

О ЗАВИСИМОСТИ ВРЕМЕНИ ФОРМИРОВАНИЯ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ВИХРЕЙ ОТ ЧАСТОТЫ ВОЗМУЩЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

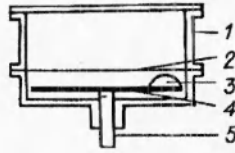
В работах [1—4] экспериментально показано, что возбуждение тем или иным способом собственных инерционных колебаний вращающейся жидкости приводит к образованию в ней осциллирующих вихрей, причем их строение и поведение, а также общая структура результирующего течения определяются набором доминирующих в нем собственных мод. А связь этих характеристик с конкретным методом создания колебаний уже не столь однозначна, так как одну и ту же моду можно возбудить множеством различных способов.

Для возбуждения различных собственных колебаний с осциллирующими вихрями в [1—3] использовались периодические источники возмущений с частотами, соответствующими собственным, а в [4] такие колебания создавались вследствие быстрого приведения вращающейся жидкости в неравновесное состояние за счет буксировки в ней тела. Несмотря на различие в применявшихся в [1—4] способах создания колебаний, при возбуждении геометрически подобных мод можно было наблюдать сходные картины течений с концентрированными вихрями. Следовательно, сам по себе эффект образования осциллирующих вихрей не привязан к какому-либо определенному способу воздействия на вращающуюся жидкость, а является свойством самой вращающейся жидкости и в известной степени универсальной ее реакцией на различные возмущения.

Различные инерционные моды могут порождать разные по строению и частоте колебаний вихри, но сам факт их образования, как показали эксперименты [1—4], напрямую от геометрии моды не зависит. С другой стороны, очевидно, что при отсутствии источников возмущений и порожденных ими колебаний осциллирующие вихри не возникают. И можно попытаться, варьируя параметры начального течения и возмущения, экспериментально найти обобщенные критерии, отвечающие за наличие или отсутствие во вращающейся жидкости концентрированных осциллирующих вихрей. Работа в этом направлении была начата в [1], а здесь содержится ее логическое продолжение.

Эксперименты проводились на той же установке и с применением той же методики измерений, что и в [1]. Принципиальная схема установки приведена на рис. 1. Заполненный водой и герметично закрытый прозрачный цилиндрический сосуд 1 закреплялся вертикально на вращающемся столе соосно с ним. Дно сосуда 2 изготовлено из эластичной резины. Периодическое возмущение вращающейся жидкости обеспечивалось генератором, состоящим из полусфер 3, закрепленных на диске 4. Генератор крепился на соосный с сосудом вал 5, который мог вращаться относительно сосуда и совершать вертикальные перемещения.

Перед началом опыта жидкость в сосуде приводилась в состояние твердотельного вращения с угловой скоростью Ω , а генератор раскручивался до угловой скорости ω . Затем генератор поднимался вверх на высоту h от положения касания полусферами резиновой мембраны дна. Полусферы продавливали дно и создавали на нем округлые выпуклости, которые перемещались относительно сосуда с требуемой скоростью. Течение, возникающее после введения возмущения, исследовалось с помощью визуальных наблюдений. Визуализация осуществлялась добавкой в воду полимерных шариков небольшой отрицательной плавучести ($\rho = 1,00 - 1,05 \text{ г/см}^3$) размером до 1 мм.



Р и с. 1

Учитывая применяемый способ возмущения и отвлекаясь от точного описания формы эластичного дна, задачу можно охарактеризовать с помощью восьми параметров. Это Ω , ω , h , H и R — высота и радиус сосуда, ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости, M и b — количество возмущающих тел и радиус их расположения. Принято, что при $M > 1$ все тела располагаются на одинаковых расстояниях от оси. Для работы будем применять тот же набор из шести независимых безразмерных параметров, который использовался в [1]. В него входят H/R , b/R , h/R , M , относительная частота возбуждения $f = 1 - \omega/\Omega$. В [1] показано также, что существенное влияние на течение оказывает волновое число Рейнольдса $Re = f\Omega b M h \lambda / (2\nu R)$, которое тоже будет использоваться. Содержащаяся в Re конструкция $f\Omega b M h / R$ характеризует привносимую возмущением относительную скорость, а характерным размером, на котором происходит изменение скорости в волне, является $\lambda/2$ — длина полуволны вдоль оси вращения или аналогичная длина для радиального направления, если она меньше последней. Эксперименты проводились при следующих фиксированных параметрах: $R = 25$ см, $b/R = 0,78$, радиус кривизны полусфер 4,5 см.

