536.46

О ГОРЕНИИ ГАЗА В УЗКОЙ ТРУБКЕ

В. В. Замащиков

Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск

Предлагается упрощенная модель распространения пламени по одиночному капилляру в режиме низких скоростей. В основе модели лежит представление о том, что основные закономерности распространения пламени в режиме низких скоростей определяются потоком тепла по стенке трубки от продуктов сгорания в свежую смесь. Получено качественное согласие с экспериментальными результатами.

В [1–3] получен режим низких скоростей (РНС) для одиночной узкой трубки. Цель настоящей работы — создание упрощенной математической модели, описывающей основные закономерности газового горения в узкой одиночной трубке (диаметр трубки близок к критическому). Модель строится на основе представлений, заложенных в работе [4], где теоретически исследуется горение горючей смеси в пористой среде. В одиночном капилляре, в отличие от пористой среды, возрастает роль теплопотерь, что приводит к появлению ряда особенностей, например верхнего предела по расходу горючего газа.

Физическая модель. Гомогенная горючая смесь, по которой распространяется пламя, движется в трубке. Если скорость ее движения такова, что фронт пламени перемещается достаточно медленно относительно стенки трубки, стенка может существенно прогреваться, благодаря чему поток тепла от продуктов сгорания по стенке в свежую смесь станет значительным. Это приведет к повышению нормальной скорости и стабилизации пламени на прогретом участке трубки. Становится возможным взаимозависимое перемещение волны горения и тепловой волны в стенке трубки (РНС). Благодаря прогреву стенки, пламя может существовать в трубках с диаметром меньше критического, который определяется для обычного режима (без прогрева трубки). При изменении скорости движения горючего газа изменяются температура стенки и скорость перемещения фронта пламени вместе с прогреваемым им участком трубки. Однако если скорость движения горючего газа окажется слишком малой или слишком большой, произойдет переход в обычный режим (верхний и нижний пределы существования пламени по расходу горючего газа в РНС). Если же диаметр трубки меньше критического, обычный режим невозможен, и поэтому переход будет сопровождаться гашением пламени.

На основе этих представлений строится упрощенная математическая модель, в которой приняты следующие допущения. Плоский фронт пламени распространяется по движущейся горючей смеси равномерно со скоростью u, поэтому в системе координат, связанной с фронтом пламени, все переменные не зависят от времени. Газ считается идеальным. Скорость его движения относительно стенки трубки v, температуры газа T и стенки T_w в системе отсчета, связанной с фронтом, зависят только от координаты z, направленной вдоль оси трубки. Это допущение значительно упрощает задачу, однако делает маловероятным получение количественного согласия с экспериментом. Так как давление в трубке изменяется незначительно, его можно считать постоянным.

Будем решать задачу в системе отсчета, связанной с фронтом пламени, поместив фронт пламени в сечение $z = 0$. Свежая смесь находится в области $z < 0$. Из уравнения сохранения массы следует, что $q = \rho w$ — постоянная, где ρ — плотность газа, $w = v - u$ — относительная скорость движения газа. Приравнивая расходы при $z = -\infty$ и $z = -0$:

$$\rho_0(v_0 - u) = \rho_f S_u,$$

получаем

$$u = v_0 - S_u \frac{T_0}{T_f},$$

где ρ_0, v_0 — плотность газа и скорость его движения относительно стенки трубки при $z = -\infty$, ρ_f — плотность газа перед фронтом пламени, S_u — нормальная скорость пламени,

T_0 — температура окружающей среды (комнатная температура), T_f — температура, с которой горючая смесь входит во фронт пламени, т. е. при $z = -0$. Нормальную скорость определяем следующим образом: $S_u = S_{u,a}\exp(-E(T_a - T_b)/2R_aT_aT_b)$ [5], где $S_{u,a}$, T_a — нормальная скорость и температура газа во фронте пламени в случае отсутствия теплопотерь из фронта пламени, E — энергия активации, T_b — температура газа во фронте пламени, R_a — универсальная газовая постоянная.

