

## ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. — Новосибирск: Наука, 1982.
2. Жигулев В. Н. Проблема определения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный // Модели механики сплошной среды. — Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1983.
3. Mack L. M. On the stability of the boundary layer on transonic swept wing. — N. Y., 1979. — (Paper/AIAA; N 264).
4. Hefner J. H., Bushnell D. M. Application of stability theory to laminar flow control. — N. Y., 1979. — (Paper/AIAA; N 1493).
5. Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symp., Novosibirsk, USSR, 1984. — Berlin: Springer-Verlag, 1984.
6. Войнов Л. П., Жигулев В. Н., Лозино-Лозинский Г. Е. и др. Проблемы создания инженерного метода анализа устойчивости пограничного слоя и расчета числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода. — Новосибирск, 1985. — (Препринт/ИТПМ СО АН СССР; № 31).
7. Жигулев В. Н. О возбуждении и развитии неустойчивости в трехмерных пограничных слоях // ПМТФ. — 1983. — № 4.
8. Тумин А. М. Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое на вибрирующей поверхности стреловидного крыла бесконечного размаха // ПМТФ. — 1983. — № 5.
9. Тумин А. М., Федоров А. В. Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа // ПМТФ. — 1983. — № 4.
10. Федоров А. В. Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое периодическим внешним воздействием, локализованным на обтекаемой поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1984. — № 6.
11. Богданова Е. В., Рыжов О. С. О возмущениях, генерируемых осцилляторами в потоке вязкой жидкости на закритических частотах // ПМТФ. — 1982. — № 4.
12. Терентьев Е. Д. Линейная задача о вибраторе, совершающем гармонические колебания на закритических частотах в дозвуковом пограничном слое // ПММ. — 1984. — № 2.
13. Тумин А. М. Численный анализ пространственного пакета волн Толлмина — Шлихтинга // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1983. — № 13, вып. 3.

Поступила 16/VI 1987 г.

УДК 533.601.155

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА В ОКРЕСТНОСТИ ЛИНИИ ТОРМОЖЕНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

С. В. Пейгин

(Томск)

Рассматривается влияние вращения тела и внешней завихренности потока на течение вязкого газа в окрестности линии торможения затупленных осесимметричных тел с проницаемой поверхностью при малых и умеренных числах Рейнольдса. Изучение ведется в рамках модели параболизированных уравнений Навье — Стокса, позволяющей учесть влияние эффектов молекулярного переноса во всем сжатом слое, включая область перехода через скачок уплотнения. Получено численное решение задачи в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса, параметра вдува и других определяющих параметров. Показано, что наличие ненулевой составляющей в окружном направлении у вектора скорости газа в ударном слое может приводить к качественному изменению характера течения.

Осесимметрично закрученные течения жидкости или газа представляют собой практически важный частный случай пространственных течений, при котором все три составляющие вектора скорости отличны от нуля, но параметры течения в силу симметрии задачи зависят лишь от двух переменных. Ранее исследование данного класса течений проводилось лишь для достаточно больших чисел Рейнольдса в рамках модели либо пограничного слоя [1, 2], либо тонкого вязкого ударного слоя [3—5]. Имеются также работы (см., например, [6—8]), в которых локально-автомодельное приближение уравнений Навье — Стокса применялось для изучения незакрученных течений вязкого газа.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим неоднородный поток разреженного газа, натекающий под нулевым углом атаки на осесимметричное гладкое затупленное тело с проницаемой поверхностью, вращающееся с угловой скоростью  $\Omega_w^*$  вокруг своей оси. Предположим, что в окрестности оси симметрии в декартовой системе координат  $(x^1, x^2, x^3)$  ( $Ox^1$  — ось те-

ла) параметры внешнего набегающего потока удовлетворяют условиям

$$(1.1) \quad \text{rot } V_{\infty}^* = (\Omega_{\infty}^*, 0, 0), \quad \rho_{\infty}^* = \text{const}, \quad P_{\infty}^* = P_{\infty 0}^* + \rho_{\infty}^* (\Omega_{\infty}^* r)^2 / 2$$

( $P_{\infty 0}^*$  — давление газа в набегающем потоке на оси симметрии  $r = 0$ ).

