

УДК 532.5.032

## ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ НА РАССЛОЕНИЕ СДВИГОВОГО ПОТОКА ЖИДКОСТИ С НЕМОНОТОННОЙ КРИВОЙ ТЕЧЕНИЯ

Ю. Л. Кузнецова, О. И. Скульский

Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013 Пермь, Россия  
E-mails: julyas@icmm.ru, skul@icmm.ru

Проведено моделирование течения Куэтта жидкости, описываемой модифицированной моделью Виноградова — Покровского с немонотонной кривой течения. Показано, что аналитическое решение стационарной задачи имеет бесконечное множество решений. Проведено численное моделирование данной задачи в нестационарной постановке в предположении, что компоненты структурного тензора принимают значения, соответствующие текущему изменению поля скорости. Установлено, что время, за которое скорость движения пластины достигает заданного значения, оказывает существенное влияние на профиль скорости и зависимость касательных напряжений от аппаратной скорости сдвига. Показано, что при уменьшении этого времени поток расслаивается не только при значениях скорости сдвига, соответствующих нисходящей ветви кривой течения, но и во всей области ее неоднозначности.

**Ключевые слова:** расслоение сдвигового течения, модифицированная модель Виноградова — Покровского, немонотонность кривой течения, множественность решений, время установления.

DOI: 10.15372/PMTF20190104

**Введение.** Термин “полосы сдвига” широко применяется в механике деформируемых твердых тел для обозначения областей большой деформации сдвига, которые наблюдаются в металлах и сплавах в виде полос при прокатке. В механике жидкости этот термин появился относительно недавно для обозначения течения первоначально структурно-однородной жидкости, в котором реализуется два или более слоев (полос сдвига) с различной степенью упорядоченности структуры [1].

В течение длительного времени данное явление экспериментально наблюдалось только в червеобразных мицеллярных растворах [2] и связывалось с разрушением структуры мицелл при увеличении скорости сдвига. В случае полимерных жидкостей полагалось, что формирование полос сдвига невозможно, несмотря на то что оно предсказывалось теоретически с помощью ряда реологических моделей растворов и расплавов полимеров с немонотонными кривыми течения [3, 4].

В экспериментальных работах [5, 6] исследована возможность установившегося разделения сдвигового потока полимерной жидкости на два слоя. Эти работы обусловили проведение экспериментальных и теоретических исследований рассматриваемого явления. В частности, показано, что возникновение данного эффекта существенно зависит от режи-

ма нагружения [7]. В большей части исследований наблюдается расслоение течения при “мгновенном” выходе на заданную аппаратную скорость сдвига  $\dot{\gamma}_{ap} = V_w/h$  ( $V_w$  — скорость движения стенки реометра;  $h$  — высота зазора (расстояние) между пластинами) из состояния покоя (режим start-up) и исчезновение расслоения при постепенном нарастании скорости сдвига на стенке до заданного значения (режим ramp-up), а также при нагружении из состояния со сформировавшимся однородным сдвигом (режим quench-down).

Наряду с исследованиями, подтверждающими факт существования установившегося расслоившегося сдвигового течения полимерной жидкости, имеются работы, отрицающие наличие данного явления. Так, в работе [8] исследовалось течение раствора полибутадиена с большим числом переплетений макромолекул в режиме start-up в условиях, максимально приближенных к условиям, используемым в работе [6]. При этом либо наблюдались проскальзывание и линейный профиль скорости, либо линейный профиль скорости приводил к неустойчивости и разрушению граничного слоя.

Помимо экспериментальных исследований данного явления большое значение имеют математическое моделирование, разработка и исследование реологических моделей состояния, использующих различные механизмы взаимодействия и эволюции полимерных структур.

С теоретической точки зрения расслоение сдвигового течения означает возможность существования при одном значении напряжения сдвига двух или более устойчивых структурных состояний жидкости при различных значениях скорости сдвига. Один из способов описания данного явления предполагает использование моделей с немонотонными кривыми течения, таких как модели Дои — Эдвардса, Джонсона — Сигельмана, Гизекуса, Реммелгаса — Харисона — Лиля, модифицированной модели Виноградова — Покровского и др.

Проведенные ранее исследования показывают, что немонотонные определяющие соотношения допускают бесконечное количество стационарных решений для вискозиметрических сдвиговых течений [9]. Такое множество решений характеризуется произвольным количеством возможных слоев и различными линейными комбинациями допустимых скоростей сдвига. Выбор одного или нескольких решений определяется их устойчивостью. Так, линейный анализ устойчивости стационарных решений и численное исследование задач об установлении стационарных решений для сдвиговых течений жидкостей, описываемых моделями с немонотонными кривыми течения, показали неустойчивость скоростей сдвига, соответствующих отрицательному наклону кривой течения [10]. Кроме того, не решен вопрос о количестве слоев, образующихся в результате сдвигового течения. Так, в работах [9, 11] отмечается формирование течения с двумя, тремя и более слоями.

