

Отсюда легко находится величина ε_2 согласно (1.5). В случае 2 определению подлежат параметры цепи — E_0 и R . Из фиг. 4 следует, что величина K есть $(I_{X=0,5})^{-1}$, которая, как видно из (1.11), однозначно связана с μ_0 . Последняя определяет R из (1.12). Нахождение E_0 не представляет труда.

4°. Обратной пропорциональной зависимости начального скачка тока от величины I_0 , отмеченная в [1], в случае больших μ_0 , как явствует из (2.1), переходит в обратно квадратичную зависимость.

5°. Вторая формула (2.1), записанная в виде $i = E_0 dC / dt$, представляет собой основную формулу метода емкостного датчика [2].

Последнее обстоятельство может оказаться полезным для определения величины ε_2 в диэлектриках, не создающих достаточной величины E_0 . Это могут быть или неполярные диэлектрики, или диэлектрики полярные, но подвергнутые малому сжатию (так, по данным [1], нижний предел регистрируемого сигнала для плексигласа лежит в области давлений 40 кбар).

Естественно, что в этих случаях необходимо наличие внешнего источника э. д. с.

6°. Решение цепи фиг. 3, а, в принципе может дать сведения о величине ρ_2 — удельном объемном сопротивлении за фронтом ударной волны.

7°. Рассмотренное решение эквивалентной цепи поляризационного датчика для веществ с ориентационной поляризацией равным образом справедливо для веществ, обладающих ионной или атомной поляризацией, так как природа, которой обязано появление источника э. д. с. в веществе, сжатом ударной волной, в рассмотрении не принималась.

Поступила 28 IV 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Eichelberger R. I. Hauser G. E. Solid State Transducers for Recording of Intense Pressure Pulses. Les ondes de detonation. Proc. of Colloquium held at Gif — Cur — Uvette, France, August 28. September 2, 1961.
2. Иванов А. Г., Новиков С. А. Метод емкостного датчика для регистрации мгновенной скорости движущейся поверхности. Приборы и тех. эксперимента, 1963, № 1.

КИНЕМАТИКА ТОКОВОГО СЛОЯ В ПЛАЗМЕННОМ УСКОРИТЕЛЕ

В. Ю. Баранов, А. К. Мусин, Г. Г. Тимофеева

(Москва)

Проводится сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей кинематических характеристик квазинейтральных сгустков заряженных частиц, полученных в плазменных ускорителях рельсотронного типа, от электрических и геометрических параметров ускоряющего контура.

1. Движение токового слоя вдоль эродирующих электродов. В работе [1] состояние плазменного сгустка с переменной массой описывается при помощи кинетического потенциала, учитывающего кинетическую энергию движущейся плазмы W_v , энергию собственного магнитного поля W_L , лоренцеву силовую функцию W_B и электрическую энергию W_C , запасенную в конденсаторе ускоряющего контура

$$W_v = \frac{1}{2} m(t) v^2(t), \quad W_L = \frac{1}{2c_0^2} L(t) i^2(t), \quad W_B = \frac{1}{c_0} i B s x(t)$$

$$W_C = \frac{1}{2C} \left[\int_0^t i(\tau) d\tau \right]^2 \quad (1.1)$$

Нелинейные уравнения движения относительно обобщенных скоростей $v(t)$ и $i(t)$ (уравнение импульсов и обобщенный закон Ома) с учетом джоулевой диссипации и изменения массы токового слоя в результате эрозии ведущих электродов в форме

$$m(t) = m_0 + K \int_0^t |i(\tau)| d\tau$$

сведены к одному нелинейному уравнению, описывающему колебания напряжения в ускоряющем контуре

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \left[2r - \varepsilon U \left(\varepsilon_1 + \frac{dU}{dt} \right) \right] \frac{dU}{dt} + c_1^2 U = 0 \quad (1.2)$$

$$r = \frac{Rc_0^2}{2L_0}, \quad c_1^2 = \frac{c_0^2}{CL_0}, \quad \varepsilon_1 = -\frac{2Bsc_0}{lC}, \quad \varepsilon = \frac{(lC)^2}{2c_0^2L_0(m_0 + KCU_0)}$$

Здесь R — полное омическое сопротивление ускоряющего контура, L_0 — начальная индуктивность, C — емкость конденсатора, l — индуктивность единицы длины направляющих электродов, B — внешнее магнитное поле, s — расстояние между электродами, m_0 — начальная масса плазменного сгустка, K — электрохимический эквивалент вещества электродов («коэффициент эрозии» [2]); c_0 — скорость света.