Поскольку вращающаяся жидкость — упругая среда, то описанное выше возмущение (по крайней мере тогда, когда его частота лежит внутри инерционного диапазона) должно было приводить и действительно приводило в опытах к возбуждению в жидкости инерционных волн. Для наблюдаемых несимметричных волн в цилиндрическом сосуде с твердотельно вращающейся жидкостью линейная теория дает [5]

$$v = I_m(\alpha_m r/R) \exp(ik_{mj} z/H + im(\theta - \omega t));$$

$$(1) \quad k_{mj} = \alpha_{mj} \frac{H}{R} \left[\frac{4}{m^2 f^2} - 1 \right]^{-1/2}.$$

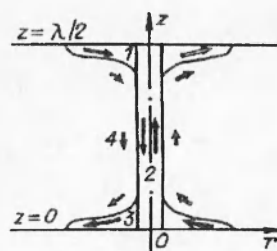
Здесь r , θ , z — радиальная, угловая и продольная компоненты цилиндрической системы координат; v — z -компонента скорости; ω — частота волны; $m = 1, 2, \dots$ — угловое волновое число; I_m — функция Бесселя первого рода индекса m ; j — целое число, имеющее смысл количества нулей радиальной компоненты скорости на промежутке $0 < r \leq R$; $f = 1 - \omega/\Omega$. Условие непротекания при $r = R$ приводит к уравнению на $\alpha \equiv \alpha_m$

$$2I_m(\alpha) + f\alpha \frac{dI_m(\alpha)}{d\alpha} = 0,$$

которое вместе с (1) определяет зависимость продольных волновых чисел k_{mj} от безразмерной относительной частоты f . При $|f| > 2/m$ числа k_{mj} чисто мнимые.

Введенное возмущение с произвольной относительной частотой f возбуждает бегущие волны с различными k_{mj} , которые в результате многократных отражений, взаимодействия между собой и диссипации в простейшем случае должны давать некоторую картину установившихся вынужденных колебаний. Если же для одной из волн с достаточной степенью точности будет выполняться соотношение $k_{mj} = n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$), то в сосуде реализуются условия резонансного возбуждения соответствующей моды собственных колебаний. Совокупность трех целых чисел (m, j, n) задает конфигурацию собственной моды.

Значительное возбуждение какой-либо инерционной моды в общем случае дает систему из нескольких циклонических и антициклонических вихрей [1—4]. Причем циклонические осциллирующие вихри отличаются высокими значениями радиальной, осевой и окружной скоростей движения жидкости в них. Угловая скорость вращения внутри циклонов может достигать 50Ω [2, 3]. Антициклоны высокими скоростями не обладают и при визуальных наблюдениях себя практически не обнаруживают. Поэтому в дальнейшем будем говорить только о циклонических вихрях.



Р и с. 2

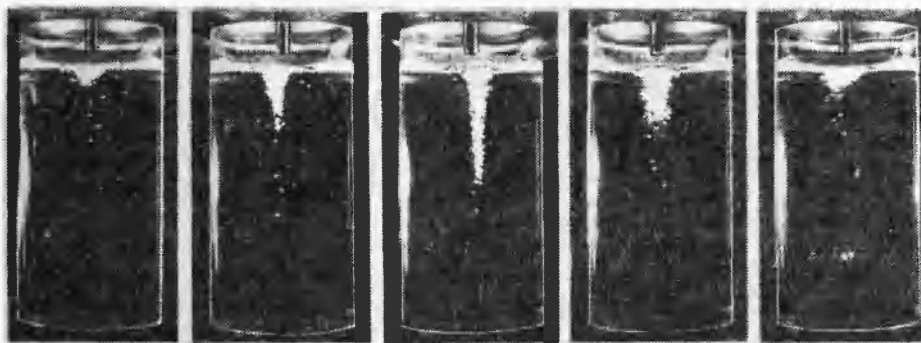
Все наблюдаемые в [1—4] и в настоящей работе циклоны по своему строению и поведению похожи. В чем заключается это сходство, следует объяснить подробнее.

Наиболее простым, наглядным и удобонаблюдаемым примером циклона может служить вихрь, возникающий в приосевой области при возбуждении осесимметричной ($m = 0$) моды с одной полуволной вдоль оси вращения ($n = 1$). Наблюдения таких мод проведены в [2—4].