Целью настоящей работы является исследование влияния времени установления заданной скорости движения пластины в прямолинейном сдвиговом течении на профиль скорости жидкости. В качестве реологической модели использовалась мезоструктурная модель Виноградова — Покровского [12] с дополнительно введенной ньютоновской вязкостью  $\eta_s$ , характеризующей сопротивление жидкости в предельно ориентированном состоянии:

$$\nabla \cdot a + \frac{3\beta}{\tau_0} a \cdot a + \frac{1 + I_1(a)(\varkappa - \beta)}{\tau_0} a = \frac{2}{3} D; \quad (1)$$

$$\sigma = -pE + 2\eta_s D + 3 \frac{\eta_{po}}{\tau_0} a. \quad (2)$$

Здесь  $\nabla$  — верхняя конвективная производная структурного тензора;  $a$  — структурный тензор, отражающий меняющееся в процессе течения среднестатистическое состояние мезоструктуры;  $\varkappa$ ,  $\beta$  — скалярные коэффициенты, определяющие вклад растяжения и ориентации мезоструктуры в напряженное состояние системы;  $\tau_0$  — время релаксации;  $\eta_{po}$  —

вязкость полимера. Эта модель достаточно точно описывает основные экспериментальные данные. В работах [13–17] для модели Виноградова — Покровского получены аналитические соотношения между основными реологическими характеристиками полимерных жидкостей и определены критические значения параметров модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим нестационарное прямолинейное сдвиговое течение (течение Куэтта) между двумя пластинами с расстоянием между ними  $h$ , возникающее при движении одной из них со скоростью  $V_w$ , в случае несжимаемой жидкости, описываемой моделью Виноградова — Покровского (1), (2).

В рассматриваемом случае в зазоре между пластинами реализуется одномерное течение  $v_x(y)$ , поэтому уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно, а уравнение движения и эволюционные уравнения для компонент структурного тензора  $a$  имеют вид

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \eta_s \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{3\eta_{po}}{\tau_0} \frac{\partial a_{xy}}{\partial y}; \quad (3)$$

$$\tau_0 \frac{\partial a_{xx}}{\partial t} = 2\tau_0 \dot{\gamma} a_{xy} - (1 + (\varkappa - \beta)(a_{xx} + a_{yy}))a_{xx} - 3\beta(a_{xx}^2 + a_{yy}^2); \quad (4)$$

$$\tau_0 \frac{\partial a_{xy}}{\partial t} = \tau_0 \dot{\gamma} a_{yy} - (1 + (\varkappa + 2\beta)(a_{xx} + a_{yy}))a_{xy} + \frac{1}{3} \tau_0 \dot{\gamma}; \quad (5)$$

$$\tau_0 \frac{\partial a_{yy}}{\partial t} = -(1 + (\varkappa - \beta)(a_{xx} + a_{yy}))a_{yy} - 3\beta(a_{xy}^2 + a_{yy}^2). \quad (6)$$

На границе принимается условие прилипания  $v_x(0) = 0$ ,  $v_x(h) = V_w$ .

В настоящей работе используется модель Виноградова — Покровского при значениях параметров, обеспечивающих немонотонность кривой течения:  $\varkappa = 0,078$ ,  $\beta = 0,77$ ,  $\tau_0 = 1$  с,  $\eta_s = 100$  Па·с,  $\eta_{po} = 6500$  Па·с. Расчеты проводились при  $h = 0,01$  м.

**2. Множественность стационарных решений.** При поиске стационарных решений задачи (3)–(6) из уравнения движения следует, что напряжение должно оставаться постоянным:

$$\sigma_{xy} = \eta_s \dot{\gamma} + \frac{3\eta_{po}}{\tau_0} a_{xy} = \text{const},$$

а эволюционные уравнения для компонент тензора напряжения после преобразования принимают вид

$$a_{xx} = \frac{a_{yy}(\beta - 2 - a_{yy}(\beta + 2\varkappa))}{\beta + a_{yy}(\beta + 2\varkappa)}, \quad a_{xy} = \frac{\tau_0(a_{yy} + 1/3)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\varkappa))}{\beta(1 + a_{yy}(4\beta + 2\varkappa - 3))} \dot{\gamma},$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{-\frac{3a_{yy}\beta^2(1 + a_{yy}(\beta + 2\varkappa))(1 + a_{yy}(4\beta + 2\varkappa - 3))^2}{\tau_0^2(3a_{yy} + 1)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\varkappa))^3}}.$$

В случае монотонной зависимости  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$  из решения задачи, являющегося однозначным, следует, что скорость сдвига в зазоре между пластинами постоянна, профиль скорости линейный:  $v_x = V_w y$  ( $y \in (0, h)$ ).

