

ке газа; 3) в этих же режимах в процессе горения существенным образом меняется структура приповерхностного слоя (толщина пористого слоя) двухкомпонентного топлива, что приводит к изменению теплофизических характеристик топлива; 4) частота автоколебаний скорости горения топлива с подповерхностной газификацией летучих компонентов превышает аналогичную частоту для топлива без подповерхностной газификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарко В. Е., Зырянов В. Я., Куценогий К. П. Механизм горения двухосновных порохов при субатмосферных давлениях // *Archivum Combust.*— 1984.— 4, № 2.— С. 121—129.
2. Бухаров В. Н., Гусаченко Л. К. Нестационарное горение при подповерхностной газификации летучих // *ФГВ.*— 1989.— 25, № 2.— С. 42—47.
3. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив.— М.: Наука, 1973.
4. Новожилов Б. В. Теория нестационарного горения конденсированных систем с учетом времени запаздывания // *Хим. физика.*— 1988.— 7, № 5.— С. 674—687.

г. Новосибирск

УДК 536.46

А. Г. Князева

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЕ

Предложена одномерная модель распространения волны горения в деформируемой среде с учетом связности полей деформации и температуры. Показано, что напряжения и деформации изменяют профиль температур в стационарной волне горения и условия потери устойчивости стационарного фронта. Введено понятие термомеханической потери устойчивости, что возможно раньше тепловой. Обнаружено, что связность полей деформации и температуры может быть причиной потери устойчивости экспоненциального типа.

В теории горения конденсированных систем [1—5], как правило, пренебрегают взаимовлиянием процессов тепло- и массопереноса и деформирования, пока не нарушена сплошность среды. Однако в динамических условиях или в случае больших градиентов температур чисто тепловая постановка задачи может стать неприемлемой. Большие градиенты температур вызывают в теле интенсивные термические напряжения, которые, в свою очередь, могут оказывать влияние на распространение фронта реакции. Причиной напряжений во фронте может быть и различие в свойствах реагента и конденсированного продукта. Модели, феноменологически учитывающие взаимосвязь скорости распространения фронта экзотермической реакции в твердой фазе и разрушения, предложены в [6—9].

Рассмотрим некоторые эффекты, к которым приводит деформирование вещества во фронте реакции, ограничившись одномерной постановкой.

Предположим, что фронт горения движется влево, т. е. при $x > 0$ находятся конденсированные продукты, температура которых равна T_b , при $x < 0$ находится реагент, температура которого при $x \rightarrow -\infty$ $T = T_n$. Зону горения считаем узкой, что справедливо для сильной зависимости скорости химической реакции от температуры [5].

В системе координат, движущейся с фронтом реакции, уравнения связной термоупругости имеют вид

$$c_{\text{э}} \rho \left[\frac{\partial T}{\partial t} + v_n \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \lambda_{\text{т}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \alpha_{\text{т}} (3\lambda + 2\mu) T \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + v_n \frac{\partial u}{\partial x} \right],$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_{\text{т}} \frac{\partial T}{\partial x} = \rho \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2v_n \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + v_n^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right],$$

© А. Г. Князева, 1993.

где T — температура; x — пространственная координата; u — перемещение; α_T — коэффициент линейного теплового расширения; λ, μ — коэффициенты Ламэ; v_n — скорость фронта; t — время; ρ — плотность; λ_T — коэффициент теплопроводности; c_ε — теплоемкость при постоянной деформации.

Напряжения в системе могут быть найдены из обобщенного закона Гука. Во фронте горения будут выполняться условия непрерывности температуры, потока тепла, перемещений и компоненты напряжений, перпендикулярной фронту:

$$\sigma_x = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu) (T - T_H).$$

Дополнительное условие — отсутствие возмущений перемещений и деформаций в исходном веществе.

Полагая, что свойства реагента и продукта одинаковы, перейдем к безразмерным переменным

$$\Theta = \frac{T - T_H}{T_b - T_H}, \quad \xi = \frac{v_n^0 x}{\kappa_\varepsilon}, \quad S = \frac{\sigma_x}{\sigma_*}, \quad u = \frac{u}{u_*},$$

$$\tau = \frac{v_n^0 t}{\kappa_\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_*} = \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right] \frac{\kappa_\varepsilon}{u_n^0 u_*}, \quad \kappa_\varepsilon = \frac{\lambda_T}{c_\varepsilon \rho}.$$

Тогда с точностью до величин порядка $\omega\beta$, где $\beta = \frac{RT_b}{E_0} \ll 1$,