Уравнение (1.2), описывающее собственный колебательный процесс с линейной восстанавливающей силой и нелинейным трением, не имеет точного решения [3]. При помощи изложенного в [1] асимптотического метода, применимого к нелинейным колебаниям с сильным затуханием, можно получить приближенное решение, удовлетворяющее уравнению (1.2) с точностью до величин порядка малости ε^n и отклоняющееся от точного решения менее чем на величину порядка $t\varepsilon^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Это решение при $n = 2$ (второе приближение) в отсутствие внешнего магнитного поля имеет вид

$$U(t) = N(e^{2rt} + \alpha)^{-1/2} \cos \left[\frac{4\omega t}{3} - \frac{\omega}{6r} \ln \frac{\alpha + e^{2rt}}{1 + \alpha} \right], \quad (1.3)$$

$$N^2 = \frac{8U_0^2}{8 + 3\varepsilon U_0^2}, \quad \alpha = -\frac{3\varepsilon U_0^2}{8 + 3\varepsilon U_0^2}, \quad \omega^2 = c_1^2 - r^2$$

Интересующие нас величины, характеризующие процесс ускорения, — электрический ток $i(t)$, протекающий в плазме, скорость движения токового слоя $v(t)$, количество движения $I(t)$ и масса плазменного сгустка $m(t)$, коэффициент преобразования энергии в ускорителе $\eta(t)$ — целиком определяются решением (1.3) и могут быть исследованы при помощи известных методов численного анализа.

$$i(t) = -C \frac{dU}{dt}, \quad v(t) = \frac{lC^2}{2c_0^2 m(t)} \int_0^t \left(\frac{dU}{d\tau} \right)^2 d\tau, \quad I(t) = v(t) m(t) \quad (1.4)$$

$$m(t) = \sum_{\alpha=1}^k m(t_\alpha) + KC |U(t_k) - U(t)|, \quad \eta(t) = \frac{I^2(t)}{CU_0^2 m(t)}$$

В выражении для $m(t)$ величина $t \in [t_k; t_{k+1}]$, причем значения t_α соответствуют моментам последовательных экстремумов напряжения $U(t)$.

Для качественного анализа поведения величин (1.4) можно воспользоваться приближенными выражениями в форме быстро сходящихся знакопеременных рядов, допускающих простую оценку погрешности приближения. В часто встречающемся на практике случае не слишком больших напряжений и емкостей (критерием является условие $|\alpha| \ll 1$) электрические и кинематические характеристики процесса ускорения приближенно можно представить в форме, удобной для анализа и расчетов

$$U(t) = \frac{U_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} e^{-rt} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$m(t) = \sum_{k=0}^n m(t_k) + \frac{KCU_0 \cos(\omega t_n - \varphi) e^{-rt_n}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left[1 - e^{-r(t+t_n)} \frac{\cos(\omega t + \varphi)}{\cos(\omega t - \varphi)} \right]$$

$$v(t) = \frac{lCU_0}{4c_0^2 R (1 - \beta^2) m(t)} \left\{ (1 - \varepsilon^{-2rt}) - \beta^2 \left[1 + e^{-2rt} \frac{1}{\beta} \sin(2\omega t - \varphi) \right] \right\} \quad (1.5)$$

$$\beta^2 = \frac{r^2}{c_1^2} = \left(\frac{c_0}{2} \right)^2 \frac{R^2 C}{L_0}, \quad \varphi = \arctg \frac{r}{\omega}$$

Критерием влияния изменения массы плазменного сгустка на характер зависимости скорости токового слоя и эффективности ускорения от электрических параметров ускоряющего контура является число $\chi = m_0 / KCU_0$. Величина χ имеет смысл отношения массы токового слоя в момент формирования тока к приращению массы,

которое имело бы место, если бы через плазму прошел весь начальный заряд конденсатора. При $\chi \ll 1$ влияние изменения массы велико («сильная эрозия»), при $\chi \gg 1$ — мало («слабая эрозия»).