В случае немонотонности кривой течения решение может быть неоднозначным, поскольку существуют напряжения, которым соответствуют три значения скорости сдвига ( $\dot{\gamma}_I, \dot{\gamma}_{II}, \dot{\gamma}_{III}$ ). На рис. 1 при рассматриваемых значениях параметров напряжению  $\sigma_{xy}^* = 2904,5$  Па·с соответствуют значения скоростей сдвига  $\dot{\gamma}_I = 0,56$  с<sup>-1</sup>,  $\dot{\gamma}_{II} = 5,0$  с<sup>-1</sup>,  $\dot{\gamma}_{III} = 22,7$  с<sup>-1</sup>. В данном случае профиль скорости может быть как линейным, так и кусочно-линейным:

$$v_x = \dot{\gamma}_{down} y, \quad y \leq y_s, \quad v_x = \dot{\gamma}_{down} y_s + \dot{\gamma}_{up}(y - y_s), \quad y \geq y_s.$$

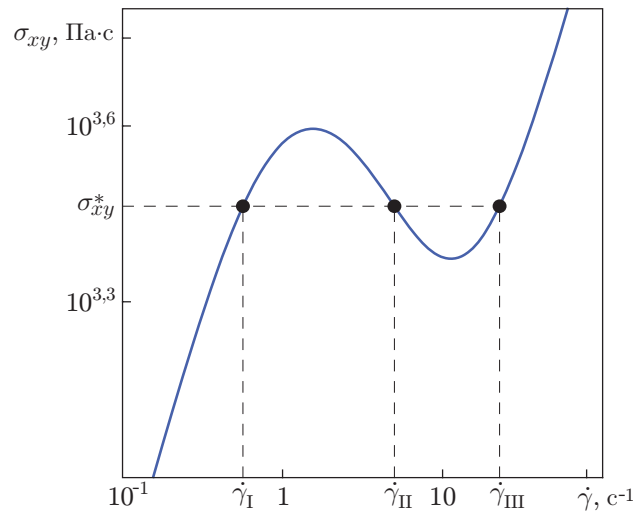


Рис. 1. Кривая течения модели Виноградова — Покровского при  $\varkappa = 0,078$ ,  $\beta = 0,77$ ,  $\tau_0 = 1$  с,  $\eta_s = 100$  Па·с,  $\eta_{po} = 6500$  Па·с

Здесь  $y_s$  — толщина слоя, которая определяется соотношением

$$y_s = \frac{h\dot{\gamma}_{up} - V_w}{\dot{\gamma}_{up} - \dot{\gamma}_{down}}, \quad (7)$$

$\dot{\gamma}_{down}$ ,  $\dot{\gamma}_{up}$  принимают значения различных комбинаций скоростей сдвига ( $\dot{\gamma}_I$  и  $\dot{\gamma}_{II}$ ,  $\dot{\gamma}_I$  и  $\dot{\gamma}_{III}$  и т. д.), соответствующих напряжению  $\sigma_{xy}^*$  и обеспечивающих выполнение условия  $y_s \in [0, h]$ . В настоящей работе полагается, что решение, соответствующее нисходящей ветви на кривой течения, является неустойчивым. Однако даже при этом условии из соотношения (7) следует, что толщину слоев можно определить однозначно только в предположении, что течение является двухслойным, и задавая скорость движения пластины и соответствующее напряжение. В случае моделирования вискозиметрического сдвигового течения с контролируемой скоростью движения пластины значение сдвигового напряжения заранее не известно, поэтому в соответствии с (7) можно подобрать бесконечное множество пар скоростей сдвига  $\{\dot{\gamma}_{down}, \dot{\gamma}_{up}\}$ , таких что  $\dot{\gamma}_{down} < \dot{\gamma}_{ap} = V_w/h < \dot{\gamma}_{up}$ , для которых  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{down}) = \sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{up})$  и  $y_s \in (0, h)$ . Таким образом, задавая аппаратную скорость сдвига, можно построить бесконечное множество профилей скорости, которые будут реализовываться при различных значениях напряжения сдвига.

Кусочно-линейному профилю скорости соответствует кусочно-постоянное распределение полей скорости сдвига, вязкости и компонент структурного тензора. На рис. 2 приведены значения основных реологических характеристик, а также среднестатистические ориентация и размер элементов мезоструктуры в двух слоях, формируемых при сдвиговом течении при  $V_w = 0,1$  м/с,  $\sigma_{xy}^* = 3458$  Па. Видно, что вблизи движущейся пластины слой жидкости имеет более упорядоченную мезоструктуру, вследствие чего его вязкость уменьшается, скорость сдвига увеличивается.

С увеличением количества слоев неограниченно возрастает число возможных вариантов профилей скорости, реализуемых в результате изменения толщины слоев и увеличения числа различных комбинаций скоростей сдвига в слоях.

Представленные результаты показывают, что рассматриваемая задача моделирования прямолинейного сдвигового течения типа течения Куэтта для жидкости, описываемой моделью Виноградова — Покровского с немонотонной кривой течения, имеет бесконечное количество стационарных решений для профиля скорости.