В [6] приведены экспериментальные зависимости нормальной скорости от начальной температуры, которые получены при минимизации теплопотерь из фронта пламени, т. е. в условиях, близких к адиабатическим. Обычно эти зависимости имеют вид

$$S_{u,a} = a + bT_f^m,$$

где a, b, m — постоянные. Подставляя выражение для S_u в уравнение для скоростей, получим

$$u = v_0 - (a + bT_f^m)\,\frac{T_0}{T_f}\,\exp\Big(-\frac{E(T_a - T_b)}{2R_aT_aT_b}\Big). \quad (1)$$

Зависимость $u(v_0)$ можно найти, если определить T_f и T_b. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии [4]:
для газа

$$c_p\rho w\,\frac{dT}{dz} = -\frac{2\alpha}{r}(T - T_w) + \lambda\,\frac{d^2T}{dz^2};$$

для стенки трубки

$$-c\rho_w u\,\frac{dT_w}{dz} = \frac{2r\alpha}{R^2 - r^2}(T - T_w) + \frac{2R\alpha_1}{R^2 - r^2}(T_0 - T_w) + \lambda_w\,\frac{d^2T_w}{dz^2}.$$

Здесь α, α_1 — коэффициенты теплоотдачи для внутренней и наружной поверхностей трубки; ρ_w — плотности материала стенки; λ, λ_w — теплопроводности газа и материала стенки; c_p, c — теплоемкости газа и стенки; R, r — наружный и внутренний радиусы трубки. При получении этих уравнений были сделаны допущения о постоянстве значений λ и λ_w. Выражение для T можно найти из приведенного выше уравнения для температуры стенки. Подставив его в уравнения для газа и пренебрегая членом, связанным с передачей тепла по газу за счет теплопроводности, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^3T_w}{d\xi^3} + \Big(\beta_1 + \frac{1}{\chi}\Big)\frac{d^2T_w}{d\xi^2} + \Big(\frac{\beta_1}{\chi} - \beta_2 - \beta_3\Big)\frac{dT_w}{d\xi} - \beta_1\beta_3(T_w - T_0) = 0.$$

Здесь

$$\chi = \frac{\lambda_w}{\rho_w ucr},\quad \beta_1 = \frac{2\alpha}{qc_p},\quad \beta_2 = \frac{2\alpha r^3}{\lambda_w(R^2 - r^2)},$$

$$\beta_3 = \frac{2\alpha_1 Rr^2}{\lambda_w(R^2 - r^2)},\quad \xi = \frac{z}{r}.$$

Будем считать, что основные закономерности поведения температуры определяются теплообменом между газом и стенкой трубки. В рамках этих предположений пренебрежение передачей тепла по газу за счет теплопроводности не должно сильно изменить картину процесса.

Решение полученного уравнения будем искать в виде

$$T_w = T_0 + (T_{a,0} - T_0)a\exp(\mu\xi),$$

где $T_{a,0}$ — адиабатическая температура при начальной (комнатной) температуре. Тогда решение дифференциального уравнения сводится к решению алгебраического кубического уравнения для μ:

$$\mu^3 + \Big(\beta_1 + \frac{1}{\chi}\Big)\mu^2 + \Big(\frac{\beta_1}{\chi} - \beta_2 - \beta_3\Big)\mu - \beta_1\beta_3 = 0. \quad (2)$$

Анализ показывает, что при значениях констант для газов и материалов стенок трубок, применяемых в экспериментах, кубическое уравнение имеет два отрицательных и одно положительное решение. Из условия конечности температуры при $z = \pm\infty$ следует:

$$\begin{aligned}
z < 0:\quad & T_w = T_0 + (T_{a,0} - T_0)a_1\exp(\mu_1\xi),\\
& T = T_0 + (T_{a,0} - T_0)k_1a_1\exp(\mu_1\xi),\\
& \mu_1 > 0;\\
z > 0:\quad & T_w = T_0 - (T_{a,0} - T_0)(a_2\exp(\mu_2\xi) + a_3\exp(\mu_3\xi)),\\
& T = T_0 - (T_{a,0} - T_0)(k_2a_2\exp(\mu_2\xi) + k_3a_3\exp(\mu_3\xi)),\\
& \mu_2, \mu_3 < 0.
\end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $k_i = \beta_1/(\beta_1 + \mu_i)$, $i = 1, 2, 3$.