Скорость токового слоя $v(t)$ быстро достигает своего максимального значения

$$v_{\max} \approx \frac{lU_0}{2c_0^2 R K (1 + \chi)} \quad (1.6)$$

которое существенно зависит от начального напряжения U_0 (приблизительно пропорционально U_0^2 при слабой эрозии, когда $\chi \gg 1$, и линейно по U_0 при сильной эрозии, когда $\chi \ll 1$), от приращения индуктивности на единицу длины направляющих электродов (пропорционально l) и может совсем не зависеть от емкости конденсатора (при $\chi \gg 1$ предельная скорость линейна по C , в случае $\chi \ll 1$ — сильная эрозия — зависимость от C исчезает).

Количество движения, полученное плазмой в процессе ускорения, асимптотически стремится к своему предельному значению

$$I_{\max} \approx \frac{l C U_0^2}{4c_0^2 R} \quad (1.7)$$

не зависящему от интенсивности эрозии.

Коэффициент преобразования электрической энергии (эффективность ускорения) достигает своего максимального значения

$$\eta_{\max} \approx \frac{l^2 U_0}{(4c_0^2 R)^2 K (1 + \chi)} \quad (1.8)$$

В случае слабой эрозии ($\chi \gg 1$) эффективность ускорения пропорциональна начальной электрической энергии, запасенной в конденсаторе, и падает с увеличением массы плазменного сгустка. В случае сильной эрозии ($\chi \ll 1$) эффективность ускорения слабо зависит от начальной энергии (линейна по U_0 и совсем не зависит от емкости конденсатора) и не зависит от массы токового слоя. Влияние приращения индуктивности в обоих случаях велико ($\eta \sim l^2$).

В присутствии достаточно сильного внешнего магнитного поля предельная скорость токового слоя и эффективность ускорения могут существенно увеличиться [1]. Критерием величины внешнего магнитного поля является отношение лоренцевой силовой функции к энергии собственного магнитного поля

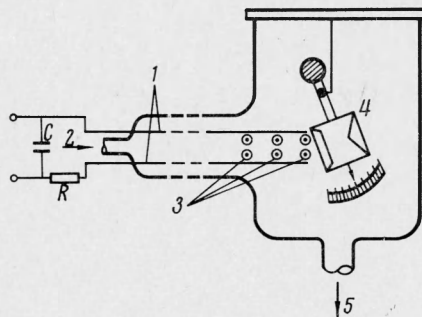
$$\frac{2c_0 s B}{i_{\max} [l + L_0/x_0]} \geq 1 \quad (1.9)$$

где x_0 — длина направляющих электродов, s — расстояние между электродами.

Такое влияние магнитного поля связано с тем, что во внешнем магнитном поле ограничивается возрастание внутренней энергии плазмы вследствие уменьшения джоулевой диссипации из-за действия индуцированной противо э. д. с. В результате значительная часть электрической энергии, переходящая в тепло в отсутствие внешнего магнитного поля, под действием этого поля переходит в кинетическую энергию ускоряемой плазмы.

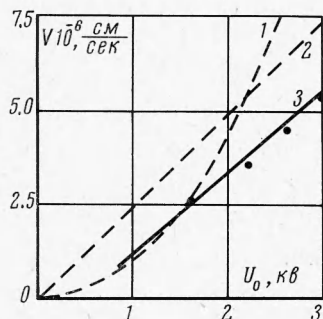
* При достаточно длинных направляющих электродах в условиях диффузионного расплывания плазменного сгустка скорость токового слоя $v(t)$, перейдя через максимум, может заметно снизиться. Это является следствием рассеяния энергии при взаимодействии диффундирующих из плазменного сгустка частиц с электродами и стенками ускорителя, которое проявляется в форме вязкого трения. На величину скорости влияет также возрастание массы токового слоя, увлекающего за собой при помощи механизмов перезарядки и упругих столкновений остаточный газ и частицы, выделившиеся из электродов в результате ионной бомбардировки и джоулева нагрева («плазменный поршень»). Эффекты, связанные с конкурирующими процессами возрастания и рассеяния массы плазменного сгустка и вязким трением в процессе ускорения, а также условия, при которых эти процессы существенны, рассмотрены в [4]. В результате диффузионного расплывания плазменного сгустка могут несколько снизиться также количество движения ускоренной плазмы и эффективность ускорения, однако качественная зависимость этих величин от электрических и геометрических параметров ускорителя остается прежней.