Схема течения в вихре показана на рис. 2. В этом течении можно выделить четыре характерные зоны: 1, 3 — кольцевые области большой радиальной скорости, 2 — область большой осевой скорости и высокой относительной угловой скорости вращения, 4 — область умеренных скоростей. На одном полупериоде колебаний вихря жидкость из области 1 втекает в область 2, а из 2 — в 3. При этом из-за сохранения циркуляции скорость вращения жидкости, вытекающей из области 1 в 2, возрастает, и к моменту остановки радиального течения на оси вихря на уровне $z = \lambda/2$ достигается максимальная угловая скорость вращения. По этой же причине при вытекании жидкости из области 2 в 3 скорость ее вращения уменьшается, и на уровне $z = 0$ в момент остановки радиального течения в некоторой кольцевой области достигается минимальная угловая скорость вращения. На другом полупериоде колебаний вихря картина течения изменяется со временем аналогично в обратном направлении.

На любой фазе колебаний в большей части области 2 (за исключением окрестностей $z = 0, \lambda/2$) направление относительного вращения жидкости остается циклоническим. Иллюстрацией схемы течения на рис. 2 может служить полученная в [4] и приведенная на рис. 3 кинограмма одного периода колебаний вихря при его визуализации гранулами полиэтилена ($\rho = 0,95 \text{ г/см}^3$) в воде.

Течение, изображенное на рис. 2, является минимальным структурным элементом любого одномодового осциллирующего циклона. Схема течения в осевом вихре при возбуждении моды $(0, j, n)$ конструируется сращиванием по вертикали n соосных полуволновых секций, подобных показанной на рис. 2. (Поля скоростей в соседних секциях находятся в противофазе друг с другом, обеспечивая неразрывность.) Таким образом, при $n > 1$ области



Р и с. 3

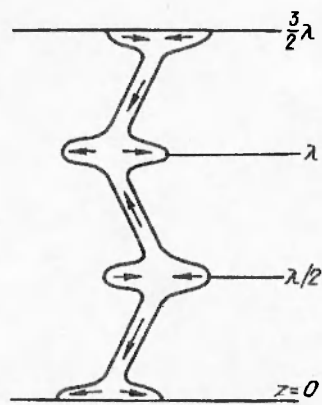


Рис. 4

радиального стекания — растекания располагаются уже не только на верхней и нижней границах, но и внутри жидкости.

Одномодовый вихрь, находящийся не на оси сосуда, имеет в общих чертах ту же структуру, что и осевой вихрь с тем же n , но имеет и особенности, обусловленные окружающим его течением. Находясь в инерционной волне, вихрь подвержен сносу, приводящему к наклону и прецессии его оси с частотой волны. В зависимости от амплитуды и геометрии волны наклон оси может быть как едва заметным, так и весьма значительным. В соседних по вертикали секциях снос вихря осуществляется опять-таки в противофазе, поэтому его ось напоминает “змейку”. Качественная структура неосевого одномодового циклона показана на рис. 4 на примере вихря

для моды с $n = 3$.

Одномодовые вихри с одинаковыми n имеют одинаковую качественную структуру независимо от m и j и отличаются в общем случае частотой колебаний, наклоном оси и другими количественными характеристиками течения.

При произвольном возмущении вращающейся жидкости, например как в [4], возбуждается сразу набор собственных инерционных мод. Осциллирующие вихри появляются и в этом случае, но столь явной периодичности в пространстве и во времени у них может и не быть, поэтому указать моды, породившие вихри, значительно сложнее. Однако при доминировании одной — двух мод это возможно. Двухмодовый вихрь испытывает двухпериодические колебания (биения), и, определив оба периода, можно указать частоты породивших его мод, а учитывая эволюцию во времени вертикальной структуры вихря, указать и сами моды. Возможна ситуация, когда две моды с различными m и j будут доминировать каждая на своем интервале радиусов, и находящиеся в этих кольцевых поясах вихри будут отслеживать главным образом частоту и структуру одной из мод.

Внося возмущения во вращающуюся жидкость, можно получить огромное многообразие картин течения. В зависимости от амплитуды и геометрии возбуждаемых волн, а также от стадии эволюции течения в нем может быть различное количество концентрированных осциллирующих вихрей, однако в соответствии с целью настоящей работы нас интересует только факт наличия или отсутствия вихрей независимо от их числа, вертикальной структуры, интенсивности и местоположения. Поэтому ниже обсуждаются лишь наиболее общие и существенные характеристики и особенности течения и возмущения.

При строгой формулировке вопрос о наличии или отсутствии во вращающейся жидкости концентрированных осциллирующих вихрей трансформируется в вопрос о появлении или не появлении таких вихрей на заданном интервале времени в результате воздействия имеющегося источника возмущений на находившуюся в равновесии вращающуюся жидкость. Именно поэтому основной измеряемой в экспериментах величиной было время возникновения в течении хотя бы одного вихря. Поскольку примеров более-менее точного определения этой характеристики для осциллирующего вихря в литературе нет, автор вынужден выбрать измеряемый промежуток времени, исходя из потребности обеспечения при измерениях высокой повторяемости и минимальной случайной погрешности.

