \neq 0$, тогда уравнения (2) сводятся к одному в плоскости переменных (ξ, T_2)

$$\frac{d\xi}{dT_2} = -\frac{(\xi - \xi_k) e^{-E_2/RT_2} \tau_r}{(T_2 - T) \tau_\xi} - \frac{a(\xi, T_2)}{b(\xi, T_2)},$$

которое удовлетворяет краевым условиям: $\xi = \xi_0$ при $T_2 = T$, $\xi = \xi_k$ при $T_2 = T_k$. Коэффициенты матрицы Якоби, определяющие тип внутренней особой точки, имеют вид

$$a_\xi = -\frac{e^{-E_2/RT_2}}{\tau_\xi}, \quad a_{T_2} = 0,$$

$$-b_\xi = \frac{\partial T}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial T}{\partial \xi}, \quad b_{T_2} = -(\xi + \xi \chi) \{-u(1 + \gamma) + \gamma c_2/c_1 +$$

$$+ c_1 \beta\} / \xi (-\gamma_1 + 1)u + \gamma_1 c_{21} + \beta c_1 = 0.$$

Величины $\partial T/\partial u = (-2u + c_{21} + \beta c_1)/R$, $\partial u/\partial \xi = (c_2/r - Q(\gamma_1 - 1)) / (-\gamma_1 + 1)u + \gamma_1 c_{21} + \beta c_1$, $\partial T/\partial \xi = T/\xi + (uc_1 + c_2)/Rr$ не равны бесконечности, поэтому и $b_\xi \neq 0$. Отсюда собственные числа матрицы Якоби $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -\tau \exp(-E_2/RT_2)/\tau_\xi$, т. е. данная особая точка представляет собой сложное состояние равновесия и может быть одним из трех возможных типов: сложное седло или узел, седло — узел.

Для решения соответствующих краевых задач реализован численный алгоритм, основывающийся на априорном знании возможного типа особой точки. Он заключался в подборе собственного числа, позволяющего пройти особую точку.

Результаты численных расчетов

Структура ДВ — это комплекс, состоящий из УВ с последующими зонами воспламенения и горения. В конце зоны горения может реализоваться первый режим течения. Это либо звуковой по равновесной скорости звука c_e вариант движения смеси (самоподдерживающийся), либо дозвуковой по c_{ef} (пересжатая детонация).

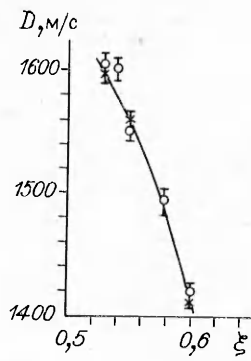


Рис. 1.

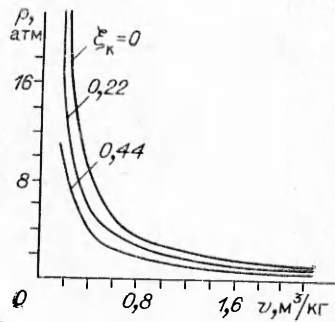


Рис. 2.

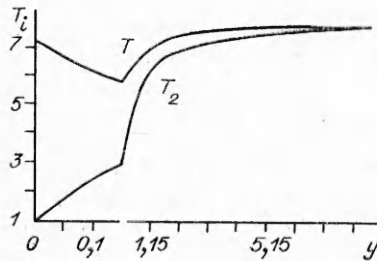


Рис. 3.

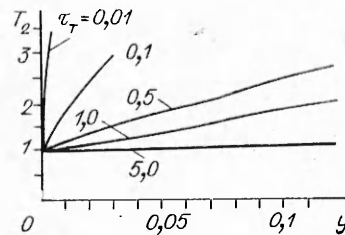


Рис. 4.

Второй возможный режим течения характеризуется тем, что температура воспламенения смеси $T_{ign} > T_R$. Этот вид соответствует инертной смеси, в которой частицы не воспламеняются. ДВ вырождается в замороженную УВ.

При проведении численных расчетов исследовалась возможность описания экспериментальных данных [12] по зависимости скорости детонации D от ξ в аэровзвеси частиц алюминия в кислороде по формуле (7). Считалось, что интегральная теплота горения частиц может быть представлена в виде

$$Q = [(Q_1 - Q_2)\xi_0 + Q_2\xi_0^1 - Q_1\xi_0^2]/(\xi_0^1 - \xi_0^2),$$

где ξ_0^1 — стехиометрическая относительная массовая концентрация в условиях [12]; $\xi_0^2 \approx 0,6$. Результаты сопоставления расчетных данных (рис. 1, кривая) с опытными (точки) показывают удовлетворительность предложенной равновесной по скоростям и температурам модели с учетом неполного выгорания ($\xi_k = 0,1 \xi_0$) для используемых в работе [12] частиц радиуса 5 мкм.