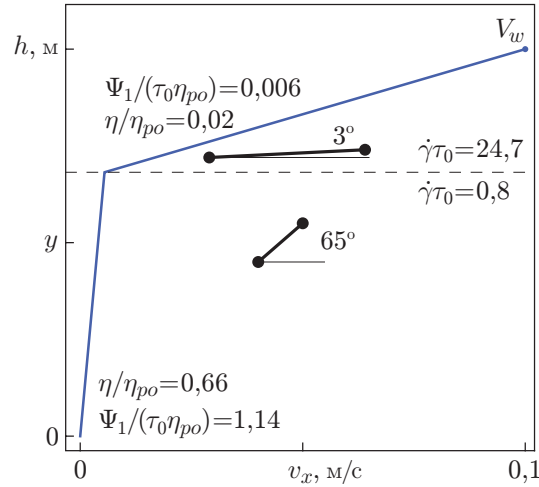


Рис. 2. Профиль скорости и значения реологических характеристик при  $V_w = 0,1$  м/с,  $\sigma_{xy} = 3458$  Па:  
штриховая линия — граница слоев

**3. Решение нестационарной задачи.** Рассмотрим задачу (3)–(6) в нестационарной постановке в предположении, что при изменении во времени поля скорости компоненты структурного тензора принимают значения, соответствующие текущему градиенту скорости. В этом случае стационарное решение для  $a_{xy}$ , полученное из системы уравнений (4)–(6) при заданной постоянной по сечению канала скорости сдвига  $\dot{\gamma} = \partial v_x / \partial y$ , имеет вид

$$a_{xy} = \frac{\tau_0(a_{yy} + 1/3)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\chi))}{\beta(1 + a_{yy}(4\beta + 2\chi - 3))} \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

и используется для определения сдвиговой компоненты тензора напряжения  $\sigma_{xy}$ . В предположении, что при фиксированных значениях  $x$  значения  $a_{yy}$  являются постоянными, данное решение в явном виде подставляется в уравнение движения (3):

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \eta_s \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{3\eta_{po}}{\tau_0} \frac{\partial a_{xy}}{\partial y} = (\eta_s + 3\eta^*) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}. \quad (8)$$

Здесь

$$\eta^* = \frac{\eta_{po}(a_{yy} + 1/3)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\chi))}{\beta(1 + a_{yy}(4\beta + 2\chi - 3))}. \quad (9)$$

Соотношение (8), используемое для определения поля скорости, решается с помощью метода конечных элементов с линейной аппроксимацией компоненты поля скорости на элементе  $v_x(t, y) = v_x^m(t)\varphi_m(y)$  ( $\varphi_m = a_m + b_my$ ) с граничными условиями  $v_x(t, 0) = 0$  и  $v_x(t, h) = V_w(t)$  и начальными условиями  $a(0, y) = 0$ ,  $\mathbf{v}(0, y) = 0$ .

Значение компоненты структурного тензора  $a_{yy}$  вычисляется из нелинейного соотношения, полученного при нахождении стационарных решений системы (4)–(6):

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \sqrt{-\frac{3a_{yy}\beta^2(1 + a_{yy}(\beta + 2\chi))(1 + a_{yy}(4\beta + 2\chi - 3))^2}{\tau_0^2(3a_{yy} + 1)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\chi))^3}}.$$

Найденное значение  $a_{yy}$  используется для определения нового значения добавочной вязкости  $\eta^*$  (9) и нового поля скорости (8).

Данный итерационный процесс повторяется до установления постоянного значения сдвигового напряжения  $\sigma_{xy} = \text{const}$ , что соответствует стационарному решению системы (3)–(6). Сходимость данного метода проверялась на сгущающихся пространственных и временных сетках.

Ниже приведены результаты численных расчетов для двух режимов нагружения: start-up — мгновенный выход скорости движения стенки на заданное значение  $V_w$ ; ramp-up — постепенный выход на заданное значение скорости по экспоненциальному закону  $V_w(t)|_{t < t_{V_w}} = V_w(1 - e^{-5t/t_{V_w}})$  ( $t_{V_w}$  — время выхода на заданное значение скорости на стенке).

На рис. 3, а, б показана эволюция профилей скорости и значений сдвигового напряжения по высоте канала для режима start-up. Наблюдаемое на рис. 3, б при  $t = 10^{-7}$  с S-образное распределение напряжения сдвига в зазоре между пластинами обусловлено немонотонностью кривой течения. В расчетах получено стационарное расслоенное течение со скоростями сдвига в слоях, отличающимися от значений  $\{\dot{\gamma}_I, \dot{\gamma}_{III}\}$ , и напряжением  $\sigma_{xy} = 3808$  Па, превышающим напряжение  $\sigma_{xy}^*$ , соответствующее заданной аппаратной скорости сдвига (рис. 3, в).

При задании других значений аппаратных скоростей сдвига из области неоднозначности кривой течения в режиме start-up получаем аналогичные результаты. Так, при значениях скорости  $\dot{\gamma}_{ap} = \dot{\gamma}_I = 0,56 \text{ с}^{-1}$  и  $\dot{\gamma}_{ap} = \dot{\gamma}_{III} = 22,7 \text{ с}^{-1}$ , которым на кривой течения также соответствует напряжение  $\sigma_{xy}^* = 2904$  Па, происходит разделение потока на два слоя с различной степенью упорядоченности структуры. При этом в первом случае стационарное состояние реализуется при значении напряжения  $\sigma_{xy} = 2365$  Па, значительно меньшем  $\sigma_{xy}^*$ , во втором случае — при значении  $\sigma_{xy} = 3935$  Па, существенно превышающем  $\sigma_{xy}^*$ . С увеличением аппаратной скорости сдвига толщина нижнего слоя постепенно уменьшается.