Считая, что число Кнудсена достаточно мало, данное течение будем изучать в рамках уравнений Навье — Стокса. Выберем криволинейную систему координат  $(\xi^*, \eta^*, \zeta^*)$  следующим образом. Координату  $\zeta^*$  будем отсчитывать по нормали к обтекаемой поверхности,  $\eta^*$  — в окружном направлении, а в качестве координаты  $\xi^*$  выберем центральный угол сферической системы координат, центр которой совпадает с центром сферы, соприкасающейся с поверхностью обтекаемого тела в критической точке. Решение системы уравнений Навье — Стокса в окрестности линии торможения представим в виде разложений в ряды по степеням  $\sin \xi^*$  и  $\cos \xi^*$ :

$$(1.2) \quad \begin{aligned} u^* &= V_{\infty}^* (\sin \xi^* u_1(\zeta) + \dots), \quad v^* = -V_{\infty}^* (\cos \xi^* v_0(\zeta) + \dots), \\ W^* &= V_{\infty}^* (\sin \xi^* W_1(\zeta) + \dots), \quad \rho^* = \rho_{\infty}^* (\rho_0(\zeta) + \dots), \\ T^* &= (\gamma - 1) M_{\infty}^2 T_{\infty}^* (T_0(\zeta) + \dots), \\ P^* &= \rho_{\infty}^* V_{\infty}^{*2} (P_0(\zeta) + \sin^2 \xi^* P_2(\zeta) + \dots), \\ \zeta^* &= R\zeta, \quad \mu^* = \mu_{\infty}^* (\mu_0(\zeta) + \dots). \end{aligned}$$

Здесь  $u^*$ ,  $W^*$ ,  $v^*$  — физические составляющие вектора скорости в направлениях  $\xi^*$ ,  $\eta^*$ ,  $\zeta^*$  соответственно;  $P^*$ ,  $T^*$ ,  $\rho^*$ ,  $\mu^*$  — давление, абсолютная температура, плотность и коэффициент вязкости газа;  $R$  — радиус кривизны тела в критической точке;  $V_{\infty}^*$ ,  $M_{\infty}$  — модуль вектора скорости и число Маха набегающего потока на критической линии.

Если подставить разложения (1.2) в уравнения Навье — Стокса, в которых опущен ряд членов, несущественных при рассматриваемых режимах течения [9], то из-за эллиптичности исходной задачи система уравнений для коэффициентов этого разложения в любом приближении содержит неизвестные величины из более высокого приближения, в силу чего задача остается незамкнутой. Для ее замыкания применим предложенную в [6, 10] методику усечения рядов. При этом решения в первом и втором приближениях отличаются незначительно [10] и такой подход достаточно точный. Об этом же свидетельствуют и результаты работ [11—14], в которых на основе сравнения с решениями двумерных задач и данными эксперимента показано, что для случая обтекания сферического затупления локально-автомодельное приближение приводит к погрешности главным образом в значениях толщины возмущенной области перед затупленным телом. Эта погрешность составляет около 10 %, увеличивается с уменьшением  $M_{\infty}$  и слабо зависит от  $Re$ . Поскольку, как показывает анализ [15], возможность применения локально-автомодельного приближения для исследования течения на линии торможения определяется параболическим вырождением исходной задачи и связана с малой толщиной ударного слоя, правомерно использовать эту модель и для расчета закрученных течений, так как при прочих равных условиях возникающие при этом центробежные силы приводят к более интенсивному растеканию газа в сжатом слое и уменьшению его общей толщины.

Окончательно система обыкновенных дифференциальных уравнений для первых членов разложения (1.2), записанная в безразмерном виде и преобразованная к переменным типа Дородницына, имеет вид (нижние индексы 0 и 1 опускаем)

$$(1.3) \quad z = 2 \int_0^{\zeta} (1 + \zeta) \rho d\zeta, \quad u = \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}, \quad w = \frac{W}{w_* \sqrt{\psi}},$$

$$v = \frac{\varphi}{\psi} \psi', \quad l = \frac{2\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\psi^{3/2}}{\psi'}, \quad \rho = \frac{1}{\psi'}, \quad \psi = (1 + \zeta)^2,$$

$$p_2 = P_2 - \frac{\Omega^2}{2} \psi, \quad \Omega = \frac{\Omega_\infty^* R}{V_\infty^*}, \quad w_* = \begin{cases} \frac{\Omega_\infty^* R}{V_\infty^*} & (\Omega_\infty^* \neq 0), \\ \frac{\Omega_w^* R}{V_\infty^*} & (\Omega_\infty^* = 0); \end{cases}$$