Проведены расчеты детонационных адиабат смеси (при неполном выгорании, $\xi_k \neq 0$) по выражениям

$$p = \frac{v^2 - h_0^2 + 2\beta_0/(\gamma_0 - 1)v_0 + 2Q\Delta\xi/p_0v_0}{i + \frac{2\beta_k}{v_0(\gamma_k - 1)} - h_k^2v}, \quad \tilde{h}_i = \frac{\gamma_i + 1}{\gamma_i - 1}, \quad i = 0, k.$$

Результаты приведены на рис. 2; $\xi_0 = \xi_0^1$. Рост теплоты сгорания приводит, естественно, к повышению параметров в плоскости Чепмена — Жуге.

Изучим поведение температуры фаз в волне детонации. На рис. 3 показано как газ нагревается в замороженной УВ; частицы проходят УВ при постоянной температуре. Поскольку частицы отбирают тепло у газа, его температура падает, в то время как частицы нагреваются. После того как дискретная фаза достигает температуры воспламенения, начинается горение твердой фазы. В поток смеси поступает тепло химической реак-

ции, газ и частицы интенсивно нагреваются и в конце зоны детонации приходят в равновесие. Отметим, что в некоторой точке $y = y_* < \infty$ имеется совпадение температур фаз. Однако это равновесие неустойчиво, поэтому смесь выходит из данного состояния и при $y > y_*$ $T_2 > T$. В последующем T_2 приближается к T сверху при $y \rightarrow \infty$, как отмечено выше.

Эта точка промежуточного равновесия может быть как точкой максимума для $T_2(y)$, так и точкой минимума. Действительно, пусть для некоторой точки y_* имеется равенство температур фаз: $T_2 = T = T_e$. Из уравнения энергии для газовой фазы в общем случае.

$$\bar{c}_v (dT/dt)_e = [Q + (c_{v2} - c_{v1})T_e] \Delta \xi \exp(-E_2/RT_e) / \tau_{\xi} - p dv/dt.$$

В этой точке $d^2T/dt^2 = dT/dt / \tau_T$. Отсюда, если $dT/dt > 0$, температура частиц имеет локальный минимум ($d^2T/dt^2 > 0$) и при $y > y_*$ $T > T_2$. Если же $dT/dt < 0$, то T_2 имеет локальный максимум. Для использованных в расчетах величин c_{v1} , c_{v2} , $c_{v2} - c_{v1} < 0$, $(T)_e < 0$. Поэтому реализовывался вариант течения с максимумом температуры частиц. В частности, для $Q = 50$, $m_{20} = 10^{-4}$, $c_{v1} = 3,81$, $c_{v2} = 2,57$, $T_{ign} = 2$ максимум T_2 достигался при $y = 4,95$ и равнялся 3,9758.

Изучалось влияние времени релаксации τ_T на протяженность зоны воспламенения. Распределение температуры частиц в этой зоне приведено на рис. 4: с ростом зона удлиняется, что связано с замедлением теплопередачи от газа к частицам. Кроме того следует отметить, что для инертной смеси с временами релаксации теплообмена $\tau_T = 0,01$ и $0,1$ характер течения отличается довольно сильно (температурный профиль не устанавливается).

Вниз по потоку, т. е. в зоне горения, температуры изменяются уже довольно слабо. Течение при $\tau_T \leq 0,5$ можно с определенной степенью точности считать равновесным (рис. 5).

Остановимся на описании поведения скорости смеси $u(y)$. В зоне воспламенения, в дозвуковом потоке реагирующей смеси происходит дальнейшее, после торможения в УВ замедление газа. При этом, как описывалось выше, растет температура частиц. После достижения температуры воспламенения температурой частиц и включения химической реакции в поток поступает тепло. Дозвуковое течение ускоряется и достигает на бесконечности звуковой скорости. Поскольку эта точка (Чепмена — Жуге) в потоке достигается асимптотически, то в расчетах число Маха в ней принималось $M_k = 1 - \epsilon_1$, $\epsilon_1 = 0,002$.

Представляет интерес выявление влияния параметра E_2 на поведение величины M в зоне горения (рис. 6). Можно отметить, что для $E_2 = E_2^1 = 0,1$ и $E_2 = E_2^2 = 0,5$ числа M в соответствующих точках отличаются мало и близки к предельному при $E_2 = 0$. Последнее обладает наибольшей скоростью горения ($1 > e^{-E_2^1/RT_2} > e^{-E_2/RT_2}$), вследствие чего и является верхней оценкой для течений с $E_2 \neq 0$. Второй предельный случай — $E_2 = E_2^\infty \approx N$, где N — большое число. Он соответствует бесконечно малой скорости выгорания. Здесь в зоне порядка $u\tau_T$ произойдет выравнивание температур, при этом смесь ведет себя как инертная (на

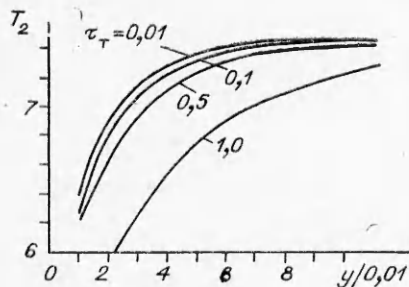


Рис. 5.