В случае выхода на заданное значение скорости движения пластины по экспоненциальному закону  $V_w(t)|_{t < t_{V_w}} = V_w(1 - e^{-5t/t_{V_w}})$  результаты численного эксперимента существенно зависят от времени  $t_{V_w}$ . На рис. 4 приведены сформировавшиеся в результате установления из состояния покоя профили скорости и кривые течения с указанными на них значениями скоростей сдвига в слоях и соответствующего им напряжения для двух значений времени выхода скорости движения верхней пластины на заданное значение  $V_w = 0,0057 \text{ м/с}$  ( $\dot{\gamma}_{ap} = \dot{\gamma}_I$ ).

На рис. 4 видно, что при  $t_{V_w} = 10^{-7}$  с результаты аналогичны результатам в случае мгновенного выхода на заданную скорость. При  $t_{V_w} > t_{V_w}^* = 10^{-4,8}$  с формируется линейный профиль скорости с напряжением, соответствующим аппаратной скорости сдвига. При этом время  $t_{V_w}^*$ , разделяющее два качественно различных вида решений, зависит от заданной скорости движения пластины  $V_w$  и параметров модели: возрастает в случае, если значения заданной аппаратной скорости сдвига близки к значению  $\dot{\gamma}_{\text{max}}$ , соответствующему локальному максимуму на кривой течения, а также в случае увеличения времени релаксации  $\tau_0$ .

Зависимость профиля скорости от  $t_{V_w}$  наблюдается только при значениях аппаратной скорости сдвига  $\dot{\gamma}_{ap} \in [0, \dot{\gamma}_{\text{max}}]$ , при остальных значениях  $\dot{\gamma}_{ap}$ , лежащих в области неоднозначности скорости сдвига, модель Виноградова — Покровского предсказывает разделение потока жидкости на два слоя.

Таким образом, для сдвигового прямолинейного течения Куэтта жидкости, описываемой моделью Виноградова — Покровского, в зависимости от времени  $t_{V_w}$  установления заданной аппаратной скорости сдвига и значения аппаратной скорости сдвига  $\dot{\gamma}_{ap}$  могут формироваться качественно различные поля скорости.

