

Поправочный член B_1 теперь нужно вычислять, пользуясь формулой (1.4) вместо (1.3). Это скажется на частоте колебаний в том, что в формуле (2.1) под корнем войдет добавочный член $3\delta / \sqrt{mkl}$. Учитывая (3.1), (2.2), получим

$$\omega = \frac{\pi a_1 \omega_2}{l \sqrt{1 + \pi^2 a_1^2 / l^2 + 6\omega_2 / \sqrt{2\pi} \omega_1}} \quad (3.3)$$

Так как $\omega_2 / \omega_1 = \sqrt{m/M} \ll 1$, то поправка $6\omega_2 / 2\pi\omega_1$ к единице под квадратным корнем в (3.3) будет не существенной, а значит, поправка B_1 не сказывается заметно на частоте колебаний и при $\delta \ll 1$. Пренебрегая этой поправкой, а также поправкой $\pi^2 a_1^2 / l^2$ к единице под квадратным корнем в (3.3) получим приближенно

$$\omega = \pi a_1 \omega_2 / l \quad (3.4)$$

причем фазовая скорость волн равна скорости ионного звука. Колебания с частотой, обратно пропорциональной расстоянию между электродами, наблюдались в термоэлектронном генераторе [5]. Рассмотрим условие, при котором колебания с частотой (3.4) становятся незатухающими. Затухание волн при $\delta \ll 1$ определяется той же формулой (2.2), только в последнем члене вместо единицы, отдельно стоящей в квадратной скобке, нужно поставить число 5.5. Полагая $\gamma = 0$ и пользуясь (3.1), (3.2), получим условие для установления незатухающих колебаний с $k = \pi / l$ (при $w_2 \ll s_2$)

$$l = l_2 \sqrt{T_1 / T_2} (1.6 + \pi \sqrt{1/2} \pi w_1 / s_1)$$

где l_2 — длина свободного пробега ионов, T_1 и T_2 — температура электронов и ионов. Как видно из (3.5), незатухающие колебания плазмы с волновым числом $k = \pi / l$ и частотой, определяемой из (3.4), возможны при расстоянии между электродами, равном нескольким длинам свободного пробега ионов.

Автор благодарит А. И. Губанова за просмотр рукописи и ценные замечания.

Поступила 9 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордеев Г. В. Высокочастотные колебания плазмы в плоскостных диодах ПМТФ. 1966, № 5, стр. 50.
2. Гордеев Г. В. Низкочастотные колебания плазмы. Ж. эксперим. и теор. физ. 1954, т. 27, № 1, стр. 18.
3. Недоспасов А. В. Колебания плазмы положительного столба разряда. М. Диссертация, 1964.
4. T o n k s L., L a n g m u i r I. General theory of plasma of an arc. Phys. Rev., 1929, vol. 34, No. 6, p. 876.
5. C o l l w e g R. I., G o t t l i e b M., Oscillations and Saturation Current Measurements in Thermionic Conversion Cells. Z. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No. 5, p. 890.

О НЕКОТОРЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДЯЩИХ СТЕНОК С ВНЕШНИМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ОБМОТКАМИ ПРИ КОНЕЧНЫХ R_m

В. И. Яковлев (Новосибирск)

В работе рассматривается модельная задача индукционного взаимодействия движущихся ступок проводящей среды с внешними электрическими цепями.

Роль проводящих ступок в рассматриваемой модели выполняют две плоские параллельные между собой твердые стенки конечной толщины с постоянной проводимостью, которые совершают заданные колебательные движения симметрично относительно срединной плоскости. Токи во внешних электрических цепях создают однородное магнитное поле, причем величина этих токов определяется как условиями в самих электрических цепях, так и индукционным воздействием токов в проводящей среде.

Уравнения диффузии магнитного поля внутри проводящей стенки и уравнения Кирхгофа для внешних электрических цепей с соответствующими дополнительными условиями при помощи интегральных преобразований приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются численным методом. Подсчитаны энергетические характеристики процесса взаимодействия в периодическом режиме работы системы (величина совершаемой движущейся стенкой работы против

электрических объемных сил, а также величина джоулевых потерь в проводящей стенке). Показано, что возмущением магнитного поля в системе при помощи внешних источников ЭДС можно значительно снизить относительный вес джоулевых потерь по сравнению со случаем, когда внешняя электрическая цепь замкнута через омическую нагрузку.