$\omega = \frac{(3\lambda + 2\mu)^2 \alpha_T^2}{\lambda + 2\mu} \frac{T_b}{c_\varepsilon \rho}$ — коэффициент связности, получим

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \Theta_i}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial \xi^2} - \omega \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2 \partial \tau} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \Theta_i}{\partial \xi} = v_x^2 \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2} \right], \quad (2)$$

$$S_i = \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - \Theta_i = \varepsilon_i - \Theta_i. \quad (3)$$

В (1)–(3) принято $T_b = T_H + Q/c_\varepsilon$; $v_x = v_n^0 / \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$; $\sigma_* = \alpha_T (T_b - T_H) (3\lambda + 2\mu)$; $u_* = (3\lambda + 2\mu) \alpha_T (T_b - T_H) \kappa_\varepsilon / (3\lambda + 2\mu) v_n^0$, где v_n^0 — скорость невозмущенного фронта; Q — тепловыделение в реакции; индекс 1 относится к реагенту, 2 — к продукту реакции.

Представим решение задачи в виде суммы

$$\Theta_i = \Theta_i^0 + \Theta_i', \quad u_i = u_i^0 + u_i',$$

где Θ_i^0, u_i^0 соответствуют невозмущенному (стационарному) фронту:

$$\Theta_i^0 = \frac{\exp(\delta \xi)}{\delta}, \quad \Theta_2^0 = \frac{1}{\delta},$$

$$u_1^0 = \frac{\exp(\delta \xi)}{\delta^2 (1 - v_x^2)}, \quad u_2^0 = \frac{1}{\delta^2 (1 - v_x^2)}, \quad (4)$$

$$\delta = 1 + \frac{\omega}{1 - v_x^2}$$

и удовлетворяют стационарной системе уравнений

$$\frac{d\Theta_i^0}{d\xi} = \frac{d^2 \Theta_i^0}{d\xi^2} - \omega \frac{d^2 u_i^0}{d\xi^2},$$

$$(1 - v_x^2) \frac{d^2 u_i^0}{d\xi^2} - \frac{d\Theta_i^0}{d\xi} = 0, \quad (5)$$

$$\xi \rightarrow -\infty: \Theta_1^0 = 0, u_1^0 = \frac{du_1^0}{d\xi} = 0,$$

$$\xi \rightarrow +\infty: \frac{d\Theta_2^0}{d\xi} = 0, u_2^0 - \text{конечны.}$$

$$\xi = 0: \Theta_1^0 = \Theta_2^0, \frac{d\Theta_1^0}{d\xi} - \frac{d\Theta_2^0}{d\xi} = 1,$$

$$u_1^0 = u_2^0, S_1^0 = S_2^0.$$

Последнее условие, называемое условием равновесия, в случае одинаковых свойств реагента и продукта эквивалентно равенству деформаций $\varepsilon_1^0 = \varepsilon_2^0$, а условие конечности u_2^0 выполняется автоматически. Соответствующие стационарному фронту напряжения и деформации находим из выражений

$$\varepsilon_1^0 = \frac{\exp(\delta\xi)}{\delta(1-v_x^2)}, \quad \varepsilon_2^0 = \frac{1}{\delta(1-v_x^2)}, \quad (6)$$

$$S_1^0 = \frac{v_x^2 \exp(\delta\xi)}{(1-v_x^2)\delta}, \quad S_2^0 = \frac{v_x^2}{(1-v_x^2)\delta}.$$

Уравнения для возмущений Θ_i', u_i' имеют вид, аналогичный (1), (2). Зададим возмущение фронта

$$\xi = a \exp(\varphi\tau), \quad (7)$$

где φ — комплексная частота. Тогда возмущенные решения ищем в виде

$$\begin{aligned} \Theta_i' &= f_i \exp[\varphi\tau \pm r_i \xi], \\ u_i' &= h_i \exp[\varphi\tau \pm r_i \xi], \end{aligned} \quad (8)$$

где знак плюс соответствует области реагента, минус — области продукта. Подставляя (8) в (1), (2), получим систему уравнений относительно амплитуд f_i, h_i ($i=1, 2$), условие разрешимости которой даст уравнения для определения r_1 и r_2 :

$$\begin{aligned} (\varphi + r_1 - r_1^2) [r_1^2 - v_x^2(\varphi + r_1)^2] + r_1^2 \omega [\varphi + r_1] &= 0, \\ (\varphi - r_2 - r_2^2) [r_2^2 - v_x^2(\varphi + r_2)^2] + r_2^2 \omega [\varphi - r_2] &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