Граничные условия. Для определения коэффициентов a_1, a_2, a_3 требуется три уравнения. Изменение энтальпии газа во фронте пламени толщиной δ происходит за счет теплоты реакции, теплового потока в стенки и в продукты сгорания. Поэтому можно записать

$$c_p\rho w(T_b - T_f) = c_p\rho w(T_a - T_f) - \\ - \frac{2\alpha(T_b - T_{w,f})\delta}{r} + \lambda \left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=\delta},$$

где $T_{w,f} = T_0 - (T_{a,0} - T_0)(a_2 + a_3)$ — температура стенки при $z = +0$. Нетрудно видеть [5], что

$$\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=\delta} = -\frac{2\alpha(T_b - T_{w,f})}{rc_p\rho w}.$$

Таким образом, получается связь между температурами свежей смеси и продуктов сгорания на границе разрыва ($z = 0$) с учетом теплопотерь из фронта пламени. Учет теплопотерь позволяет получить предел распространения пламени, так как в этом случае $T_b \neq T_a$.

Взяв из (3) выражение для температур при $z = 0$, нетрудно получить первое граничное условие для газа:

$$1 + k_2a_2 + k_3a_3 + k_1a_1 = \\ = \frac{2\beta_1\delta}{r}(-k_2a_2 - k_3a_3 + a_2 + a_3). \quad (4)$$

Запишем два других граничных условия, а именно непрерывность температуры стенки и ее первой производной в точке $z = 0$:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0, \quad (5)$$

$$\mu_1a_1 + \mu_2a + \mu_3a_3 = 0. \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (2)–(6) позволяет найти значения T_f, T_b, T_a и, подставив их в уравнение (1), определить $u(v_0)$.

Расчет проводился для кварцевой трубки. Теплоемкости слабо зависят от температуры, использовались следующие их значения [7]: $c_p = 10^3$ Дж/(кг·K), $c = 1{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·K). Значения других констант взяты из [7, 8]: $\lambda = 26{,}2 \cdot 10^{-3}$ Дж/(м·с·K) (для 300 K), $\lambda_w = 1{,}63$ Дж/(м·с·K) (для 500 K), $\rho_w = 2{,}1 \cdot 10^3$ кг/м^3, $\rho = 1{,}29$ кг/м^3, $\mathrm{Nu} = 2r\alpha/\lambda = 4$, $\alpha_1 = 30{,}0$ Дж/(м·с·K) (при оценке применялась формула для свободной тепловой конвекции $\mathrm{Nu} \approx 0{,}55\mathrm{Ra}^{1/4}$, из [8], где Nu — число Нуссельта, Ra — число Рэлея). Энергию активации для стехиометрической пропановоздушной смеси брали равной $1{,}5 \cdot 10^5$ Дж/моль. Константы уравнения для нормальной скорости горения S_u, см/с, стехиометрической пропановоздушной смеси взяты из [6, с. 142]: $m = 2{,}0$, $a = 8{,}0$, $b = 0{,}00035$. Для этой смеси $T_{a,0} = 2200$ K при начальной температуре 293 K [6].

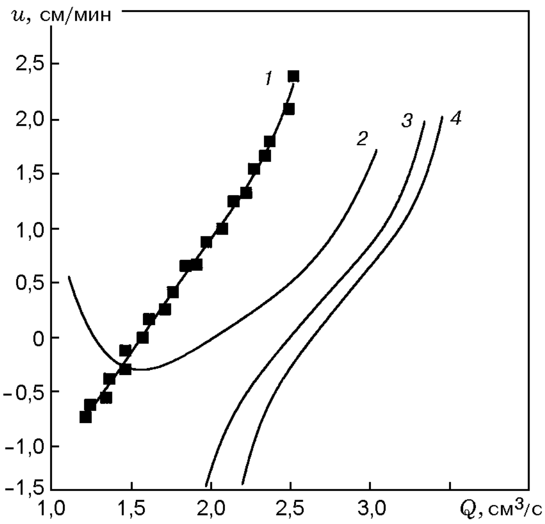

Рис. 1. Зависимость скорости перемещения пламени от расхода горючего газа:

1 — эксперимент; *2–4* — расчет, $\delta/\delta_0 = 7$ (*2*), 3 (*3*), 1 (*4*)