1. Результатом электрического тока

$$= \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{H}}{c} \right) \quad (1.1)$$

возникающего при движении проводящей среды в электромагнитном поле, являются электрическая объемная сила (ЭОС) $\mathbf{f} = c^{-1} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$ и джоулево тепло.

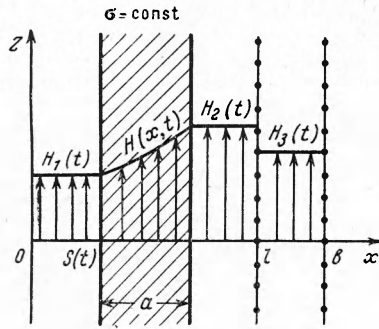
Работа, совершаемая движущейся средой против ЭОС, за вычетом джоулевых потерь в самой проводящей среде (т. е. полезная работа), может быть извлечена из системы в виде электрической энергии, поэтому ее величина — важная энергетическая характеристика процесса взаимодействия

В локальном смысле (когда механическая работа $A = c^{-1} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] \cdot \mathbf{V}$ и джоулево тепло $Q = \mathbf{j}^2 / \sigma$ отнесены к единице объема среды и единице времени) разность $A - Q$ в значительной степени определяется соотношением между векторами \mathbf{E} и $c^{-1} [\mathbf{V} \times \mathbf{H}]$ из (1.1) и в случае взаимной перпендикулярности трех векторов \mathbf{H} , \mathbf{E} и \mathbf{V} имеем [1]

$$P = A - Q = kA, \quad A = (1-k)c^{-2} \sigma V^2 H^2 \quad (1.2)$$

где параметр k характеризует величину и направление \mathbf{E} , по сравнению с $c^{-1} (\mathbf{V} \times \mathbf{H})$, и определяется соотношением $\mathbf{E} = -kc^{-1} (\mathbf{V} \times \mathbf{H})$.

Отсюда видно, что при положительной работе A полезная работа P может быть как положительной, так и отрицательной ($Q > A$); все зависит от соотношения между двумя слагаемыми в (1.1).



Фиг. 1

Понятно, что любое устройство, предназначенное для преобразования энергии движущейся проводящей среды в электрическую, должно обладать возможностью регулирования величины \mathbf{E} по сравнению с $c^{-1} (\mathbf{V} \times \mathbf{H})$. В случае кондукционного МГД-генератора это достигается за счет изменения внешней нагрузки, в результате чего регулируется напряжение между электродами, а значит, и электрическое поле в МГД-канале. Если рассматривается индукционное взаимодействие движущихся ступок проводящей среды (либо среды с периодическим распределением проводимости) с магнитным полем, то можно рассчитывать только на вихревое электрическое поле, возникающее за счет изменения во времени магнитного поля \mathbf{H} .

Если при этом внешнее магнитное поле постоянно во времени, то из уравнений Максвелла легко показать, что при $R_m \ll 1$ возмущение магнитного поля за счет токов в ступках мало, а напряженность электрического поля по порядку величины равна $E \sim R_m c^{-1} V H$, т. е. $|k| \sim R_m \ll 1$; и это независимо от параметров внешней контура, через который снимается энергия. При этом, как видно из (1.2), почти вся работа, совершаемая против ЭОС, тратится в виде джоулева тепла, и этим можно объяснить малую эффективность МГД-генераторов с импульсной проводимостью, рассмотренных в работах [2,3], по сравнению с кондукционными. Отсюда понятно, что для повышения эффективности подобных устройств надо использовать переменное внешнее магнитное поле (внешняя обмотка замкнута либо через переменную э. д. с., либо является частью колебательного контура). Тогда, меняя амплитуду \mathbf{H} и сдвиг фаз между колебаниями ступок и внешней э. д. с., можно регулировать параметр k , а следовательно, и повысить эффективность преобразования энергии.

Приведенное ниже рассмотрение простейшей модели показало, что улучшение энергетических характеристик процесса индукционного взаимодействия ступок с электрическими обмотками при помощи внешней э. д. с. может иметь место и при конечных R_m , когда в принципе возможно регулирование k и за счет параметров внешней нагрузки.