В частном случае $v_x = 0$ имеем

$$r_{1,2} = [V(1+\omega)^2 + 4\varphi(1+\omega) \pm (1+\omega)]/2. \quad (10)$$

Выпишем линеаризованные соотношения, выражающие непрерывность величин $\Theta', \partial\Theta'/\partial\xi, u', S'$ во фронте возмущенной волны горения. Для этого введем коэффициенты чувствительности скорости горения к температуре, как это делается в подобных задачах [5, 10], и к деформациям

$$z_i = \left[\frac{\partial \ln W}{\partial T} \right]^0 (T_s - T_H)^0, \quad z_2 = \left[\frac{\partial \ln W}{\partial \Pi} \right]^0 \Pi^0. \quad (11)$$

Работа сил деформации в данном случае

$$\Pi = \sigma_x \varepsilon_x = \sigma_x^0 \varepsilon_x^0 + \varepsilon_x^0 \varepsilon_x' + \varepsilon_x' \sigma_x^0 + \sigma_x' \varepsilon_x'.$$

Из стационарной задачи имеем

$$\Pi^0 = \sigma_x^0 \varepsilon_x^0 = \frac{\alpha_T^2 (3\lambda + 2\mu)^2 (T_b - T_H)^2 v_x^2}{(1-v_x^2)(\lambda + 2\mu)\delta^2}.$$

С помощью (11) представим скорость тепловыделения во фронте в виде

$$\frac{W}{W^0} = 1 + z_1 \Theta_s' + z_2 \Pi_s', \quad (12)$$

где $\Theta'_s = \frac{T'_s - T_H}{T_b - T_H}$, $\Pi'_s = \varepsilon^0 S' + \varepsilon' S^0$ — возмущения температуры поверхности и работы сил деформации.

В частном случае аррениусовской зависимости скорости химической реакции от температуры и независимости ее от деформаций и напряжений имеем

$$z_1^0 = E_0(T_b - T_H)/2RT_b^2.$$

Полагая, что скорость химической реакции зависит от напряжений и деформаций через изменение энергии активации

$$E = E^0 - k\Pi,$$

где k — некий коэффициент, аналогичный коэффициенту структурной чувствительности, получим

$$z_1 = \frac{(E_0 - k\Pi^0)(T_b - T_H)}{2RT_b^2}, \quad z_2 = \frac{k\Pi^0}{2RT_b}.$$

Пределы изменения основных величин, входящих в Π^0 , известны

$$(\alpha_\tau \approx 10^{-6} \div 10^{-4} \text{ K}^{-1}; \quad \lambda, \mu \approx 10^8 \div 10^{12} \text{ Н/м}^2, \quad T_b \approx 10^3 \text{ К}, \\ v_x \approx 10^{-4} \div 10^{-2}),$$

следовательно, в зависимости от свойств вещества коэффициент z_2 вполне сравним с коэффициентом чувствительности скорости горения к температуре. Так как характер влияния напряжений и деформаций на скорость твердофазных реакций не очевиден, на конкретных зависимостях z_1 и z_2 от T_b , Π^0 далее не останавливаемся, однако имеем в виду, что z_1 в общем случае отличен от соответствующего коэффициента, вводимого в чисто тепловых моделях.

Используя представление (12) и разлагая $\Theta'_i, \partial\Theta'_i/\partial\xi, u'_i, \partial u'_i/\partial\xi$ в ряд в окрестности возмущенной границы с точностью до величин первого порядка малости, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta_1^0}{d\xi} \zeta + \Theta_1' &= \frac{d\Theta_2^0}{d\xi} \zeta + \Theta_2' = \Theta_s', \\ \frac{d^2\Theta_1^0}{d\xi^2} \zeta + \frac{\partial\Theta_1'}{\partial\xi} &= \frac{d^2\Theta_2^0}{d\xi^2} \zeta + \frac{\partial\Theta_2'}{\partial\xi} + z_1\Theta_s' + z_2\Pi_s', \\ \frac{d\xi}{d\tau} &= -z_1\Theta_s' - z_2\Pi_s', \\ \frac{du_1^0}{d\xi} \zeta + u_1' &= \frac{du_2^0}{d\xi} \zeta + u_2', \\ \frac{d^2u_1^0}{d\xi^2} \zeta + \frac{\partial u_1'}{\partial\xi} &= \frac{d^2u_2^0}{d\xi^2} \zeta + \frac{\partial u_2'}{\partial\xi}. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя в (13) выражения (7), (8), получим систему из пяти уравнений относительно неизвестных a, f_1, f_2, h_1, h_2 , условие разрешимости которой приводит к выражению