$$(1.4) \quad (l\varphi'')' = p_2\psi' - \varphi\varphi'' + \frac{1}{2} (\psi')^2 - \frac{1}{2} \frac{\psi'}{\psi} \varphi\psi' - \frac{1}{2} \psi (w_*^2 w^2 - \Omega^2 \psi'),$$

$$\left[ l V \bar{\psi} \left( w' + \frac{1}{2} \frac{\psi'}{\psi} w \right) \right]' = \left( \varphi' V \bar{\psi} - \varphi \frac{\psi'}{V \bar{\psi}} \right) w - \varphi V \bar{\psi} w',$$

$$\left[ \frac{4}{3} l \frac{\varphi}{\psi} \psi'' + \frac{\varphi^2}{\psi} \psi' \right]' = \frac{P\psi}{\psi'} \psi'' + \frac{\varphi\varphi'}{\psi} \psi' - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\psi}{\psi'} T',$$

$$\left( \frac{l}{\sigma} T' \right)' = -\frac{\varphi}{\gamma} T' - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\varphi\psi''}{\psi'} T - \frac{4}{3} l \left[ \frac{(\varphi\psi')'}{\psi} - \frac{\varphi\psi'^2}{\psi^2} \right]^2,$$

$$p_2' = \frac{1}{2} (w_*^2 w^2 - \Omega^2 \psi') - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left[ \frac{T'}{\psi'} - \frac{T\psi'}{\psi'^2} \right] + \frac{\gamma'^2}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\varphi}{\psi} \right)^2 \left( \psi'' - \frac{\psi'^2}{\psi} \right),$$

$$P = \frac{\gamma-1}{\gamma} \rho T, \quad \mu = [(\gamma-1) M_\infty^2 T]^\omega.$$

Здесь штрих означает производную по  $z$ ;  $\sigma = \text{const}$  — число Прандтля;  $\text{Re}_\infty = \rho_\infty^* V_\infty^* R / \mu_\infty^*$ ; коэффициент объемной вязкости положен равным нулю, а коэффициент сдвиговой вязкости  $\mu$  пропорционален абсолютной температуре в степени  $\omega$ .

Систему уравнений (1.4) необходимо решать с граничными условиями, выставляемыми на поверхности тела и в набегающем потоке. Учитывая (1.1), а также пренебрегая эффектами скольжения и скачка температуры на поверхности тела, которые, как показано в [16], при  $\varepsilon = (\gamma-1)/(\gamma+1) \rightarrow 0$  являются величинами более малого порядка, эти условия в переменных (1.3) запишем в виде

$$(1.5) \quad \varphi = (\rho v)_w = \varphi_w, \quad \varphi' = 0, \quad T = T_w, \quad \psi = 1, \quad w = \Omega_w/w_* \quad (z=0);$$

$$(1.6) \quad \varphi' = 1, \quad \psi' = 1, \quad \psi = \varphi, \quad T = [(\gamma-1) M_\infty^2]^{-1},$$

$$w = \Omega/w_*, \quad p_2 = 0 \quad (z \rightarrow \infty).$$

Уравнения (1.4) имеют особые точки [6—8, 17], одна из которых соответствует набегающему потоку на бесконечности, а другая — критической точке потока, находящейся либо на поверхности тела в случае непроницаемой стенки [6, 17], либо внутри потока (при наличии вдува [7, 8]). Как показывает анализ, наличие закрутки газа в потоке не влияет на характер особых точек уравнений (1.4).

**2. Численное решение задачи.** Краевая задача (1.4) — (1.6) решалась численно с использованием конечно-разностной схемы [18], имеющей порядок аппроксимации  $O(\Delta z^4)$ . При этом каждое из уравнений третьего порядка сводилось к системе уравнений первого порядка. Далее эти уравнения линеаризовывались подходящим образом и аппроксимировались конечными разностями с точностью  $O(\Delta z^4)$ . Получающаяся при этом система разностных уравнений решалась поочередно в порядке написания (1.4). Использовалась прогонка, при которой граничные условия с поверхности тела переносились на внешнюю границу. Последнее уравнение в (1.4) интегрировалось от внешней границы до поверхности тела методом Симпсона с той же точностью. Для облегчения возможности интегрирования всех уравнений по единому алгоритму второе граничное условие для функции  $\psi$  на бесконечности ( $\psi \rightarrow \varphi$ ) переносилось аналогично [8] на поверхность тела путем однократного интегрирования уравнения импульсов в проекции на нормаль от некоторой точки  $z_\infty$ , расположенной в на-