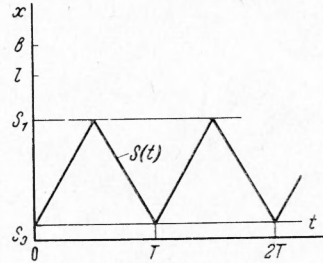
2. Постановка задачи. Уравнения. На фиг. 1 схематично представлена рассматриваемая модель, в которой роль движущихся ступок выполняют две плоские твердые стенки конечной толщины a , а каждая из двух электрических обмоток представляет собой пару плоскостей $x = \pm \text{const}$ с витками, параллельными оси y (вследствие симметрии системы относительно плоскости $x = 0$ на фиг. 1 дано изображение одной половины $x > 0$, там же приведены обозначения для геометрических величин; необходимо иметь в виду, что вторая стенка движется абсолютно симметрично первой относительно плоскости симметрии $x = 0$). Принято одномерное приближение, поэтому

считается, что размеры стенок по осям y и z велики, а витки $x = \pm \text{const}$ замыкаются на достаточном удалении от плоскости рисунка $y = 0$. Обмотка $x = \pm b$ короткозамкнута (т. е. омическое сопротивление равно нулю), а внутренняя обмотка $x = \pm l$ либо замкнута через омическое сопротивление, либо к ней подключена внешняя синусоидальная э. д. с.

Движение стенок задается. Принятый закон движения показан в виде графика на фиг. 2, откуда видно, что стенка совершает периодическое колебательное движение с постоянной скоростью между крайними положениями S_0 и S_1 (конечно, $S_1 + a < l$).

Для определенности принято, что $S(0) = S_{\text{min}} = S_0$ при $t = 0$, распределение магнитного поля однородно в полостях $-l < x < l$ и $l < |x| < b$. На внутренней обмотке $x = \pm l$ может быть разрыв, определяемый величиной начального тока в этой обмотке.

Задача состоит в определении напряженности магнитного поля $H = [0, 0; H(x, t)]$, плотности тока в проводящей стенке $j = [0; j(x, t); 0]$ и токов в обмотках при $t > 0$, причем из симметрии $H(-x, t) = H(x, t)$, $j(-x, t) = -j(x, t)$. Расчеты показывают, что после нескольких циклов колебаний проводящих стенок система выходит на периодический режим. Энергетические характеристики процесса взаимодействия в периодическом режиме представляют особый интерес, поэтому подсчитывались суммарные величины механической работы, совершаемой против ЭОС, и джоулевых потерь по всей толщине одной стенки за время одного цикла колебания и отнесенные к единице площади в плоскости yz . В дальнейшем эти величины обозначаются через A_* и Q_* .



Фиг. 2

Приняты следующие допущения.

- (а) Проводимость стенок σ постоянна.
- (б) Влияние токов смещения в непроводящих областях $0 < x < S(t)$ и $S + a < x < b$ на величину магнитного поля в системе пренебрежимо мало. Это верно для «технических» скоростей $V \ll c$. Для случая бесконечной проводимости стенок без индукционного взаимодействия с электрическими обмотками подобная задача с учетом токов смещения рассмотрена в работе [4], где изучалось движение проводящего слоя с учетом излучения.

Основными уравнениями будут следующие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(x_1, t)}{\partial t} &= \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 H(x_1, t)}{\partial x_1^2} \quad (0 < x_1 < a) \\ \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial H(x_1, t)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} &= \frac{d}{dt} [H_1(t) S(t)] \\ \mathcal{E}(t) - \frac{2n}{c} \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial H(x_1, t)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=a} - \frac{2n}{c} \frac{d}{dt} [(l - a - S) H_2(t)] &= \mathcal{J}R \\ (b - l) \frac{d}{dt} \left[H_2(t) - \frac{4\pi\eta}{c} \mathcal{J}(t) \right] - \frac{Rc}{2n} \mathcal{J}(t) + \frac{c}{2n} \mathcal{E}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Здесь $H(x_1, t)$ — напряженность магнитного поля в стенке $0 < x_1 < a$; $H_1(t)$ и $H_2(t)$ — соответственно в непроводящих областях $0 < x < S(t)$ и $S(t) + a < x < l$ (в силу допущения (б) напряженности не зависят от пространственных координат); R , $\mathcal{E}(t)$ — омическое сопротивление и внешняя э. д. с. в обмотке $x = \pm l$, отнесенные к единице высоты по оси z (к n виткам) и единице ширины по оси y (т. е. R и $\mathcal{E}(t)$ отнесены к единице площади в плоскости yz); $\mathcal{J}(t)$ — сила тока в витке обмотки $x = \pm l$.

Уравнение (2.1.1) — это уравнение индукции, записанное в переменных x_1, t , где $x_1 = x - S(t)$ — координата в системе, связанной с движущейся стенкой.