Для этого при многократных наблюдениях в развитии вихря выделялась наиболее яркая и надежно регистрируемая фаза, время наступления которой от момента введения возмущения регистрировалось с помощью секундомера. Наиболее яркой фазой в развитии вихря в опытах был момент, когда вихрь впервые проявлял себя как локальная закрученная струя с последующим

ярко выраженным возвратным движением. Такое определение момента времени, скорее, качественное, поскольку не содержит никаких количественных характеристик. Однако при возмущении вращающейся жидкости возникают вихри, различные по размерам, структуре, интенсивности, частоте колебаний. И установить для них какой-либо доступный единый количественный критерий, не потеряв при этом качественного сходства, проблематично.

Разумный подход состоит, пожалуй, в том, чтобы сконструировать некий безразмерный параметр из характеристик вихря и измерять время достижения им заданного значения. При этом, однако, необходимо найти компромисс между строгостью определения параметра и техническими возможностями его измерения, которые в данном случае достаточно скудны. При произвольном возмущении вращающейся жидкости заранее не известно, где появится первый концентрированный вихрь, и его местоположение тоже не постоянно. В таких условиях ни одна приборная методика измерения локальных характеристик течения непригодна. Единственная возможность — измерение поля скорости. Но в описываемых экспериментах реализуются чрезвычайно неоднородные и нестационарные течения, и имеющиеся методики измерения полей скорости для них либо совсем не годятся, либо слишком дороги и трудоемки, а потому и малоэффективны. Компромиссным выходом из этих затруднений является использование визуальных наблюдений.

Поскольку при визуальных наблюдениях какие-либо количественные измерения параметров вихря проблематичны, то для фиксации момента возникновения осциллирующего вихря использовалось приведенное выше качественное его определение. Однако по следам проведенных наблюдений можно попытаться дать и количественную его трактовку. Фактически наличие осевой струи вихря надежно устанавливается лишь в том случае, если за половину периода его колебаний осевое перемещение находящихся в нем плавучих частиц превышает поперечный размер вихря. Несмотря на некоторое различие в размерах наблюдаемых в опытах вихрей, можно указать пороговое значение перемещения примерно 1 см.

В подавляющем большинстве случаев приближительность порогового значения никак не сказывалась на измеренном времени возникновения вихря и точности его измерения, поскольку вихрь проходил критическую фазу своей эволюции очень быстро, а погрешность измерения времени определяется характером поведения осциллирующего вихря и в лучшем случае составляет один период его колебаний. В реальности качественный характер и грубость применяемого определения для момента возникновения вихря сказываются только при медленном развитии вихря, приводя к увеличению абсолютной погрешности измерений. Но поскольку в этом случае длительность формирования вихря тоже велика, то на относительную погрешность измерений это опять же сильно не влияет. Таким образом, удачный выбор момента измерений позволяет избежать чрезвычайно тяжелых технических трудностей.

От обсуждения методики измерений перейдем теперь к сути работы. В [1] исследовалась длительность формирования осциллирующих вихрей при резонансном возбуждении собственных мод и указывалось, что резонансное возбуждение инерционной волны периодическим возмущением возможно лишь при превышении некоторого критического волнового числа Рейнольдса. А это условие, в свою очередь, приводит к ограниченному набору способных возбуждаться собственных мод. Однако во множестве практических случаев частота периодического возмущения вращающейся жидкости далеко не всегда близка к одной из частот способных возбуждаться мод. В связи с этим весьма полезно знать, насколько критичен исследуемый эффект вихреобразования к частоте внешнего периодического возмущения.

В [1] уже сообщалось, что время формирования концентрированных осциллирующих вихрей сильно зависит от частоты возбуждения и при равенстве последней одной из собственных частот имеет локальный ми-

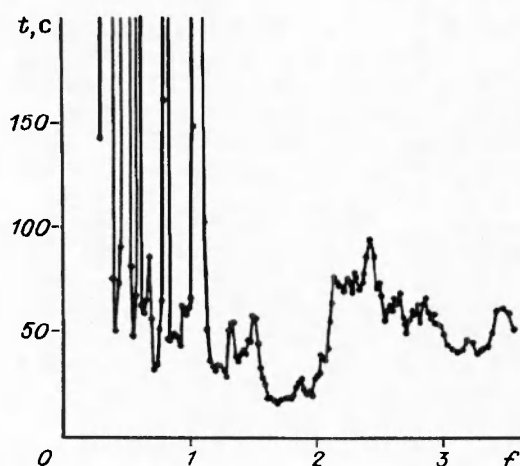


Рис. 5

периоде его вращения, равном $3,00 \pm 0,01$ с. Наиболее объемная из них по числу измерений и охваченному диапазону частоты возбуждения проводилась при амплитуде возмущения $h/R = 0,08$ и наиболее часто встречающейся на практике геометрии, т.е. при $M = 1$. Результаты этой серии опытов показаны точками на рис. 5, по горизонтальной оси откладывается относительная частота возмущения f , а по вертикальной — время возникновения вихрей. Для придания наглядности на графике сделана линейная интерполяция результатов.

