

Проведенные численные расчеты показали эффективность и работоспособность предлагаемых вычислительного алгоритма и программы. Время счета одного варианта задачи с возмущенными исходными данными не превышает 5 мин на IBM PC AT-386. К достоинствам предлагаемого алгоритма следует отнести его универсальность, позволяющую на основе более полных, чем в данной работе, математических моделей учесть всевозможные физико-химические процессы, происходящие в реагирующем материале при нагреве.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93—013—17286).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. — М.: Машиностроение, 1988.
2. Темкин А.Г. Обратные задачи теплопроводности. — М.: Энергия, 1973.
3. Коздоба Л.А., Круковский П.С. Методы решения обратных задач теплообмена. — Киев: Наук. думка, 1982.
4. Гришин А.М., Кузин А.Я., Миков В.Л. и др. Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1987.
5. Алифанов О.М., Керов Н.В. Определение параметров внешнего теплового нагружения из решения двумерной обратной задачи теплопроводности // ИФЖ. — 1981. — Т. 41, № 4.
6. Керов Н.В. Решение двумерной ОЗТ в цилиндрической системе координат // ИФЖ. — 1983. — Т. 45, № 5.
7. Алифанов О.М., Егоров Ю.В. Алгоритмы решения граничной обратной задачи теплопроводности в двумерной постановке // ИФЖ. — 1985. — Т. 48, № 4.
8. Алифанов О.М., Ненарокомов А.В. Трехмерная обратная задача теплопроводности в экстремальной постановке // Докл. РАН. — 1992. — Т. 325, № 5.
9. Алифанов О.М., Артюхин Е.А. Определение граничных условий в процессе тепловых газодинамических испытаний // ТВТ. — 1978. — Т. 16, № 4.
10. Кузин А.Я., Ярославцев Н.А. Применение регуляризирующих алгоритмов для решения нелинейной граничной обратной задачи теплопроводности. — Томск, 1987. — Деп. в ВИНТИ 22.07.87, № 5280—В87.
11. Гришин А.М., Кузин А.Я., Сеницын С.П., Ярославцев Н.А. О решении обратных задач механики реагирующих сред // ИФЖ. — 1989. — Т. 56, № 3.
12. Кузин А.Я., Ярославцев Н.А. Восстановление теплового потока в реагирующее тело из решения обратной задачи тепломассообмена // Механика реагирующих сред и ее приложения: Всесоюз. сб. — Новосибирск: Наука, 1989.
13. Кузин А.Я., Ярославцев Н.А. Численное решение нелинейной граничной ОЗТ для композиционных полимерных материалов // Теплофизика и гидродинамика технологических систем: Межвуз. сб. — Томск: Изд-во Томск. политехн. ин-та, 1990.
14. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — М.: Наука, 1967.
15. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978.
16. Свойства конструкционных материалов на основе углерода. Справочник / Под. ред. В.П. Соседова. — М.: Машиностроение, 1975.

г. Томск

Поступила 19/1 1994 г.,
в окончательном варианте — 14/III 1994 г.

УДК 532.446 + 536.24

*А.В. Горин, А.В. Зарубин, Т.Н. Михайлова,
В.А. Мухин, Д.Ф. Сиковский*

ТРЕНИЕ И МАССООТДАЧА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА В ЗЕРНИСТОМ СЛОЕ И УЗКОЙ ЩЕЛИ

Введение. Задача расчета теплового режима тел, погруженных в инфильтруемый зернистый слой, представляет интерес во многих областях теплоэнергетики и химической технологии. Традиционный подход к ее

© А.В. Горин, А.В. Зарубин, Т.Н. Михайлова, В.А. Мухин, Д.Ф. Сиковский, 1995

решению — использование осредненных уравнений переноса тепла и закона фильтрации Дарси без учета условия прилипания жидкости на стенке. Потенциальный характер течения позволяет найти достаточно простые аналитические зависимости для теплоотдачи [1]. Полученные таким способом результаты справедливы при не слишком больших скоростях фильтрации, пока тепловой пограничный слой имеет достаточную толщину, позволяющую пренебречь влиянием пристенной зоны зернистого слоя. При больших числах Пекле тепловой пограничный слой сосредоточивается в пределах пристенной зоны, и необходимо использовать другие подходы к решению данной задачи.