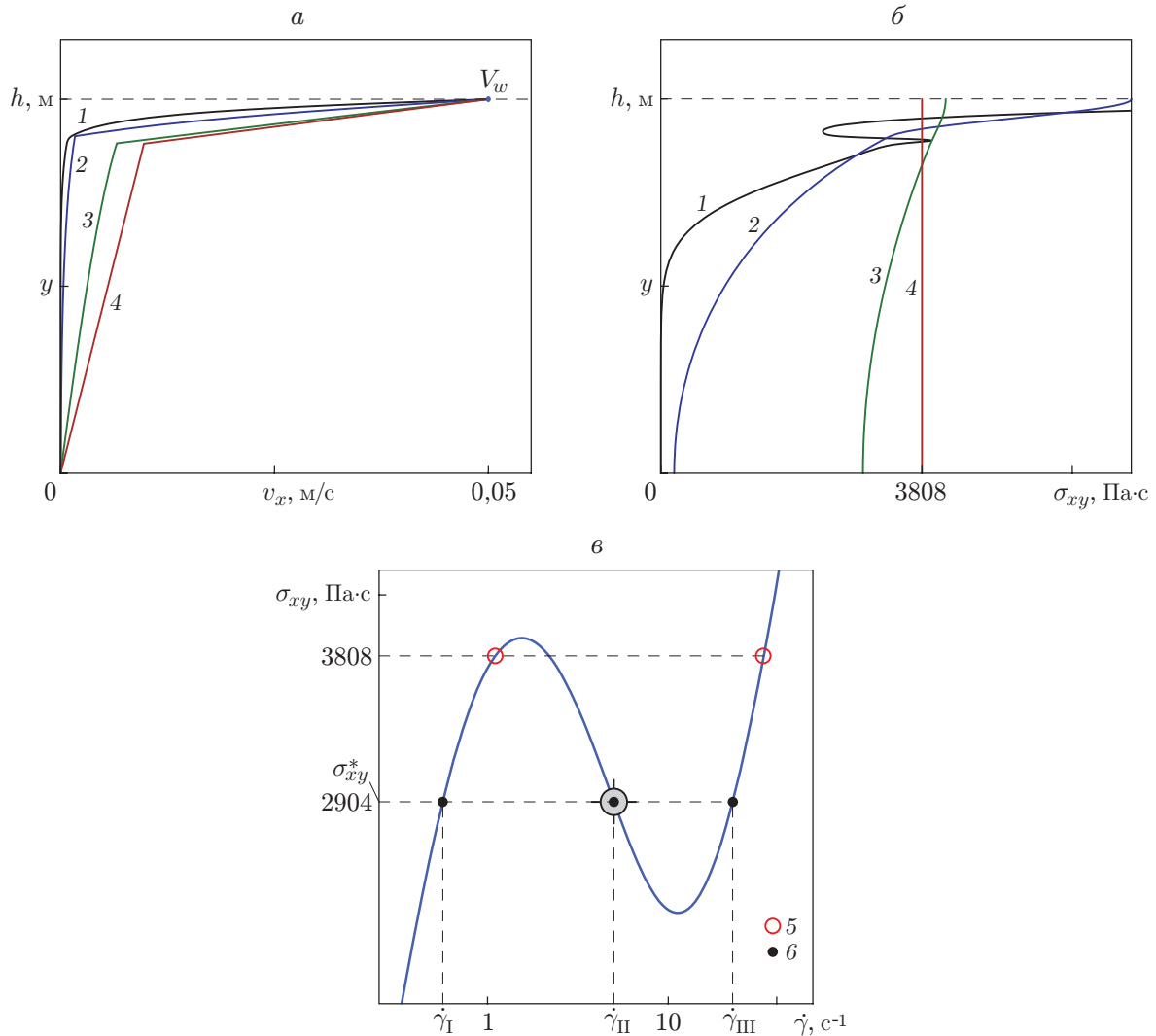


Рис. 3. Профили скорости (а) и касательного напряжения (б) в различные моменты времени, а также кривая течения (в) в случае мгновенного выхода скорости движения верхней пластины на заданное значение  $V_w = 0,05$  м/с: 1 —  $t = 10^{-7}$  с, 2 —  $t = 10^{-6}$  с, 3 —  $t = 10^{-5}$  с, 4 —  $t = 10^{-2}$  с, 5 — скорости сдвига в сформировавшихся слоях и соответствующее им напряжение, 6 — аппаратная скорость сдвига  $\dot{\gamma}_{ap} = \dot{\gamma}_{II} = V_w/h = 5$  с<sup>-1</sup> и соответствующее ей сдвиговое напряжение  $\sigma_{xy}^*$

Данный результат имеет большое значение при проведении реометрических измерений. Технические возможности реометров не позволяют мгновенно установить заданную аппаратную скорость сдвига пластины, поэтому экспериментально реализуемое течение в режиме start-up можно рассматривать как течение с постепенно устанавливающейся скоростью сдвига (режим ramp-up), для которого время установления мало. Как указывалось выше, значение этого времени может оказывать существенное влияние на измеряемые поля скорости и напряжения, что приводит к различным результатам экспериментальных исследований.

На рис. 5 представлены результаты численного моделирования рассматриваемого течения в виде зависимостей  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$  для двух режимов нагружения (start-up и ramp-up) с экспоненциальным законом установления скорости на верхней пластине  $V_w(t) =$