Экспериментальные данные рис. 5 получены осреднением от трех до десяти измерений, сделанных в разных опытах с одинаковыми условиями. Для успокоения жидкости и приведения ее в исходное состояние между опытами делалась пауза, во время которой возмущение убиралось. Минимальная длительность паузы составляла 10 мин, что при заданных условиях в большинстве случаев достаточно для хорошей повторяемости результатов измерений независимо от конкретного интервала времени между опытами. До $f = 3$ измерения производились с интервалом по частоте f в 0,02, а при $f > 3$ — в 0,04, при этом погрешность в установке f была, по крайней мере, на порядок меньше интервала измерений. Точки, в которых образование концентрированных вихрей не было обнаружено или происходило через длительное время, остались «за кадром». Об их присутствии свидетельствуют на рис. 5 уходящие вверх интерполяционные прямые. В случае непоявления вихрей за время, равное минимальному интервалу между опытами (10 мин), дальнейшее проведение опыта прерывалось.

По результатам рис. 5 можно судить о наличии как минимум шести интервалов по частоте, в которых образование вихрей не обнаружено. Все они лежат в области низких относительных частот. Примерное местоположение интервалов следующее: $[0; 0,28]$, $[0,32; 0,38]$, $[0,48; 0,52]$, $[1,04; 1,06]$, окрестности точек 0,6 и 0,82. Однако нельзя дать гарантий, что внутри указанных промежутков ни при каких f образование вихрей не происходит, так как не исключено, что там могут быть очень узкие резонансные «провалы». Показательна в этом смысле точка с $f = 0,3$ (крайняя левая на графике), рядом с которой ни справа, ни слева образование вихрей не обнаружено. Для того чтобы надежно определить количество и границы «пустых» промежутков, необходимы тщательное исследование инерционного спектра с применением найденного в [1] критерия по модовому числу Рейнольдса и экспериментальная проверка сомнительных точек. Такая операция автором не проводилась, поскольку она достаточно трудоемка и мало способствует достижению цели исследования.

нимум. В настоящей работе проведено более детальное изучение этой зависимости и показано, что для формирования вихрей условие равенства частоты возбуждения одной из собственных частот невозмущенного течения совершенно не обязательно, а собственно эффект образования осциллирующих вихрей имеет довольно широкий диапазон по частоте возмущения.

Для того чтобы получить представление о типичном характере зависимости времени формирования вихрей от частоты возмущения, было сделано несколько различных серий экспериментов в сосуде высотой $H = 18,4$ см при неизменном пе-

Анализируя график рис. 5, нетрудно заметить также, что при больших f «пустых» промежутков нет, несмотря на то что при $f > 1$ моды с $m > 1$ в спектре отсутствуют. Для того чтобы объяснить такое различие, необходимо вспомнить о вязком подавлении волн. Влияние вязкости на возбуждение инерционной волны характеризуется введенным в [1] волновым числом Рейнольдса $Re = f\Omega bMh\lambda / (2\nu R)$. Эффективное возбуждение инерционной волны возможно лишь в том случае, если число Рейнольдса для этой волны превышает некоторое критическое значение. Поскольку масштаб волны входит сомножителем в число Рейнольдса, то при фиксированной частоте возмущения f среди мод с близкими к ней частотами будет способно возбуждаться лишь ограниченное число более крупномасштабных и удобных по геометрии.

При низких f пороговый масштаб для волн велик, способных возбуждаться мод мало, и они нередко значительно разнесены по частоте. Здесь-то и может возникнуть ситуация, когда для заданной частоты возмущения поблизости не находится способной возбуждаться моды. В этом случае возникновение вихрей уже не происходит, а возмущение вследствие подавления инерционных волн вязкостью не имеет возможности оказывать дестабилизирующее влияние на течение. Отсюда становится понятным происхождение «пустых» промежутков на графике рис. 5. В той части диапазона, где такие промежутки имеются, зависимость времени формирования вихрей от частоты возбуждения имеет характер набора ярко выраженных резонансных «провалов», которые могут создаваться как одной, так и набором мод.