Уравнение (2.1.2) — условие непрерывности E_y на границе $x = S(t)$ (в системе координат, связанной с движущейся стенкой) [5]. Уравнение (2.1.3) получено из уравнения

$$\mathcal{E}(t) - \frac{n}{c} \frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{J}R \quad \left(\Phi = 2 \left[H_1(t) S(t) + \int_0^a H(x_1, t) dx_1 + (l - a - S) H_2(t) \right] \right)$$

где Φ — магнитный поток через один виток с площадью $1 \cdot 2l$, с использованием соот-

ношения

$$\frac{d}{dt} \left[H_1(t) S(t) + \int_0^a H(x_1, t) dx_1 \right] = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial H(x_1, t)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=a}$$

которое выводится аналогично уравнению (2.1.2). Наконец, уравнение (2.1.4) — условие постоянства магнитного потока

$$H_1(t) S(t) + \int_0^a H(x_1, t) dx_1 + (l - a - S) H_2(t) + (b - l) H_3(t) = \text{const}$$

записанное с использованием связи

$$H_3(t) - H_2(t) = -c^{-1} 4\pi n \mathcal{J}(t)$$

В безразмерном виде система (2.1) принимает вид

$$\frac{\partial h(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \beta \frac{\partial^2 h(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} \quad (0 < \xi < 1) \quad (2.2)$$

$$\frac{d}{d\tau} [h_1(\tau) s(\tau)] = \beta \frac{\partial h(\xi, \tau)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0}$$

$$\frac{d}{d\tau} [(l_1 - 1 - s) h_2(\tau)] = \pi \delta \mathcal{E}_1(\tau) - \beta \frac{\partial h(\xi, \tau)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} - \lambda i(\tau)$$

$$\frac{d}{d\tau} [h_2(\tau) - i(\tau)] - \frac{\lambda}{b_1 - l_1} i(\tau) + \frac{\pi \delta}{b_1 - l_1} \mathcal{E}_1(\tau) = 0$$

$$\left(\tau = \frac{t}{T}, \quad \xi = \frac{x_1}{a}, \quad s = \frac{S}{a}, \quad b_1 = \frac{b}{a}, \quad l_1 = \frac{l}{a}, \quad h = \frac{H}{H_0}, \quad h_1 = \frac{H_1}{H_0} \right.$$

$$h_2 = \frac{H_2}{H_0}, \quad h_3 = \frac{H_3}{H_0}, \quad i = \frac{4\pi n \mathcal{J}}{c H_0}, \quad \mathcal{E}_1 = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}, \quad \beta = \frac{c^2 T}{4\pi \sigma a^2}, \quad \lambda = \frac{c^2 R T}{8\pi n^2 a}$$

$$\delta = \frac{c T \mathcal{E}_0}{2\pi n a H_0}$$

Здесь T — период колебаний, H_0 — начальная напряженность магнитного поля в пространстве $|x| < l$ и \mathcal{E}_0 — амплитуда $E(t)$.

Для неизвестных $h(\xi, \tau)$, $h_1(\tau)$, $h_2(\tau)$ и $i(\tau)$ имеются следующие начальные условия:

$$h(\xi, 0) = 1, \quad h_1(0) = 1, \quad h_2(0) = 1, \quad i(0) = 1 - h_3(0) \quad (2.3)$$

и граничные условия для $h(\xi, \tau)$

$$h(0, \tau) = h_1(\tau), \quad h(1, \tau) = h_2(\tau) \quad (2.4)$$

Для приближенного численного решения задачи система (2.2) приведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого градиенты $dh/d\xi|_{\xi=0}$ и $dh/d\xi|_{\xi=1}$, входящие в систему (2.2), из уравнения (2.2.1), условий (2.4) и начального условия $h(\xi, 0) = 1$, выражены через $h_1(\tau)$ и $h_2(\tau)$. С этой целью было использовано интегральное преобразование по переменной ξ [6] применительно к уравнению (2.2.1), в результате чего получено решение

$$h(\xi, \tau) = h_1(\tau) + [h_2(\tau) - h_1(\tau)] \xi + \sum_{\gamma=1}^{\infty} U_{\gamma}(\tau) \sin \gamma \pi \xi \quad (2.5)$$

где $U_{\gamma}(\tau)$ — «изображение» функции $u(\xi, \tau) = h(\xi, \tau) - [h_2(\tau) - h_1(\tau)] \xi$, которое определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{dU_{\gamma}(\tau)}{d\tau} + \beta (\gamma \pi)^2 U_{\gamma}(\tau) = -\frac{2}{\gamma \pi} \frac{d}{d\tau} [h_1(\tau) - (-1)^{\gamma} h_2(\tau)] \quad (\gamma = 1, 2, \dots) \quad (2.6)$$