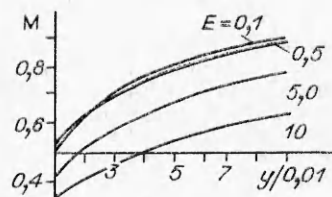


Рис. 6.

этих расстояниях $\xi \approx \xi_0$). В дальнейшем равновесная по температуре смесь медленно выгорает в зоне горения длиной $u\tau_{\tau}e^{-E^{\infty}/RT}$. Длина этой зоны $l_{\tau} = 83,03, 41,53, 22,53, 21,53$ и $21,53$ при $E_2 = 10,5, 0,5, 0,1$ и 0 соответственно (l_{τ} определялась по точке $y = y_{\tau}$, в которой $M(y_{\tau}) = M_{\kappa} = 1 - 0,002$). Иллюстрацией к изложенному служит рис. 6, где приведены данные по изменению числа Маха вниз по потоку от точки воспламенения.

Были проведены расчеты структуры волны пересжатой детонации, которую можно получить выбирая скорость лидирующей УВ большей, чем скорость Чепмена — Жуге. При этом течение представляет собой по-прежнему зону воспламенения, дополняемую областью горения. Однако в конце зоны горения теперь находится дозвуковое течение, $u_{\kappa} < c_{e,\kappa}$ (это легко показывается методами неравновесной газовой динамики, см., например, [15]). В качестве иллюстрации приведем данные расчета описанной структуры. ДВ имела следующие параметры: $M_0 = 7,249350$, длина зоны детонации определялась по $M_{\kappa} = 0,998729$ и равнялась $35,03$, при этом $p_{\kappa} = 27,180628$, $T_{\kappa} = 7,302441$, $T_{2\kappa} = 7,302535$ (параметры в плоскости Чепмена — Жуге $p = 27,142245$, $T = 7,300364$). Пересжатая волна детонации с $M_0 = 7,259350$ имела в точке $y = 23,03$ параметры: $p = 28,641072$, $T = 7,381459$, $T_2 = 7,381558$, $M = 0,954217$, а при $y = 30,03$ $p = 28,622146$, $T = 7,380636$, $T_2 = 7,380644$, $M = 0,954808$. Приведенные данные позволяют утверждать, что усиление лидирующей УВ приводит к пересжатой волне детонации, реализующейся при наличии поршня в бесконечно удаленной точке. Уменьшение скорости лидирующей УВ привело к невозможности расчета такого течения в рамках стационарной постановки.

Таким образом, в работе показана возможность описания гетерогенной детонации частиц алюминия в кислороде [12] в рамках простейшей релаксационной модели течения, принимающей во внимание изменение показателя адиабаты смеси, зависимость теплового эффекта реакции от концентрации частиц.

Автор благодарен Т. А. Еремеевой за помощь при проведении расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов В. М., Паламарчук Б. И., Лебедь С. Г. и др. Структура детонационных волн в двухфазных средах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация.— Черноголовка, 1977.— С. 107—111.
2. Паламарчук Б. И., Кудинов В. М., Вахненко В. А. и др. Влияние объемной доли конденсированной фазы на параметры гетерогенной детонации в дисперсных средах // Химическая физика процессов горения и взрыва.— Черноголовка, 1980.— С. 92—96.
3. Губанов А. В., Тимофеев Е. И., Гельфанд Б. Е. и др. Скорость детонации в газожидкостной смеси при большой концентрации жидкости // Хим. физика.— 1983.— 2, № 8.— С. 1133—1136.
4. Нигматулин Р. И., Вайнштейн П. Б., Ахагов И. Ш. и др. Структура детонационных волн в двухфазных дисперсных средах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация.— Черноголовка, 1977.— С. 100—103.
5. Ахатов И. Ш., Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. Структура детонационных волн в газозвзвях унитарного топлива // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 5.— С. 47—53.
6. Нигматулин Р. И., Вайнштейн П. Б., Ахатов И. Ш. Структура стационарных детонационных волн в смесях газа с частицами унитарного топлива // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация.— Черноголовка, 1980.— С. 96—99.
7. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Исследование адиабат гетерогенной двухфазной детонации // ФГВ.— 1987.— 23, № 2.— С. 115—121.
8. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губин С. А. и др. Зона реакции при детонации двухфазных смесей // ФГВ.— 1970.— 6, № 3.— С. 347—385.
9. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губин С. А. и др. Влияние твердых инертных частиц на детонацию горячей газовой смеси // Там же.— 1975.— 11, № 6.— С. 909—914.
10. Борисов А. А., Ермолаев Б. С., Хасанов Б. А. Неидеальная детонация в двухфракционной взвеси частиц унитарного топлива // Хим. физика.— 1983.— 2, № 8.— С. 1129—1133.
11. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Описание воспламенения и горения