Наблюдая картину течения с вихрями, нередко можно установить, какая или какие моды играли доминирующую роль в ее формировании. При этом число n определяется по количеству наблюдаемых у вихря элементарных секций по вертикали, а m находится как число колебаний, совершаемых вихрем за один оборот его относительно генератора возмущений. А принимая во внимание количество и расположение вихрей и измерив частоту их колебаний, можно восстановить и волновое число j , если оно невелико. Так, провал при $f = 0,40 \div 0,46$ образован модой (3, 1, 1), при $f = 0,54 \div 0,58$ — модой (3, 1, 2), при $f = 0,62 \div 0,80$ — модами (1, 4, 1) и (2, 1, 1), а провал при $f = 0,84 \div 1,02$ формируется, по крайней мере, тремя модами: (1, 3, 1), (2, 1, 2) и (2, 1, 3). Вполне естественно, что при $M = 1$ возбуждаются не только моды с $m = 1$, но и гармоники с большим m . При более высоких частотах возмущения резонансные провалы соединяются, уже не оставляя свободных промежутков, что можно видеть на рис. 5.

Таким образом, в том диапазоне f , где имеются собственные частоты, характер зависимости времени формирования вихрей от частоты возбуждения понятен. Безразмерная частота колебаний жидкости в моде с собственной частотой f_{mjn} и $m \neq 0$ равна mf_{mjn} . При нормальном возбуждении моды с помощью M бугров число m должно быть кратно M , а $f_{mjn} \approx f$, следовательно, частота колебаний примерно кратна Mf .

Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что осциллирующие вихри образуются и при $f > 2$, где собственных частот уже нет. Оказывается, в этом случае соотношение $f_{mjn} \approx f$ не выполняется и механизма образования вихрей несколько другой. Вихри формируются уже не за счет возбуждения моды с частотой колебаний жидкости, близкой к Mf или кратной ей, а за счет генерации субгармоники. В основном именно этот механизм ответствен за возникновение вихрей во всем исследованном за критическом диапазоне частоты возбуждения. Во всех случаях вплоть до $f = 3,56$ (граница исследованного диапазона) возбуждалась мода с половиной по отношению к Mf частотой колебаний, тогда как геометрия волны зависела от f . Вместо приблизительного равенства f и f_{mjn} выполнялось соотношение $mf_{mjn} \approx 0,5Mf$. При разных f в экспериментах наблюдались субгармоники, по меньшей мере, с тремя различными значениями n , равными 1, 2 и 3.

Генерация субгармоники в эксперименте может происходить и при $f < 2$, хотя за критичность, возможно, и играет какую-то роль. Так, при

проведении опытов в том же сосуде с $H = 18,4$ см при периоде его вращения $T = 6$ с, числе бугров $M = 3$, амплитуде возмущения $h/R = 0,12$ и его относительной частоте $f = 1$ тоже наблюдалось возбуждение субгармоники. Заметим, что $f = 1$ является закритической частотой для мод с $m > 1$, а для мод с $m = 1$ возмущения с $M = 3$ неудобны по геометрии. Тем не менее результирующая картина течения представляла собой типичную стоячую инерционную волну с концентрированными вихрями. Причем вихри были трехсекционными (что соответствует $n = 3$) и совершали колебания синхронно каждому второму встреченному на пути бугру.

Генерация субгармоники с половинной частотой колебаний, таким образом, была очевидна, а принимая во внимание значения f и n , можно было с большой вероятностью определить и результирующую моду. Ею оказалась мода (1, 3, 3). Последний пример наглядно демонстрирует, насколько своеобразен может быть в каждом конкретном случае механизм формирования во вращающейся жидкости концентрированных осциллирующих вихрей.

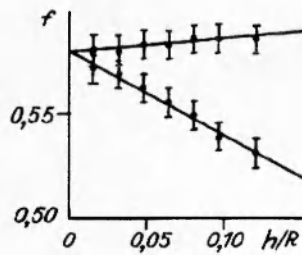
Теперь, когда характер зависимости времени возникновения вихрей от частоты возмущения в общих чертах ясен, обсудим наблюдаемые в опытах тенденции эволюции течения. Тот факт, что при больших f в спектральной характеристике эффекта вихреобразования (см. рис. 5) нет «пустых» промежутков, казалось бы, свидетельствует о том, что способные возбуждаться моды лежат плотно по частоте, и при любой частоте возбуждения f всегда находится, по меньшей мере, одна подходящая по геометрии и частоте мода, при возбуждении которой и происходит образование концентрированных осциллирующих вихрей. Но тогда результирующая картина течения с вихрями должна нести в себе признаки этой моды.