и нулевого начального условия $U_{\gamma}(0) = 0$. Градиенты $\partial h/\partial \xi|_{\xi=0}$ и $\partial h/\partial \xi|_{\xi=1}$ определяются почленным дифференцированием (2.5). Уравнения (2.2.2) — (2.2.4) совместно с уравнением (2.6) и решением (2.5) представляют искомую систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

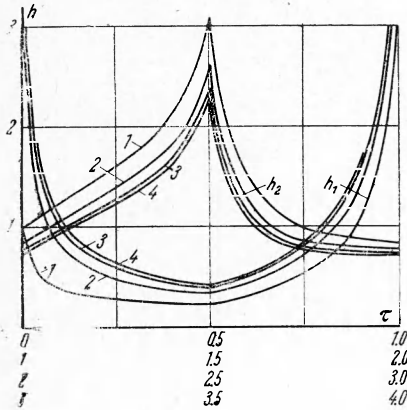
Входящая в уравнения функция $s(\tau)$ на основании фиг. 2

$$s(\tau) = s_0 + 2(s_1 - s_0)(\tau - n) \quad \text{при } n < \tau < n + 1/2$$

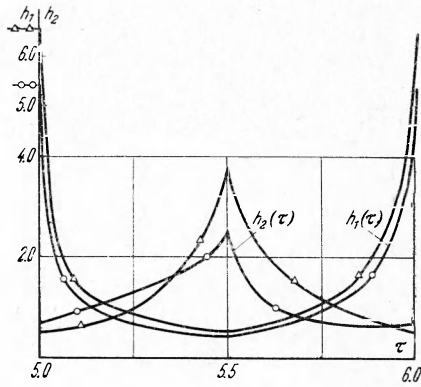
$$s(\tau) = s_1 - 2(s_1 - s_0)[\tau - (n + 1/2)] \quad \text{при } n + 1/2 < \tau < n + 1$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — натуральные числа, соответствующие последовательности циклов, а внешняя э. д. с. имеет период, совпадающий с периодом колебаний T ; $\mathcal{E}_1(\tau) = \sin(2\pi\tau + \theta)$, где θ — сдвиг фаз между приложенной э. д. с. и колебаниями проводящих стенок. Случай кратных периодов, как показали расчеты, с энергетической стороны является менее выгодным.

3. Численные результаты и выводы. Полученная система уравнений решалась численно методом Рунге-Кутты, причем число членов ряда в (2.5) менялось от 15 до 30.



Фиг. 3



Фиг. 4

Через несколько циклов колебаний стенки искомые функции с заданной точностью выходят на периодический режим, причем чем больше безразмерный параметр β , тем необходимое количество циклов меньше. Надо заметить, что параметр β непосредственно связан с числом R_m

$$R_m = \frac{4\pi\sigma Va}{c^2} = \frac{4\pi\sigma a^2 VT}{c^2 T a} = \frac{1}{\beta} 2(s_1 - s_0)$$

Выпишем формулы для вычисления энергетических величин, отнесенных к единице площади в плоскости yz . Так как все точки проводящей стенки имеют одну и ту же скорость движения, то суммарная работа A_* равна работе против суммарной силы

$$F_x = - \int_0^a \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{H^2}{8\pi} \right) dx_1 = - \frac{1}{8\pi} [H_2^2(t) - H_1^2(t)] = - \frac{H_0^2}{8\pi} [h_2^2(\tau) - h_1^2(\tau)]$$

т. е.

$$A_* = - \int_t^{t+T} F_x \frac{dS}{dt} dt = \frac{H_0^2 a}{8\pi} \int_t^{t+1} \frac{ds}{d\tau} [h_2^2(\tau) - h_1^2(\tau)] d\tau \quad (3.1)$$

Удвоенная величина полезной работы $P_* = A_* - Q_*$ за время одного периода равна выделяемой в элементе обмотки $x = \pm l$ электрической энергии.

$$W_* = \int_t^{t+T} [\mathcal{J}^2 R - \mathcal{E}(t) \mathcal{J}(t)] dt = \frac{H_0^2 a}{2} \left[\frac{\lambda}{\pi} \int_t^{t+1} i^2(\tau) d\tau - \delta \int_t^{t+1} \mathcal{E}_1(\tau) i(\tau) d\tau \right] \quad (3.2)$$

($W_* = 2P_*$ вследствие того, что на одну электрическую обмотку работают две проводящие стенки), величина электрического к. п. д. $\eta = W_*/2A_*$.