2. Эксперимент. Кинематика плазменных сгустков экспериментально исследовалась в плазменном ускорителе рельсового типа, схематически представленном на фиг. 1. Направляющими электродами служили параллельные медные стержни (1) шириной 2.5 см, толщиной 0.15 см, длиной 37 см; расстояние между электродами могло изме-

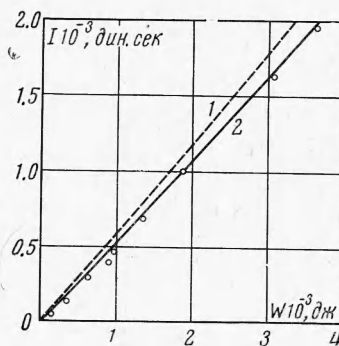


Фиг. 1

няться от 0.5 до 5.5 см. Источником плазмы был электрический ток, протекающий между направляющими электродами при разряде батареи конденсаторов C емкостью от 50 мкф до 300 мкф. Возникновение электрического тока инициировалось пробоем переднего фронта газа, подаваемого в пространство (2) между электродами, находящимися под разностью потенциалов. Начальное напряжение на пластинах конденсатора изменялось от 0.5 до 7 кв. Давление остаточных газов в ускорителе не превышало 10^{-4} мм рт. ст. Скорость движения плазменного сгустка определялась при помощи



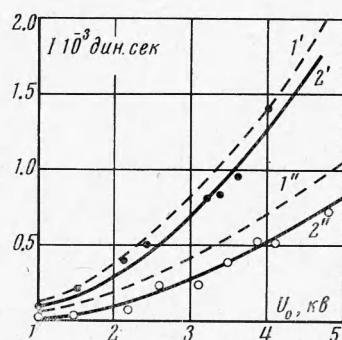
Фиг. 2



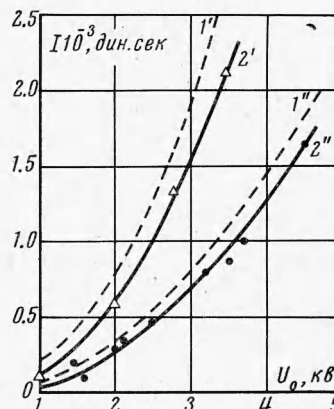
Фиг. 3

двойных зондов (фиг. 1(3)), внесенных в пространство между направляющими электродами и фиксирующих моменты появления фронта ионизации. Количество движения плазменных сгустков измерялось баллистическими маятниками (4) с периодом собственных колебаний от 3 до 4.5 сек, дающими возможность регистрировать импульсы от 20 до $4.5 \cdot 10^3$ дин.сек.

Результаты экспериментальных измерений скорости и количества движения плазменных сгустков и коэффициента преобразования электрической энергии в ускорителе приведены на фиг. 2—7. На этих же фигурах нанесены соответствующие теоретические кривые.



Фиг. 4



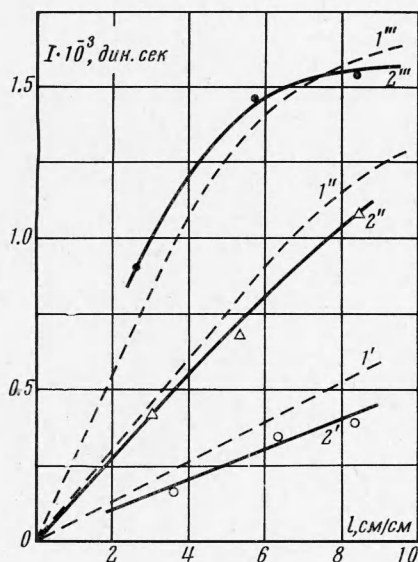
Фиг. 5

3. Обсуждение результатов. Из анализа теоретических и экспериментальных результатов можно сделать следующие выводы.