На практике, однако, это случается отнюдь не всегда. В опытах нередко встречались случаи, когда наблюдаемая картина течения соответствовала моде, весьма удаленной по частоте. Судить об этом можно было по несоответствию количества секций в вихрях и частоты их колебаний ожидаемым значениям.

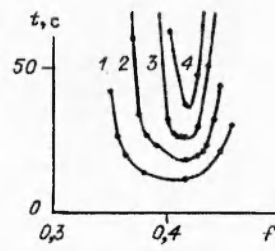
Обнаружено было также и зависящее от амплитуды возмущения отклонение резонансной частоты, что может быть проиллюстрировано на примере результатов, приведенных на рис. 6, где показано местоположение границ резонансной зоны по частоте f в зависимости от амплитуды возмущения h/R для моды (3, 1, 1) в сосуде с высотой $H = 8,6$ см при периоде его вращения $T = 2,99$ с. Расчетная собственная частота для этой моды равна 0,579. В данном случае, как и в [1], резонансная зона определялась как интервал частот возбуждения f вблизи собственной частоты, внутри которого время возникновения вихрей различается не более чем на один период колебаний вихря. Для наглядности на рис. 6 приведены также аппроксимирующие прямые, построенные для каждой границы методом наименьших квадратов.

Результаты на графике указывают на то, что при увеличении h/R происходит не только линейный рост ширины резонансной зоны, о чем уже говорилось в [1], но и линейное же понижение f для средней точки резонансного интервала, что свидетельствует об уменьшении эффективной собственной частоты резонансной моды. Такой эффект проявляется в сосудах малой высоты. В более высоких сосудах (например, с $H = 18,4$ см) он не наблюдался. Однако если не ограничиваться областью в экспериментальном смысле точного резонанса, а рассмотреть в целом резонансный провал для моды, полученный при разных h/R , то нечто подобное можно найти и в этом случае.

Иллюстрацией вышесказанному может служить рис. 7, на котором приведены резонансные кривые для времени формирования осциллирующих вихрей, полученные при различных амплитудах возмущения для моды (3, 1, 1) в сосуде высотой $H = 18,4$ см при периоде его вращения $T = 3$ с. Расчетная собственная частота для этой моды 0,412. Экспериментальные результаты показаны точками, а кривые 1—4 построены по ним с помощью интерполяции кубическими сплайнами и соответствуют амплитудам воз-



Р и с. 6



Р и с. 7

буждения h/R , равным 0,12; 0,08; 0,048; 0,032. Можно заметить, что при увеличении амплитуды возмущения расширение резонансного провала происходит несимметрично: левая «стенка» смещается больше, чем правая. А это опять-таки наводит на мысль об уменьшении эффективной собственной частоты резонансной моды.

Эксперименты позволяют не только надежно установить указанный выше факт, но и найти ему разумное объяснение. В части опытов проводилось наблюдение установившихся режимов течения, и было обнаружено, например, что возбуждение моды (3, 1, 3) может давать установившееся течение с двух- и односекционными вихрями. А это говорит о том, что вихри находятся в волне с n , равным уже не трем, как вначале, а двум или единице. Для конкретности здесь необходимо привести условия опытов: высота сосуда $H = 18,4$ см (радиус $R = 25$ см), $M = 3$, $h/R = 0,12$, $f = 0,632$. Различные режимы установившегося течения по начальным условиям опытов отличались лишь периодом вращения сосуда, который для двухсекционного случая равнялся 6 с, а для односекционного — 4 с. Замечено также, что в установившемся режиме течения жидкость в целом вращается медленнее, чем сосуд. Степень замедления можно было оценить, измеряя период вращения расположенных вне вихрей взвешенных частиц. В первом случае он оказался равным ~ 7 с, а во втором — ~ 6 с. Именно это замедление и является, очевидно, причиной понижения частоты собственных колебаний.

Действительно, в опытах задавались и поддерживались частота вращения генератора ω и соответственно лишь начальное значение $f = 1 - \omega/\Omega$, которое и было бы истинным в случае сохранения частоты вращения жидкости Ω . Но поскольку Ω со временем уменьшается, то в обсуждавшихся выше опытах это привело как к снижению наблюдаемой собственной частоты колебаний (которая вычислялась в расчете на постоянную частоту вращения жидкости), так и к снижению эффективной частоты возбуждения f , которая в расчете на постоянную Ω поддерживалась равной 0,632, что выше, чем собственная частота моды (3, 1, 3), равная 0,618. Вычисление же f по найденным в опытах периодам вращения жидкости дает в первом случае значение 0,571, что почти совпадает с частотой моды (3, 1, 2), равной 0,569, а во втором случае 0,448, что соответствует правому скату резонансного провала моды (3, 1, 1) с собственной частотой 0,412. Таким образом, происхождение двух- и односекционных вихрей тоже становится понятным.