$$\begin{aligned} \Delta = (r_1 + r_2) \left\{ (\varphi + z_1\delta) [r_1 + r_2 - \alpha] - \alpha(\delta^2 - z_1\delta + \delta r_2) - \right. \\ \left. - r_1\beta \left[\frac{r_2}{1 - v_x^2} + \frac{\delta}{1 - v_x^2} \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{где} \quad \alpha = z_1 - \frac{z_2}{\delta(1 - v_x^2)}; \quad \beta = \frac{z_2(1 + v_x^2)}{\delta(1 - v_x^2)}.$$

Уравнение (14) совместно с (9) отражает зависимость комплексной частоты φ от параметров ω , v_x , z_1 и z_2 и дает возможность определить условие потери устойчивости стационарной волны горения при равенстве свойств реагента и продукта. Если, например, отличны коэффициенты линейного теплового расширения двух твердых веществ, то в задаче появляется новый параметр $\gamma = \alpha_{T1}/\alpha_{T2}$. Решение в этом случае проводится аналогично.

Анализ результатов показывает, что учет связности полей деформации и температуры уже в простейшем случае ($\gamma = 1$) приводит к более крутому профилю температуры в стационарной волне горения. Профили напряжений и деформаций в случае одинаковых свойств веществ целиком повторяют $\Theta^0(\xi)$. Если $\gamma > 1$, получим еще более крутой профиль температуры, при этом напряжения S во фронте возрастают по величине в γ раз. Видимо, необычно крутые профили температур в волне химической реакции [6, 7] действительно могут служить критерием влияния напряжений на процесс. Разрыв в деформациях во фронте $\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{1-\gamma}{\delta}$.

Если $v_x = \omega = z_2 = 0$, $\gamma = 1$, условие потери устойчивости стационарной волны горения $z_1 \geq z_{1*} = 2 + \sqrt{5}$ совпадает с [5]. Случай $\omega \neq 0$, когда $z_{1\omega} = 2(1+\omega)^2 + (1+\omega)\sqrt{4(1+\omega)^2 + 1}$, интересен в том смысле, что связность полей деформации и температуры может вносить некоторый стабилизирующий эффект в процесс горения.

При $v_x = 0$, $\omega = 0$, $\gamma = 1$, $z_2 \neq 0$ работа сил деформации не сказывается на потере устойчивости стационарного фронта.

В случае $v_x = 0$, $\gamma = 1$, $\omega \neq 0$, $z_2 \neq 0$, в отличие от чисто тепловой модели, можем говорить о потере устойчивости как по параметру z_1 , так и по параметру z_2 . Условие тепловой потери устойчивости имеет вид

$$z_1 > z_{1*} = \left[4\delta^2 - 2z_2(\delta - 1)\delta^{-1} \pm \sqrt{4\delta^2 - 2z_2\delta^{-1}(\delta - 1)^2 - 4(z_2^2\delta^{-2}(\delta - 1)^2 - \delta^2)} \right] / 2,$$

где $\delta = 1 + \omega$. Если $z_2 \in [0, \delta^2/(\delta - 1)]$, то положительному значению z_{1*} соответствует знак плюс. Если $z_2 \in [\delta^2/(\delta - 1), 2\delta^3/(\delta - 1)]$, то из двух значений z_{1*} выбираем меньшее. Другие случаи маловероятны по величинам параметров δ , z_2 . Расчеты по формуле показывают, что потеря устойчивости здесь произойдет раньше, чем при z_{1*}^0 . Условие потери термомеханической устойчивости отражает неравенство

$$z_2 > z_{2*} = (\delta - 1)^{-1} (\delta \sqrt{4z_1 + 1} - z_1) \delta,$$

что возможно, если $z_1 < z_{1\omega}$.

Если во всех предыдущих случаях потеря устойчивости носит колебательный характер, как и в одномерных чисто тепловых моделях, то учет параметров $v_x \neq 0$ и $\gamma \neq 1$ приводит к существованию потери устойчивости экспоненциального типа. Так, если $\omega = 0$, $\gamma = 1$, но $z_2 \neq 0$, $v_x \neq 0$, в задаче существует два решения. Первая пара корней r_1 и r_2 соответствует чисто тепловой постановке задачи ($r_{1,2} = (\sqrt{1 + 4\varphi_1} \pm 1)/2$), но приводит к кубическому уравнению относительно φ_1

$$4\varphi_1^3 + [1 - 4y^2 - 8y - 4z_1(y - 1) - z_1^2] \varphi_1^2 + [z_1 - 2y - 8z_1y] \varphi_1 - z_1y = 0, \quad (15)$$

где $y = v_x^2 z_2 / (1 - v_x^2) \ll 1$.