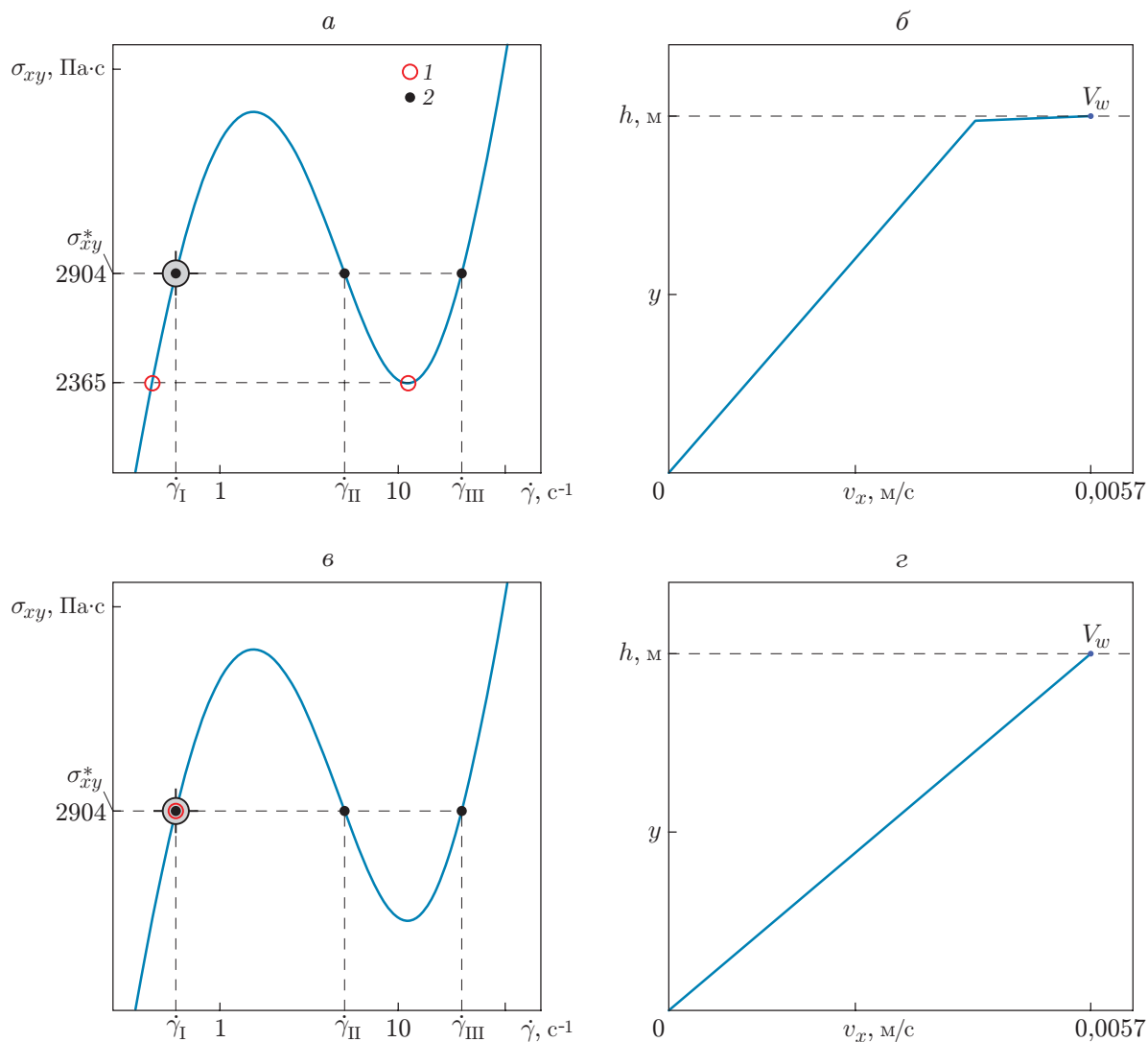


Рис. 4. Кривые течения (а, в) и сформировавшиеся в результате установления из состояния покоя профили скорости (б, г) в случае разгона верхней пластины по экспоненциальному закону  $V_w(t)|_{t < t_{V_w}} = V_w(1 - e^{-5t/t_{V_w}})$  ( $V_w = 0,0057$  м/с): а, б —  $t_{V_w} = 10^{-7}$  с, в, г —  $t_{V_w} = 10^{-4,8}$  с; 1 — скорости сдвига в сформировавшихся слоях, 2 — аппаратная скорость сдвига  $\dot{\gamma}_{ap} = \dot{\gamma}_{II} = V_w/h = 0,57$  с<sup>-1</sup> и соответствующее ей сдвиговое напряжение  $\sigma_{xy}^*$

$V_w(1 - e^{-5t/t_{V_w}})$  за время  $t_{V_w} = 10^{-3}$  с. Видно, что в режиме start-up на экспериментальной кривой течения имеется два прямых горизонтальных участка (плато), в отличие от режима ramp-up, для которого в соответствии с моделью Виноградова — Покровского на кривой течения имеется одно плато, начинающееся при значении аппаратной скорости сдвига, соответствующей локальному максимуму зависимости  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$ .

Реометрические экспериментальные зависимости с одним плато наблюдаются в случаях растворов и расплавов полимеров. Отсутствие данных зависимостей с двумя плато может быть обусловлено техническими возможностями измерительных приборов, не способных разогнать пластину до заданного значения за время, составляющее  $10^{-7}$  с.

Из рис. 5 также следует, что использование для описания реометрического течения с контролируемой скоростью движения пластины модифицированной модели Виноградо-



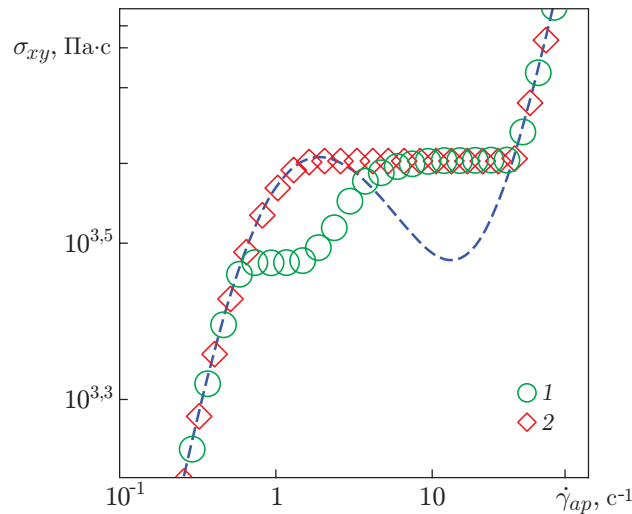


Рис. 5. Зависимость напряжения от скорости сдвига  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$ , полученная численно для режимов start-up (1) и ramp-up (2) в случае установления скорости движения пластины по экспоненциальному закону при  $t_{V_w} = 10^{-3}$  с: штриховая линия — кривая течения  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$ , рассчитанная по модели Виноградова — Покровского

ва — Покровского с немонотонной кривой течения  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$  позволяет прогнозировать формирование монотонной, с наличием плато зависимости  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$ . Это следует учитывать при выборе реологической модели для решения обратной задачи: по имеющимся реометрическим экспериментальным данным  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$  установить зависимость  $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$ .