Сравнение с экспериментом. Зависимости скорости перемещения пламени u от расхода горючего газа $Q = \pi r^2 v_0$ приведены на рис. 1. Кривая *1* построена по экспериментальным точкам, полученным для пламени пропановоздушной (4 % пропана) смеси, распространяющегося в кварцевой трубке с внутренним диаметром 2,7 мм и внешним — 4,9 мм [3]. Гашение пламени наблюдается при расходах горючего газа $Q > 2{,}5$ см^3/с и $Q < 1{,}24$ см^3/с (верхний и нижний предельные расходы), что говорит о том, что внутренний диаметр трубки для этой смеси меньше критического. Пламя гаснет при переходе из режима низких скоростей в обычный режим (без прогрева стенки). Известно, что причиной его гашения являются теплопотери из фронта горения, поэтому в модели необходимо их учитывать, чтобы получить пределы по расходу горючего газа. Теплопотери зависят от толщины пламени. Характерный размер пламени $\delta_0 = \lambda/c_p\rho_f S_u$ может значительно отличаться от реальной толщины фронта горения [9], хотя бы потому, что коэффициент температуропроводности $a = \lambda/c_p\rho$ зависит от температуры и не ясно, при какой температуре его брать. В связи с этим проводился расчет скорости перемещения пламени от расхода горючего газа при разных толщинах фронта пламени (кривые *2–4* на рис. 1).

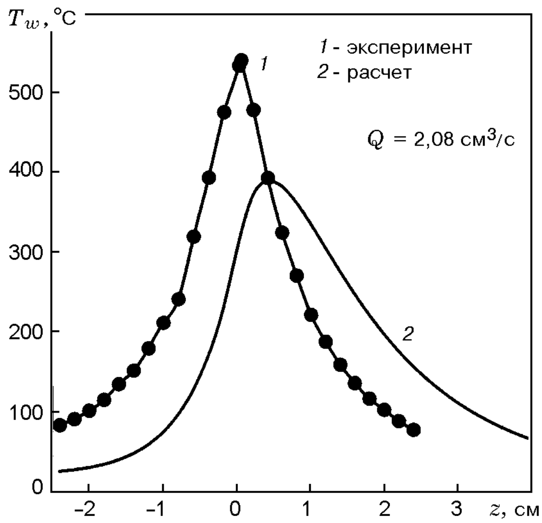

Рис. 2. Профили температуры тепловой волны в стенке трубки

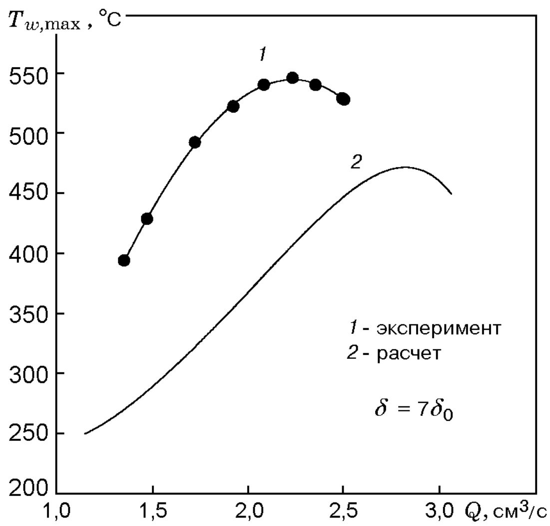

Рис. 3. Зависимость максимальной температуры стенки от расхода горючего газа

При $\delta/\delta_0 = 3$ и 1 расчетные кривые ведут себя подобно случаю, когда диаметр трубки больше критического [1, рис. 4], т. е. наблюдаются переходы в обычный режим на верхнем и нижнем пределах по расходу горючего газа. Причем на нижнем пределе имеет место плавный переход, на верхнем — скачкообразный. На рис. 1 построена только часть кривых (*2–4*), соответствующих РНС (в режиме РНС комплекс $\beta_1/\chi\beta_2 = \rho_w uc(R^2 - r^2)/qc_p r^2$ становится близким к 1). При $\delta/\delta_0 = 7$ расчетная кривая ведет себя подобно случаю, когда диаметр трубки меньше критического. При этом на верхнем и нижнем пределах, как и в эксперименте, наблюдается гашение пламени (нет решения). Однако необходимо отметить отличие в поведении расчетной и экспериментальной кривых при приближении к нижнему пределу по расходу: скорость, полученная экспериментально, падает с уменьшением расхода, а расчетная — возрастает.