Рассматриваются отдельно два случая.

(а) Обмотка $x = \pm l$ замкнута на внешнюю э. д. с., омическое сопротивление пренебрежимо мало, т. е. $\lambda \ll 1$ (λ — величина, обратная добротности этой обмотки).

Так как $i(\tau) \sim h_2(\tau)$, то при $\lambda \ll 1$ последним членом $\lambda i(\tau)$ в уравнении (2.2.3) можно пренебречь по сравнению с членом $(ds/d\tau)h_2(\tau)$. Тогда уравнения (2.2.2), (2.2.3), (2.6) и (2.5) можно рассматривать независимо от (2.2.4) и определить $h_1(\tau)$, $h_2(\tau)$ и $U_\gamma(\tau)$ независимо от наличия или отсутствия внешней обмотки $x = \pm b$. Потом из уравнения (2.2.4) определяем силу тока $i(\tau)$ по известным $h_2(\tau)$ и $\mathcal{E}_1(\tau)$

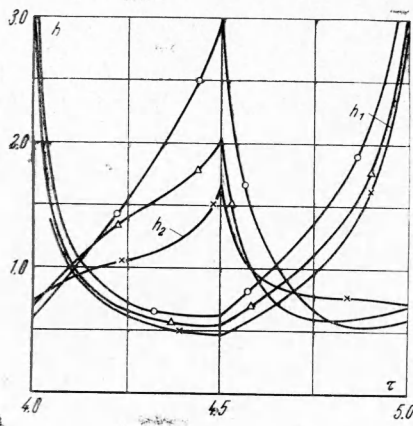
$$i(\tau) = -h_3(0) + h_2(\tau) + \delta \frac{\pi}{b_1 - l_1} \int_0^\tau \mathcal{E}_1(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

Подставляя это выражение в (3.2) при $\lambda = 0$, получаем

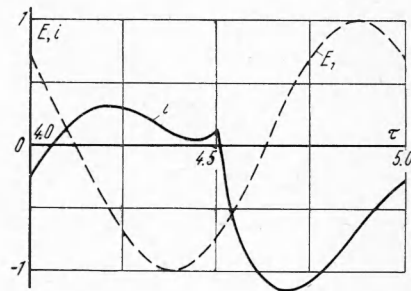
$$W_* = -\frac{H_0^2 a}{2} \delta \int_\tau^{\tau+1} \sin(2\pi\tau + \theta) h_2(\tau) d\tau$$

так как остальные члены в (3.3) при интегрировании выпадают.

Поскольку при отсутствии обмотки $x = \pm b$ имеем $i(\tau) = h_2(\tau)$, то отсюда видно, что при $\lambda = 0$ наличие этой обмотки не сказывается на энергетических



Фиг. 5

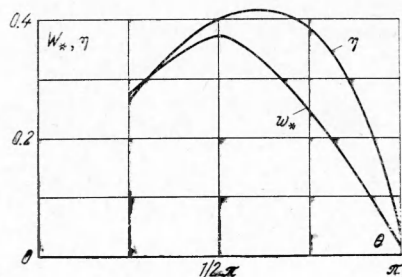


Фиг. 6

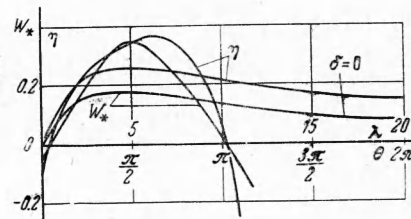
характеристиках процесса взаимодействия, и она может служить только для регулирования коэффициента мощности, определяемого как отношение

$$\frac{\int_t^{t+T} \mathcal{E}(t) \mathcal{I}(t) dt}{\sqrt{\int_t^{t+T} \mathcal{E}^2(t) dt \int_t^{t+T} \mathcal{I}^2(t) dt}} = \sqrt{2} \cdot \frac{\int_\tau^{\tau+1} \sin(2\pi\tau + \theta) i(\tau) d\tau}{\sqrt{\int_\tau^{\tau+1} i^2(\tau) d\tau}}$$

Численные расчеты произведены для одной геометрии с безразмерными параметрами $s_0 = 0.1$, $s_1 = 2.5$, $l_1 = 4$, $b_1 = 5$. Безразмерный параметр δ , характеризующий величину амплитуды изменения магнитного поля под действием приложенной э. д. с. по сравнению с полем H_0 , принят равным 1. Переменными будут параметры $\beta(R_m)$ и θ