**Заключение.** При математическом моделировании расслоения в большинстве случаев используются реологические модели с немонотонными кривыми течения. Использование данных моделей для описания реометрических сдвиговых течений приводит к множеству стационарных решений, различающихся числом и размером формирующихся слоев. Анализ линейной устойчивости данных решений позволяет исключить лишь некоторые из них.

В настоящей работе с использованием реологической модифицированной модели Виноградова — Покровского с немонотонной кривой течения исследовано влияние времени, за которое пластина разгоняется до заданного значения скорости, на профиль скорости в прямолинейном сдвиговом течении. Показано, что в области неоднозначности кривой течения в зависимости от времени установления формируется либо линейный, либо кусочно-линейный профиль скорости. При этом кривые течения, построенные для различных значений времени установления, качественно различаются. Кроме того, для рассмотренных параметров модели значение времени установления, при котором расслоение исчезает, соизмеримо с техническими характеристиками разгона пластины в реометрических приборах. Это означает, что при проведении лабораторных исследований в режиме start-up на реометрах с различными техническими характеристиками для реализации данного режима течения можно наблюдать как линейные, так и кусочно-линейные профили скорости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Divoux T., Fardin M. A., Manneville S., Lerouge S. Shear banding of complex fluids // Ann. Rev. Fluid Mech. 2016. V. 48. P. 81–103. DOI: 10.1146/annurev-fluid-122414-034416.
2. Olmsted P. D. Perspectives on shear banding in complex fluids // Rheol. Acta. 2008. V. 47, N 3. P. 283–300. DOI: 10.1007/s00397-008-0260-9.

3. **Doi M.** The theory of polymer dynamics / M. Doi, S. F. Edwards. Oxford: Clarendon Press, 1986.
4. **Mead D. W., Larson R. G., Doi M.** A molecular theory for fast flows of entangled polymers // *Macromolecules*. 1998. V. 31, N 22. P. 7895–7914. DOI: 10.1021/ma980127x.
5. **Tapadia P., Wang S.-Q.** Nonlinear flow behavior of entangled polymer solutions: Yieldlike entanglement-disentanglement transition // *Macromolecules*. 2004. V. 37, N 24. P. 9083–9095. DOI: 10.1021/ma0490855.
6. **Tapadia P., Wang S.-Q.** Direct visualization of continuous simple shear in non-newtonian polymeric fluids // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96, N 1. 016001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.016001.
7. **Boukany P. E., Wang S.-Q.** Shear banding or not in entangled DNA solutions // *Macromolecules*. 2010. V. 43. P. 6950–6952. DOI: 10.1021/ma101267b.
8. **Hu Y.** Steady-state shear banding in entangled polymers? // *J. Rheol.* 2010. V. 54, N 6. P. 1307–1323. DOI: 10.1122/1.3494134.
9. **Georgiou G. C., Vlassopoulos D.** On the stability of the simple shear flow of a Johnson — Segalman fluid // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1998. V. 75. P. 77–97.
10. **Español P., Yuan X. F., Ball R. C.** Shear banding flow in the Johnson — Segalman fluid // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1996. V. 65. P. 93–109.
11. **Cromer M., Fredrickson G. H., Leal L. G.** A steady of shear banding in polymer solutions // *Phys. Fluids*. 2014. V. 26. 063101. DOI: 10.1063/1.4878842.
12. **Макарова М. А., Гусев А. С., Пышнограй Г. В., Рыбаков А. А.** Нелинейная теория вязкоупругости линейных полимеров // *Электрон. физ.-техн. журн.* 2007. Т. 2. С. 1–54.
13. **Головичева И. Э., Зинович С. А., Пышнограй Г. В.** Влияние молекулярной массы на сдвиговую и продольную вязкость линейных полимеров // *ПМТФ*. 2000. Т. 41, № 2. С. 154–160.
14. **Kuznetsova J. L., Skulskiy O. I.** Verification of mesoscopic models of viscoelastic fluids with a non-monotonic flow curve // *Korea — Australia Rheol. J.* 2016. V. 28. P. 33–40. DOI: 10.1007/s13367-016-0003-x.
15. **Кузнецова Ю. Л., Скульский О. И., Пышнограй Г. В.** Течение нелинейной упруго-вязкой жидкости в плоском канале под действием заданного градиента давления // *Вычисл. механика сплош. сред.* 2010. Т. 3, № 2. С. 55–69. DOI: 10.7242/1999-6691/2010.3.2.17.
16. **Кузнецова Ю. Л., Скульский О. И.** Сдвиговое течение нелинейной упруговязкой жидкости // *Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2011. Т. 8, № 4. С. 18–26.
17. **Кузнецова Ю. Л., Скульский О. И.** Расслоение потока жидкости с немонотонной зависимостью напряжения течения от скорости деформации // *Вычисл. механика сплош. сред.* 2018. Т. 11, № 1. С. 68–76. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.1.6.

*Поступила в редакцию 7/VI 2018 г.,  
после доработки — 7/VI 2018 г.  
Принята к публикации 30/VII 2018 г.*