бегающем потоке, до поверхности. Новое граничное условие имеет вид

$$(2.1) \quad \frac{8}{3} \frac{\mu_w \varphi_w}{\text{Re}_\infty} \psi_w'' - \psi_w' \left[ \left( 1 + \frac{1}{\text{Pr}_\infty^2} \right) \varphi(z_\infty) - \varphi_w^2 \psi_w' + \int_0^{z_\infty} \left( \varphi' \psi' \frac{\varphi}{\psi} + \frac{\gamma-1}{\gamma} T \right) dz \right] + \frac{\gamma-1}{\gamma} T_w = 0.$$

При фиксированной разностной сетке с увеличением  $\text{Re}$  толщина зоны перехода через скачок уплотнения становилась меньше шага интегрирования, это приводило к осцилляциям численного решения. Поэтому при больших  $\text{Re}$  ( $\text{Re}_\infty \geq 2,5 \cdot 10^3$ ), когда структура ударной волны уже слабо влияла на характеристики течения в ударном слое, производилось искусственное увеличение коэффициента вязкости в области скачка уплотнения, положение которого определялось по поведению  $\psi'$ . В результате область ударной волны содержала не менее 3—4 ячеек разностной сетки. В области пограничного слоя вязкость оставалась истинной, однако при больших  $\text{Re}$  в ней производилось сгущение разностной сетки.

Во всех расчетах принималось  $\gamma = 1,4$ ,  $\sigma = 0,71$ ,  $\omega = 0,5$ . Остальные параметры варьировались в следующих пределах:

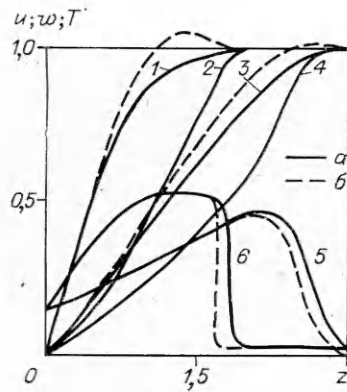
$$(2.2) \quad 10 \leq \text{Re}_\infty \leq 2,5 \cdot 10^4, \quad 0 \leq \varphi_w \leq -0,5, \\ 0,05 \leq T_w \leq 0,2, \quad 0 \leq \Omega \leq 2, \quad 0 \leq \Omega_w \leq 2.$$

В процессе решения находились профили искомых функций поперек сжатого слоя, а также коэффициенты трения и теплообмена на поверхности тела:

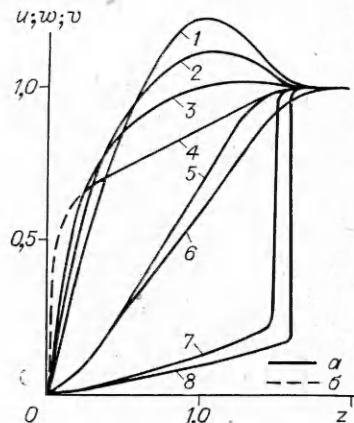
$$(2.3) \quad \tau = \mu \frac{du}{d\zeta} \frac{\sqrt{\text{Re}}}{\text{Re}_\infty}, \quad q = \mu \frac{dT}{d\zeta} \frac{\sqrt{\text{Re}}}{\sigma \text{Re}_\infty}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty^* V_\infty^* R}{\mu^* (T_0^*)}.$$

**3. Обсуждение результатов расчетов.** Прежде всего остановимся на вопросе о применимости модели однородного газа к расчету реальных течений около затупленных тел. Вообще говоря, при обтекании тел в области возмущенного течения могут происходить реакции диссоциации и ионизации. Однако, как следует из [17], существует достаточно большой диапазон высот, скоростей полета и размеров тел, в котором характерные числа Дамкеллера течения малы, вследствие чего химические реакции можно считать замороженными, а модель однородного газа применимой с достаточной точностью. Известно также, что наличие химических реакций в потоке слабо влияет на такие характеристики течения, как распределение давления. Кроме того, для описания химически равновесных течений в литературе широко используется модель однородного газа с эффективным показателем адиабаты  $\gamma$ . В этих ситуациях результаты, полученные в рамках модели однородного газа, сохраняют практическую ценность и могут быть использованы для моделирования реальных течений.