Помимо скоростей были рассчитаны зависимости температуры стенки трубки T_w от координаты z, направленной вдоль оси трубки. Характерный профиль температуры стенки показан на рис. 2, здесь же приведены результаты измерений. Фронт пламени находится в плоскости с координатой $z = 0$. Температура измерялась с помощью термопары, приклеенной к стенке трубки. Более подробно методика измерения температуры описана в [3]. Данные на рис. 2 (а также на рис. 3) получены для той же трубки и смеси, что и на рис. 1. Как видно из рис. 2, экспериментальные и расчетные зависимости подобны. Температура стенки начинает расти в области, где находится свежая смесь, достигает максимума в области продуктов сгорания и далее падает. Модель на качественном уровне дает неплохое согласие с экспериментом. Экспериментальная и расчетная зависимости максимальной температуры стенки ($T_{w,\max}$) от расхода горючего газа показаны на рис. 3. Здесь также наблюдается неплохое, на качественном уровне, согласие с экспериментом. С увеличением расхода горючего газа как экспериментальная, так и расчетная зависимость $T_{w,\max}(Q)$ увеличивается, доходит до своего максимума, а затем падает.

Трудно ожидать лучшего совпадения с экспериментом для одномерной модели, в которой учитывается зависимость скорости и других характеристик газа только от координаты, направленной вдоль оси трубки. Очевидно, что скорости движения газа в центре и у стенки трубки существенно отличаются. Вдали от фронта пламени газ имеет пуазейлевский профиль скорости. При приближении к фронту горючий газ получает тепло от стенки трубки и профиль изменяется. В зависимости от профиля скорости и температуры свежего газа перед фронтом, а также от нормальной скорости, которая, в свою очередь, зависит от этой температуры, формируется поверхность фронта горения. Она неплоская и существенно отличается от поверхности, наблюдаемой в обычном режиме [1]. Тем не менее, на качественном уровне модель дает реалистичные зависимости скорости распространения пламени и максимальной температуры стенки от расхода свежего газа. Вычисленные профили температур аналогичны экспериментальным. Как и в эксперименте, наблюдаются верхний и нижний пределы по расходу горючего газа. Кроме того, как и в экспериментах [1–3], согласно расчетам, не приведенным в этой работе, расстояние между координатой фронта пламени и координатой максимума температуры стенки уменьшается с увеличением расхода; зависимости $u(Q)$ смещаются вверх при обогащении или обеднении смеси относительно смеси, соответствующей максимальной нормальной скорости; при обогащении или обеднении смеси относительно смеси, соответствующей максимальной нормальной скорости, сужается диапазон расходов горючего газа, в котором существует пламя в РНС; при диаметре трубки, большем критического, наблюдается переход в обычный режим. Таким образом, модель, несмотря на свою простоту, на качественном уровне достаточно хорошо описывает распространение пламени в режиме низких скоростей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-03-32309).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Замащиков В. В.** Экспериментальное исследование закономерностей газового горения в узких трубках // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 1. С. 42–47.
2. **Zamashchikov V. V.** Experimental investigation of gas combustion regimes in narrow tubes // Combust. Flame. 1997. V. 108, N 3. P. 357–359.
3. **Замащиков В. В.** Особенности горения пропано- и водородовоздушных смесей в узкой трубке // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 6. С. 14–21.
4. **Лаевский Ю. М., Бабкин В. С.** Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах: Сб. науч. тр. / Под ред. Ю. Ш. Матроса. Новосибирск: Наука, 1988. С. 108–145.
5. **Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Махвиладзе Г. М.** Математическая теория горения / Отв. ред. Р. И. Солоухин. М.: Наука, 1980.
6. **Основы** горения углеводородных топлив / Под ред. Л. Н. Хитрина и В. А. Попова. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. С. 662.
7. **Физические** величины: Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Атомиздат, 1991.
8. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990. С. 95.
9. **Щетинков Е. С.** Физика горения газов. М: Наука, 1965. С. 293.

Поступила в редакцию 24/IV 1998 г.,
в окончательном варианте — 19/VII 1999 г.