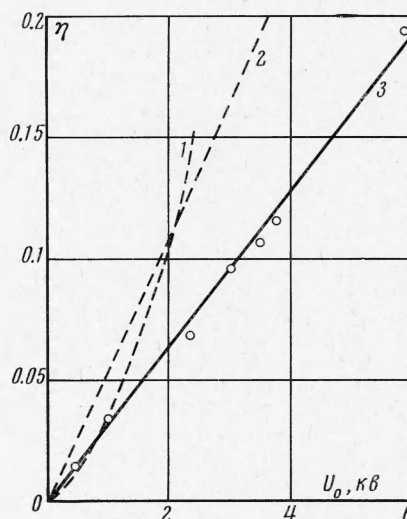
1°. Предельная скорость движения плазмы при слабой эрозии ведущих электродов ($\chi \gg 1$) линейно зависит от начальной электрической энергии и приращения индуктивности на единицу длины ускоряющего контура и обратно пропорциональна массе газа, захваченного токовым слоем. В случае сильной эрозии ($\chi \ll 1$) предельная скорость движения не зависит от массы впущенного в ускоритель газа и слабо зависит от начальной электрической энергии — зависимость от емкости конденсатора пропадает и остается линейная зависимость от начального напряжения.

Это изменение характера зависимости скорости плазмы от электрических параметров ускоряющего контура является следствием возрастания массы плазменного сгустка в процессе его ускорения, в результате чего нарастание скорости плазмы замедляется.

Зависимость скорости плазменного сгустка в рельсовом ускорителе от начального напряжения на конденсаторе ускоряющего контура приведена на фиг. 2. Кривая 1 рассчитана для случая слабой эрозии, кривая 2 — в предположении сильной эрозии. Сплошная линия 3 проведена через экспериментальные точки. Видно, что при малых напряжениях ($U_0 \lesssim 10^3$ в), когда эрозия может считаться слабой ($\chi \gg 1$), зависимость скорости плазмы от начального напряжения, по-видимому, близка к квадратичной (кривая 1). При более высоких напряжениях измеренная скорость плазменного сгустка линейно зависит от напряжения и качественно повторяет ход теоретической кривой 2, что характерно для механизма ускорения с сильной эрозией направляющих



Фиг. 6



Фиг. 7

электродов. Таким образом, в исследованной области напряжений $U_0 \in (1; 3) \cdot 10^3$ в экспериментально установлена линейная зависимость скорости токового слоя от начального напряжения, что свидетельствует о существенной роли механизма эрозии в процессе ускорения.

2°. Количество движения, полученное плазмой за время ускорения, не зависит от массы ускоряемого газа, линейно зависит от емкости конденсатора и приращения индуктивности на единицу длины ускоряющего контура ($\sim l$) и пропорционально квадрату начального напряжения. Такой характер зависимости количества движения плазмы от параметров ускоряющего контура хорошо подтверждается экспериментом.

На фиг. 3 приведены теоретическая (1) и экспериментальная (2) зависимости количества движения сгустка от электрической энергии, запасенной в конденсаторе. В исследованной нами области энергий обе зависимости представляют собой прямые, проходящие через начало координат, лежащие довольно близко друг от друга.

На фиг. 4 и 5 показано изменение количества движения плазменного сгустка в зависимости от начального напряжения на конденсаторе ускоряющего контура. Пунктирные кривые — теоретические, сплошные кривые проходят через экспериментальные точки. Параметром является емкость конденсатора C (фиг. 4) и омическое сопротивление ускоряющего контура (фиг. 5)¹. Экспериментальные точки лежат вблизи и несколько ниже теоретических кривых и выявляют параболическую зависимость количества движения плазменного сгустка от начального напряжения, что согласуется с теоретическими выводами, приведенными выше. Вид кривых, представленных на фиг. 3—5, не зависит от величины эрозии ведущих электродов, и количество движения плазменного сгустка должно быстро расти с увеличением запасенной в ускоряющем контуре электрической энергии.

Приращение индуктивности на единицу длины ускоряющего контура (величина l) оказывает сильное влияние на количество движения плазменного сгустка. Это видно ²

¹ Кривые 1' и 2' на фиг. 4 соответствуют $C = 3 \cdot 10^2$ мкф, кривые 1'' и 2'' — $C = 1.5 \cdot 10^2$ мкф. Кривые 1' и 2' на фиг. 5 относятся к $R = 2 \cdot 10^{-2}$ ом, кривые 1'' и 2'' — к $R = 4 \cdot 10^{-2}$ ом.

² На фиг. 6 кривые 1' и 2' получены при $U_0 = 2$ кВ, кривые 1'' и 2'' — при $U_0 = 4$ кВ, кривые 1''' и 2''' — при $U_0 = 6$ кВ.