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1—4. На рис. 1 изображены профили  $u$  (линии 1, 3),  $w$  (линии 2, 4) и  $T$  (линии 5, 6) поперек сжатого слоя при  $T_w = 0,15$ ,  $\varphi_w = 0$  для различных значений завихренности набегающего потока ( $\Omega = 0,75$ ; 1,375 — а, б) и чисел Рейнольдса ( $\text{Re}_\infty = 100$  — линии 3—5,  $\text{Re}_\infty = 10^3$  — линии 1, 2, 6). Видно, что если при  $\text{Re}_\infty = 100$  ударная волна достаточно размыта, то уже при  $\text{Re}_\infty = 10^3$  течение выходит на режим вязкого ударного слоя и толщина скачка уплотнения составляет около 2—3 % толщины всего сжатого слоя. Как показали расчеты, наличие закрутки газа достаточно сильно влияет на характер течения в возмущенной области. Это хорошо видно из рис. 2, на котором изображены профили  $u$  (линии 1—4),  $w$  (5, 6) и  $v$  (7, 8) поперек ударного слоя на непроницаемой поверхности при  $T_w = 0,15$  для  $\text{Re}_\infty = 10^4$ ,  $2,5 \cdot 10^4$  (а, б) и различных значений параметра закрутки набегающего потока ( $\Omega = 0,01$  — линии 4, 6, 8,  $\Omega = 0,875$  —



Р и с. 1



Р и с. 2

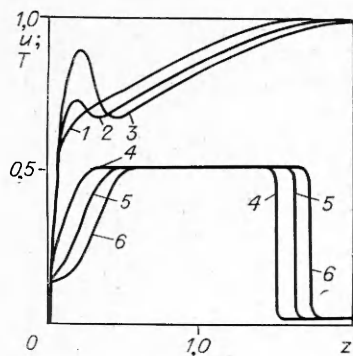
3,  $\Omega = 1,25$  — 2,  $\Omega = 1,6$  — 1, 5, 7). По мере увеличения  $\Omega$  профиль  $u$  теряет свой монотонный характер и приобретает характерный максимум вблизи скачка уплотнения. Возникновение максимума объясняется сильным влиянием на течение в области центробежных сил, которые в данном месте сжатого слоя становятся значительными и не уравновешиваются силами градиента давления.

При фиксированном  $\Omega$  значение этого максимума растет с увеличением  $Re$  и стремится к некоторому конечному пределу, что хорошо согласуется с асимптотическим анализом краевой задачи (1.4)—(1.6) при  $Re_\infty \rightarrow \infty$ . По мере уменьшения  $Re_\infty$  влияние эффектов молекулярного переноса становится существенным во всей возмущенной области течения, максимум уменьшается, а начиная с некоторого  $Re_\infty^*$ , он исчезает. В отличие от касательной составляющей вектора скорости влияние  $\Omega$  на профиль окружной составляющей вектора скорости выражено гораздо слабее. Отметим также, что при прочих равных условиях увеличение  $\Omega$  ведет к уменьшению отхода скачка уплотнения от поверхности тела.

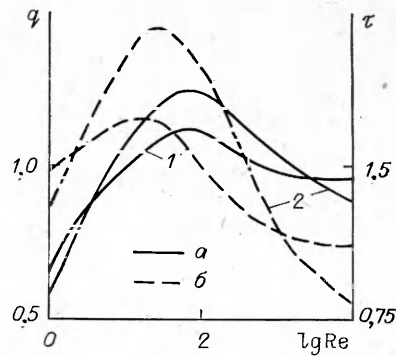
Анализ проведенных расчетов показал, что если наряду с завихренностью набегающего потока обтекаемое тело вращается, то структура течения еще более усложняется. В частности, для достаточно больших  $Re$  ( $Re_\infty \geq 2 \cdot 10^3$ ) влияние вращения тела локализуется в пограничном слое около поверхности тела, вследствие чего профиль  $u$  вблизи тела может иметь дополнительно два локальных экстремума — максимум и минимум, а профиль окружной составляющей скорости имеет характерный минимум. По мере уменьшения  $Re$  локальные экстремумы в профилях  $u$  вблизи поверхности исчезают, а минимум  $w$  растет и смещается в центр ударного слоя.