Фиг. 7

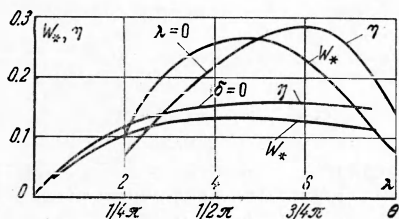


Фиг. 8

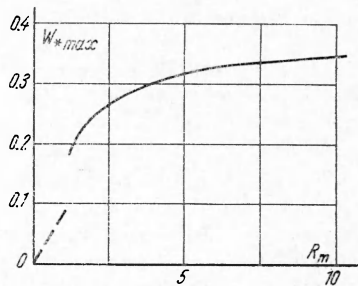
Вычисленные функции $h_1(\tau)$ и $h_2(\tau)$ представлены на графиках.

На фиг. 3 для иллюстрации выхода системы на периодический режим кривые $h_1(\tau)$ и $h_2(\tau)$ для $\beta = 0.5$ ($R_m = 9.6$), $\theta = 3\pi/4$, $\lambda = 0$ представлены с самого начального момента времени. Индексы 1, 2, ... соответствуют циклам колебаний проводящего слоя. Так, например, кривые с индексом 1 относятся к промежутку времени от $\tau = 0$ до $\tau = 1$, кривые 2 — к промежутку $1 \leq \tau \leq 2$ и т. д. Все кривые в точке $\tau_* = n + 1/2$ терпят разрыв производной, что вызвано изменением направления скорости. Кривые, полученные при больших τ , невозможно изобразить на графике без слияния с кривой 4.

На фиг. 4—5 представлены кривые $h_1(\tau)$ и $h_2(\tau)$ для различных β и θ уже после выхода на периодический режим.



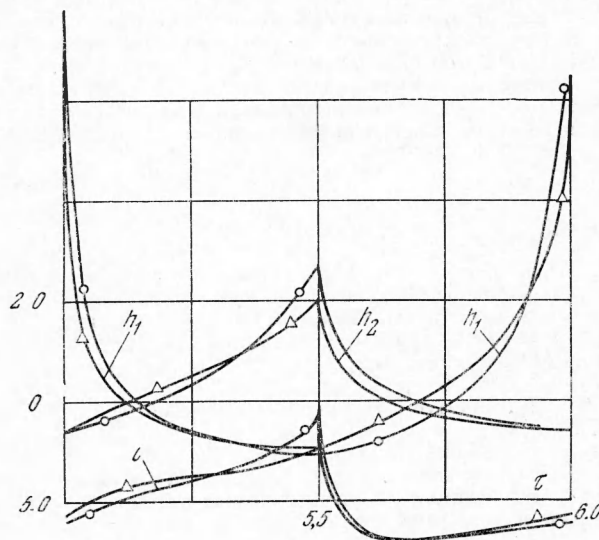
Фиг. 9



Фиг. 10

Фиг. 4 отвечает $\beta = 0.5$ ($R_m = 9.6$), $\lambda = 0$ (кружочки и треугольники соответственно для $\theta = 5\pi/8$ и $\theta = 7\pi/4$), а фиг. 5 — $\beta = 2$ ($R_m = 2.4$), $\lambda = 0$ (кружочки треугольники и крестики соответственно для $\theta = \pi/4$, $\theta = \pi/2 + \pi/8$ и $\theta = \pi$)

Для наглядности подсчитанная по формуле (3.3) зависимость силы тока $i(\tau)$ от времени (в периодическом режиме) для одного значения $\theta = 3\pi/4$ при $\beta = 2$ ($R_m = 2.4$) представлена на фиг. 6 (этому значению θ соответствует приблизительно максимальное значение η при $\beta = 2$). Принималось, что входящая в (3.3) постоянная



Фиг. 11

$h_3(0) = 1$, т. е. $i(0) = 0$. Здесь же пунктиром нанесена кривая $E_1(\tau) = \sin(2\pi\tau + \theta)$ приложенной внешней э. д. с.