Ясно также и то, что общее торможение вращения в лабораторных условиях должно когда-то закончиться. Фактором, препятствующим дальнейшему торможению, является вязкое трение в пограничных слоях, которое характеризуется уже не волновым, а масштабным числом Рейнольдса $Re_s = \Omega R H / \nu$. Чем выше Re_s , тем более сильное относительное торможение может быть достигнуто и тем более глубокая и разнообразная структурная эволюция течения возможна. Это и показали только что описанные опыты.

Каков же механизм столь значительного торможения? Очевидно, что он не может быть тривиально вязким, поскольку возмущение взаимодействует с жидкостью через эластичную мембрану, которая вращается вместе с сосудом. Кроме того, как показано выше, в опытах вязкость работает как раз

в другую сторону. Надо заметить также, что замедление вращения наблюдается даже тогда, когда вихри слабы и малочисленны. Скорее всего, торможение вызвано в основном силой вязкого сопротивления движению тела (бугра), которая при имеющихся в экспериментах относительных скоростях его перемещения может быть весьма значительной [6].

Очевидно, что торможение жидкости может приводить к понижению эффективной частоты возбуждения $f = 1 - \omega/\Omega$ только при положительных значениях ω . При отрицательных ω эффективная частота f будет иметь тенденцию «дрейфа» в сторону более высоких (или даже закритических) значений. И в зависимости от текущего положения f в процессе эволюции течения будет происходить возбуждение либо субгармоник, либо обычных колебаний с текущим значением f выше начального. Очень интересно и заранее не ясно, в какую сторону будет идти эволюция течения в наиболее актуальном для практики случае с $\omega = 0$. Дать ответ на этот вопрос во многих ситуациях будет весьма непросто.

Таким образом, экспериментально найдено уже, по крайней мере, два разных варианта формирования осциллирующих вихрей. Наличие же силы вязкого сопротивления приводит к тому, что при достаточно больших числах Рейнольдса, одновременно волновом и масштабном, в основном течении в процессе его эволюции рано или поздно создаются условия для возникновения осциллирующих вихрей тем или иным способом. Это обстоятельство во многом и объясняет факт отсутствия пустых промежутков в частотной характеристике времени формирования вихрей при больших значениях f .

Подводя итог, можно констатировать, что на настоящий момент найден пока только один фактор, препятствующий образованию концентрированных вихрей при длительном периодическом возмущении вращающейся жидкости, — это вязкость. И при больших числах Рейнольдса в исследованном диапазоне частот возбуждения появление осциллирующих вихрей — вопрос времени. Следовательно, для многих вращательных течений реально имеет смысл говорить о появлении или отсутствии концентрированных вихрей только в рамках определенного отрезка времени с момента начала возмущения.

Наконец, полученные в работе результаты имеют традиционное приложение к атмосферным вихрям. За исключением может быть самых мелко-масштабных и малоинтересных, все атмосферные вихри характеризуются большими значениями масштабного, а с учетом имеющихся возмущений и волнового числа Рейнольдса. Поэтому при достаточном времени их жизни существование внутри них тонкой вихревой структуры является, скорее, правилом, чем исключением. И наблюдаемый в природе каскадный механизм образования вихрей различных масштабов с позиций полученных здесь результатов выглядит вполне естественно.

Автор благодарит Международный научный фонд за оказанную поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаренко В.Г. О некоторых характерных особенностях инерционных резонансов во вращающейся жидкости // ПМТФ. — 1993. — № 2.
2. Макаренко В.Г., Тарасов В.Ф. Экспериментальная модель смерча // ПМТФ. — 1987. — № 5.
3. Тарасов В.Ф., Макаренко В.Г. Экспериментальная модель смерча // ДАН СССР. — 1989. — Т. 305, № 2.
4. Макаренко В.Г., Тарасов В.Ф. О структуре течения вращающейся жидкости после движения в ней тела // ПМТФ. — 1988. — № 6.
5. Гринспен Х.П. Теория вращающихся жидкостей. — Л.: Гидрометеоздат, 1975.
6. Mason P.J. Forces on bodies moving transversely through a rotating fluid // J. Fluid Mech. — 1975. — V. 71, pt 3. — P. 577—599.

г. Новосибирск

Поступила 3/III 1994 г.