Вдув газа с поверхности тела может приводить к нелинейным эффектам взаимодействия с закруткой потока в сжатом слое. Характерный пример зависимости структуры течения от параметра вдува приведен на рис. 3, где изображены профили  $u$  (линии 1—3) и  $T$  (4—6) поперек слоя при  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\Omega = 0$ ,  $\Omega_w = 2,0$  для различных значений  $\varphi_w$  ( $\varphi_w = 0$  — линии 1, 4,  $\varphi_w = -0,1$  — 2, 5,  $\varphi_w = -0,2$  — 3, 6). Видно, что по мере увеличения расхода газа через поверхность (при прочих равных условиях) профиль  $u$  теряет свою монотонность и приобретает характерные экстремумы на границах слоя смешения, который формируется между двумя невязкими слоями, прилегающими к поверхности тела и к ударной волне.

Из результатов расчетов следует, что при малых  $Re$  влияние вдува с расходами  $-\varphi_w \leq 0,15$  на характер течения в сжатом слое, тепловые потоки и коэффициенты трения на поверхности тела невелико. С увеличением  $Re$  при фиксированном расходе газа через поверхность влияние вдува усиливается — увеличивается отход ударной волны, а вблизи поверх-



Р и с. 3

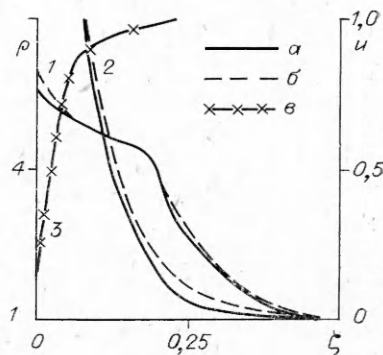


Р и с. 4

ности тела ясно вырисовывается слой вдуваемых газов. В целом проведенный анализ показывает, что, так же как и для двумерных течений [7], при характеристике интенсивности вдува по его влиянию на структуру течения следует использовать не величину относительного массового расхода газа через поверхность  $\varphi_w$ , а параметр вдува, обычно применяемый в теории пограничного и вязкого ударного слоя [19],  $F_w = -\varphi_w \sqrt{\text{Re}/2} [(\gamma - 1)/2\gamma]^{1/4} (-P_{2w})^{-1/4}$ . В частности, численные расчеты подтвердили сделанный в [9] на основе асимптотического анализа вывод о том, что при больших  $\text{Re}$  и  $F_w \gg 1$  всю возмущенную область течения можно разбить на четыре подслоя: область перехода через скачок уплотнения, невязкий ударный слой и слой вдуваемых газов, примыкающих соответственно к ударной волне и к поверхности тела, а также слой смешения, расположенный между ними. При этом если в невязком ударном слое и слое вдува эффектами молекулярного переноса в первом приближении можно пренебречь, то в слое смешения и в ударной волне эти эффекты играют основную роль.

Влияние закрутки потока на зависимости коэффициентов теплообмена  $q$  и трения  $\tau$  (линии  $a$ ,  $b$ ) на поверхности тела от  $\text{Re}$  показано на рис. 4 для  $T_w = 0,1$ ,  $\varphi_w = 0$ ,  $\Omega_w = 0$  при  $\Omega = 0; 1,5$  (линии 1, 2). Видно, что эти распределения имеют характерный локальный максимум, причем для  $\tau$  максимум выражен наиболее сильно, а его местоположение сдвинуто в сторону меньших  $\text{Re}$ . При прочих равных условиях завихренность набегающего потока и вращение тела увеличивают указанный локальный максимум в распределениях  $\tau$  и  $q$  по сравнению со случаем  $\Omega = \Omega_w = 0$ . Положение этого максимума практически не зависит от  $\Omega$  и  $\Omega_w$ , однако если увеличение  $\Omega_w$  приводит к росту  $\tau$  и  $q$  во всем диапазоне  $\text{Re}$ , то рост  $\Omega$  увеличивает  $\tau$  и  $q$  при  $0,5 \leq \lg \text{Re} \leq 3,0$  и уменьшает при  $\lg \text{Re} \leq 0,5$  и  $\lg \text{Re} \geq 3,0$ .

Необходимо отметить, что увеличение завихренности набегающего потока при  $\Omega_w = 0$  приводит к тому, что выход  $\tau$  и  $q$  на их пограничные значения происходит при существенно больших значениях  $\text{Re}$  по сравнению со случаем  $\Omega = 0$ . Например, для  $\Omega = 0$  отличие значения  $\tau$ , подсчитанного при  $\text{Re} = 10^3$  и  $10^4$  составляло 6 %, а для  $\Omega = 1,5$  — 35 %. Для коэффициента теплообмена указанные различия соответственно 2 и 18 %. Таким образом, при достаточно больших интенсивностях завихренности набегающего потока для правильного построения асимптотики уравнений Навье — Стокса при больших  $\text{Re}$  следует учитывать вязко-невязкое взаимодействие, которое не учитывается при обычной постановке задачи в рамках теории пограничного слоя первого приближения.