Вторая пара корней ($r_1 = \varphi_{II} v_x^2 / (1 - v_x^2)$ и $r_2 = 0$) дает

$$\varphi_{II}^2 v_x^2 + [z_2 + 2v_x^2 z_1] \varphi_{II} + (z_2 - z_1(1 - v_x^2)) = 0. \quad (16)$$

При условии $z_1 > 2v_x^2 z_2 / (1 - v_x^2 - 8v_x^2 z_2)$ частота φ_1 на границе устойчивости z_{1*} , где z_{1*} — корень кубического уравнения

$$-z_1^3(1 - 8y) + z_1^2[32y^2 - 34y + 4] + z_1[32y^3 + 68y^2 - 20y + 1] - 2y[1 - 4y^2 - 8y] = 0,$$

чисто мнимая, следовательно, потеря устойчивости будет носить колебательный характер. Экспоненциальной потере устойчивости соответствует вещественный положительный корень уравнения (15).

Потеря устойчивости по z_2 здесь произойдет лишь при очень больших значениях параметра. Например, для $z_1 = 0$ имеем $z_{2*} \simeq \simeq 0,12(1 - v_x^2)/v_x^2 \ll 1$, что для реальных веществ, видимо, невозможно. Из (16) следует, что при $z_2 > z_{2*}$, где $z_{2*} = z_1(1 - v_x^2)$, реализуется высокочастотная ($\varphi_{II} \sim v_x^{-2}$) термомеханическая неустойчивость, когда возмущения нарастают экспоненциально. К экспоненциальной потере устойчивости стационарного фронта приводит и набор параметров $\omega = 0$, $v_x = 0$, $\gamma < 1$, $z_2 \neq 0$. Во всех случаях возможны колебательные режимы горения в области устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // ЖЭТФ.— 1942.— 12, № 11, 12.
2. Новожилов Б. В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Докл. АН СССР.— 1961.— 141, № 1.
3. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории стационарной скорости распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной среде // ПМТФ.— 1965.— № 3.
4. Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. К теории теплового распространения фронта химической реакции // ФГВ.— 1966.— 2, № 3.
5. Махвиладзе Г. М., Новожилов Б. В. Двумерная устойчивость горения конденсированных систем // ПМТФ.— 1971.— № 5.
6. Барелько В. В., Баркалов И. М. и др. К тепловой теории автоволновых процессов в низкотемпературных твердофазных радиационно-химических реакциях // Докл. АН СССР.— 1982.— 264, № 1.
7. Бендерский В. А., Филиппов П. Г., Овчинников М. А. Соотношение теплового и деформационного воспламенения в низкотемпературных твердофазных реакциях // Там же.— 1989.— 308, № 2.
8. Полуэктов В. А. Теория распространения волны разрушения, обусловленной протеканием экзотермической химической реакции в твердом теле при низких температурах // Там же.— 1985.— 285, № 4.
9. Алдушин А. П., Ваганов Д. А. К теории автоволнового распространения химического превращения, инициируемого хрупким разрушением: анализ плоской волны // Там же.— 1989.— 307, № 1.
10. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости горения пороха // ПМТФ.— 1964.— № 5.

г. Томск

УДК 536.46

В. Н. Симоненко, В. В. Чергищев

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА И КОНЦЕНТРАЦИИ КОМПОНЕНТОВ НА НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГОРЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ ТОПЛИВ

Экспериментально исследовано влияние концентрации и дисперсности ПХА в составах ПХА + ПММА и ПХА + порошок Н + РbO на характеристики нестационарного горения. Получена функция отклика скорости горения составов при синусоидальном воздействии лазерного излучения. Время переходного периода горения определено при П-образном изменении лазерного излучения.

В работах [1, 2] отмечалось, что существует прямо пропорциональная зависимость между временем переходного режима горения и временем выгорания характерного размера зерна окислителя. В [2] сделано уточнение, что в области размера зерен окислителя меньше 300 мкм прямо пропорциональная зависимость нарушается и переходит в «плато», где время задержки не зависит от диаметра частиц. Эти данные полу-