Энергетические характеристики $w_* = 2W_*/H^2_0 a$ и η в зависимости от θ представлены на фиг. 7—9 (фиг. 7 для $\beta = 0.2$, фиг. 8 для $\beta = 0.5$ и фиг. 9 для $\beta = 2$). Как видно из фиг. 8, в зависимости от сдвига фаз θ величина выдаваемой за один

период электрической энергии может быть как положительной, так и отрицательной (при этом происходит потребление энергии из сети). Так как при $W_* < 0$ и $\eta = W_* / 2A_* < 0$, то это значит, что совершаемая при движении слоя работа против ЭОС в этом случае положительна, т. е. режим по θ , при котором $W_* < 0$, означает не двигательный режим, а режим, когда джоулевы потери внутри проводящей среды превышают величину совершаемой работы, поэтому на джоулев нагрев уходит и часть внешней электрической энергии. В локальном смысле такой режим соответствует случаю отрицательного k из (1.2), т. е. случаю, когда E направлен в ту же сторону, что и $(V \times H)c^{-1}$.

Для других значений β интервал по θ взят более узким и захватывает режимы только положительного энерговыделения (фиг. 7, 9).

По максимальным значениям $2W_* / H^2_0 a$, полученным для четырех значений $\beta = 4, 2, 0.5, 0.2$ на фиг. 10 нанесена зависимость $2W_*^{\max} / H^2_0 a$ от R_m для случая $\lambda = 0, \delta = 1$. Пунктиром нанесена эта зависимость, полученная для данной системы в предположении малости числа R_m при $\delta = 1$.

Расчеты при $R_m \ll 1$ (здесь не приведены) показали, что максимальной энергии W_*^{\max} при фиксированном R_m соответствует сдвиг фаз $\theta = \pi$, причем оказалось, что $W_*^{\max} > 0$ только в том случае, если периодически изменяющееся магнитное поле имеет постоянную составляющую, превышающую амплитуду колебаний.

(б) Случай $\delta = 0$, при котором приложенная э. д. с. равна нулю, а съем энергии происходит на обмотку с омическим сопротивлением. Для численного расчета принимались те же самые геометрические параметры s_0, s_1, l_1, b_1 , что и в случае (а).

Так как известно, что при $R_m \ll 1$ по величине снимаемой энергии этот вариант не представляет интереса, расчеты проводились для двух значений β : 2 и 0.5 ($R_m = 2.4, 9.6$) при различных λ . На фиг. 11 для двух значений β (R_m) и $\lambda = 5$ представлены функции $h_1(\tau), h_2(\tau)$ и $i(\tau)$, получающиеся после выхода системы на периодический режим (кружочки и треугольники соответственно для $\beta = 0.5$ ($R_m = 9.6$) и $\beta = 2.0$ ($R_m = 2.4$)).

Зависимости $2W_* / H^2_0 a$ от λ и η (λ) для этих двух значений R_m для удобства сравнения приведены на тех же графиках (фиг. 8 и фиг. 9), что и зависимости $2W_* / H^2_0 a$ от θ и η (θ) для случая $\lambda = 0, \delta \neq 0$. Отсюда видно, что даже при таких больших значениях R_m (2.4 и 9.6) величины выделяемой энергии и электрического к. п. д. η в случае чисто омической нагрузки меньше тех же величин при использовании внешней э. д. с. Например, при $R_m = 2.4$, как видно из фиг. 9, максимальные значения электрического к. п. д. и выделяемой электрической энергии при использовании внешней э. д. с. примерно в два раза превышают максимальные значения тех же величин при омической нагрузке. При таком сравнении следует еще иметь в виду, что для случая с внешней э. д. с. неиспользованным остался один параметр оптимизации δ (принятое при расчетах значение $\delta = 1$, конечно, не является оптимальным), в то время как для омической нагрузки все возможности оптимизации исчерпаны.

Поступила 22 VIII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков Ю. М. и Дорман Л. И. Магнитогидродинамический метод преобразования тепловой энергии в электрическую. Сб. Плазма в магнитном поле и прямое преобразование тепловой энергии в электрическую. Госатомиздат, 1962.
2. Clark R. B., Swift—Hook D. T., and Wright J. K. The prospects for alternating current magnetohydrodynamic power generation; British Journal of applied physics, 1963, N 1, vol. 14.
3. Cormack G. D. Inductive MHD generator; Zeitschrift für Naturforschung, 1963, V. 18a, N 8/9.
4. Якубенко А. Е. Движение с плоскими волнами несжимаемой проводящей жидкости при учете электромагнитного излучения. Докл. АН, 1961, т. 136, № 6.
5. Биченков Е. И. Влияние конечной проводимости на получение сильных магнитных полей путем быстрого обжатия проводящих оболочек. ПМТФ, 1964, № 6.
6. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Физматгиз, 1962.