Р и с. 5



В заключение приведем сравнения численных расчетов, выполненных данным методом с некоторыми результатами, полученными в рамках полных [12] и параболизированных уравнений Навье — Стокса [20]. На рис. 5 представлены профили плотности  $\rho$  поперек сжатого слоя для  $Re_\infty = 30$ ,  $M_\infty = 4,2$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $\Omega_w = \Omega = 0$ ,  $\varphi_w = 0$ ,  $T_w = 0,26$ ;  $1,01$  (линии 1, 2) и скорости  $u$  для  $Re_\infty = 700$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $T_w = 0,03$ ,  $\Omega_w = \Omega = \varphi_w = 0$  (линия 3). Здесь  $a$  — результаты настоящей работы,  $b$  и  $c$  — расчеты [12] и [20] соответственно. Сравнение показывает удовлетворительное их совпадение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kobayashi R., Kohama Y., Kurosawa M. Boundary layer transition on a rotating cone in axial flow // J. Fluid Mech.— 1983.— V. 127.— P. 341.
2. Пейгин С. В. Ламинарный пограничный слой в закрученном потоке на проницаемой поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 6.
3. Sturek W. B., Schiff L. B. Numerical simulation of steady supersonic flow over spinning bodies of revolution // AIAA J.— 1982.— V. 20, N 12.
4. Kim M. D., Lewis C. H. Computation of hypersonic viscous flow over a body with mass transfer and/or spin // J. Spacecraft and Rockets.— 1983.— V. 20, N 2.
5. Красилов Н. А., Левин В. А., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя на вращающихся осесимметричных телах при наличии вдува // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 1.
6. Левинский Е., Иосихара Х. Обтекание сферы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Исследование гиперзвуковых течений.— М.: Мир, 1964.
7. Гершбейн Э. А., Щербак В. Г. К исследованию обтекания крыльев бесконечного размаха гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 3.
8. Пейгин С. В., Русаков В. В. Численное исследование гиперзвукового течения разреженного газа в окрестности критической точки двойкой кривизны при наличии вдува в рамках уравнений Навье — Стокса // ЧММСС.— 1985.— Т. 16, № 2.
9. Гершбейн Э. А. Асимптотическое исследование задачи гиперзвукового обтекания вязким газом затупленных тел с проницаемой поверхностью // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений.— М.: Изд-во МГУ, 1981.
10. Kao H. C. Hypersonic viscous flow near the stagnation streamline of a blunt body // AIAA J.— 1964.— V. 2, N 11.
11. Jain A. C., Adimurty V. Hypersonic merged stagnation shock layer.— N. Y., 1973.— (Paper/AIAA; N 639).
12. Li C. P. Hypersonic nonequilibrium flow past a sphere at a low Reynolds number.— N. Y., 1974.— (Paper/AIAA; N 173).
13. Артамонов А. К., Архинов В. Н. Обтекание сферы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1979.— № 6.
14. Головачев Ю. П. О точности локально-автомодельных решений для окрестности передней критической точки затупленных тел при сверхзвуковом обтекании // Моделирование течений.— Ташкент, 1979.— № 285.
15. Mikhailov V. V., Neiland V. Ya., Syshev V. V. The theory of viscous hypersonic flow // Annual Rev. Fluid Mech.— 1971.— V. 3.
16. Street R. E. A study boundary conditions in slip-flow aerodynamics // Rarefied Gas Dynamics.— London et al.: Pergamon Press, 1960.
17. Архинов В. Н., Поленов А. Н. Обтекание сферы гиперзвуковым потоком вязкого релаксирующего газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1971.— № 3.
18. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.
19. Гершбейн Э. А., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового пространственного вязкого ударного слоя в окрестности критической точки при наличии вдува или отсоса // ПММ.— 1979.— Т. 43, № 5.
20. Гершбейн Э. А., Колесников А. Ф. Исследование влияния вдува на течение в гиперзвуковом вязком ударном слое вблизи линии торможения затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 1.

Поступила 16/VI 1987 г.