из кривых фиг. 6, параметром которых служит начальное напряжение U_0 . По-прежнему пунктиром обозначены теоретические кривые; экспериментальные точки соединены сплошной линией, которая повторяет качественно ход теоретических кривых. На начальном участке как теоретические, так и экспериментальные кривые близки к прямым, проходящим через начало координат. Далее экспериментальные кривые обнаруживают более или менее выраженную — в зависимости от величины параметра U_0 — тенденцию к замедлению роста. Это явление связано с тем, что в наших экспериментах изменение величины l достигалось путем увеличения расстояния между направляющими электродами. В результате, вследствие увеличения длины токового слоя, полное омическое сопротивление ускоряющего контура возрастало, что и привело к снижению количества движения плазменного сгустка. Это обстоятельство было учтено при построении теоретических (пунктирных) кривых $1'$ и $1''$, которые также обнаруживают замедление своего роста при достаточно больших l .

3°. Коэффициент преобразования электрической энергии в плазменном ускорителе при слабой эрозии ($\chi \gg 1$) линейно зависит от начальной электрической энергии ускоряющего устройства и пропорционален квадрату приращения индуктивности ($\sim l^2$). В случае сильной эрозии ($\chi \ll 1$) коэффициент преобразования энергии по-прежнему сильно растет с величиной l и может совсем не зависеть от начальной электрической энергии, так как зависимость от емкости конденсатора исчезает и остается лишь линейная зависимость от начального напряжения.

На фиг. 7 представлена зависимость коэффициента преобразования энергии в плазменном ускорителе от начального напряжения на конденсаторе. Пунктирная кривая 1 показывает теоретический ход коэффициента преобразования для случая слабой эрозии ($\chi \gg 1$); пунктирная кривая 2 рассчитана в предположении сильной эрозии ($\chi \ll 1$); сплошная кривая 3, представляющая собой прямую, проходит через экспериментальные точки. Видно, что кривая 3 качественно повторяет ход кривой 2. Таким образом, в диапазоне начальных напряжений $U_0 \in (1; 5) \cdot 10^3$ эксперимент подтверждает линейный характер зависимости коэффициента преобразования энергии от начального напряжения, что характерно для механизма ускорения вдоль сильно эродирующих электродов, при котором масса плазменного сгустка в конце ускорения значительно превышает массу впущенного в ускоритель газа. Теоретические кривые на фиг. 2—7, как правило, лежат несколько выше экспериментальных, что объясняется влиянием различных процессов диссипации, не учтенных в используемой в нашей работе теории (например, диффузионное рассеяние массы плазменного сгустка и вязкая диссипация в окружающей среде [4]).

В некоторых случаях может оказывать существенное влияние концевых эффектов. Электрическая дуга, горящая иногда после вылета сгустка на концах электродов, может давать вклад в измеряемые характеристики ускоренной плазмы [5]. При достаточной длине ускорителя и сильном затухании электрических колебаний в ускоряющем контуре или при вылете плазменного сгустка в окрестности нуля тока влиянием концевых эффектов можно пренебречь [6].

Авторы во многом обязаны В. Л. Грановскому за внимание к работе и обсуждения; за помощь в проведении экспериментов авторы признательны Ю. А. Богомолу.

{Поступила 19 X 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. М у с и н А. К. Плазменный сгусток с переменной массой во внешнем магнитном поле. Радиотехника и электроника, 1962, т. 7, № 10, стр. 1799.
2. Л и б и н И. Ш. О разрушении катода в импульсном разряде в инертных газах. Радиотехника и электроника, 1959, т. 4, № 6, стр. 1026.
3. А й н с Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд. иностр. лит., 1952.
4. Б а р а н о в В. Ю., М у с и н А. К. О роли диффузии и вязкого трения в процессе ускорения плазмы. Радиотехника и электроника, 1964, т. 9, № 2, стр. 283.
5. Б а р а н о в В. Ю., М у с и н А. К., Т и м о ф е е в а Г. Г. Диффузионное расплывание плазменного ускорителя ж. техн. физ., 1966, т. 33, № 8.
6. М у с и н А. К. О движении плазменного сгустка вдоль направляющих электродов. Радиотехника и электроника. 1962, т. 7, № 3, стр. 547.