Наиболее простой моделью течения в пористой среде, учитывающей условие прилипания на стенке, является модель [2]

$$(1) \quad \frac{\mu}{m} \nabla^2 \mathbf{v} - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} - \nabla p = 0;$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

где \mathbf{v} — скорость фильтрации; μ — вязкость жидкости; p — давление; K , m — проницаемость и пористость зернистого слоя. Как было показано в [3], рассчитанное по модели (1), (2) касательное напряжение на стенке трубы с зернистым слоем оказалось в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Перенос тепла в пористой среде моделируется с помощью уравнения переноса тепла с эффективным коэффициентом температуропроводности

$$(3) \quad \mathbf{v} \cdot \nabla T = a_{\text{ef}} \nabla^2 T$$

(T — средняя температура среды).

Уравнения (1)—(3) сходны с уравнениями осредненного движения в узком зазоре между двумя плоскопараллельными пластинами, или в ячейке Хил — Шоу [4]. В предположении отсутствия поперечного движения и параболичности локального распределения скоростей

$$w(x, y, z) = 6 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h} \right) v(x, y)$$

(w , v — векторы локальной и среднерасходной скоростей, лежащие в параллельной пластинам ячейке плоскости Oxy , z — поперечная координата ($0 \leq z \leq h$)) осреднение по ширине зазора уравнений Стокса

$$\mu \nabla^2 w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \nabla p = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \nabla \cdot w = 0$$

($\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$) приводит к следующей системе уравнений движения:

$$(4) \quad \mu \nabla^2 \mathbf{v} - \frac{12\mu}{h^2} \mathbf{v} - \nabla p = 0;$$

$$(5) \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0.$$

Если предположить, что распределение локальной температуры по сечению ячейки, боковые пластины которой теплоизолированы, постоянно ($T = T(x, y)$), то осреднение уравнения переноса тепла по сечению щели дает

$$(6) \quad \mathbf{v} \cdot \nabla T = a \nabla^2 T$$

(a — температуропроводность жидкости).

Сходство уравнений (1), (2) с уравнениями (4), (5), а также (3) с (6) позволяет надеяться на возможность моделирования с помощью ячейки Хил — Шоу процессов тепломассопереноса в пористой среде при больших числах Пекле. Такое моделирование имеет значительные преимущества перед проведением непосредственных измерений в пористой среде, требующих тонкой и трудоемкой экспериментальной техники, минимально нарушающей струк-

туру среды. Существенно повышаются возможности гидродинамической и тепловой визуализации. Кроме того, при моделировании с помощью ячейки Хил — Шоу известны коэффициенты переноса и свойства жидкости, в то время как в пористой среде необходимы дополнительные измерения эффективных коэффициентов переноса. В [5, 6] была показана аналогия процессов теплопереноса при естественной конвекции в пористой среде и ячейке Хил — Шоу.

В настоящей работе проведено теоретическое и экспериментальное исследование массоотдачи к цилиндру в ячейке Хил — Шоу при вынужденной конвекции. Полученные результаты сравниваются с проведенными ранее аналогичными экспериментами в зернистом слое. Показана аналогия процессов конвективного теплопереноса в пористой среде и ячейке Хил — Шоу при больших числах Пекле Pe .

Гидродинамика и массообмен при обтекании цилиндра в ячейке Хил — Шоу. Рассмотрим обтекание цилиндра радиуса R (расположенного поперек узкой щели и образованного двумя плоскопараллельными пластинами) однородным потоком жидкости со среднерасходной скоростью U_∞ . После введения функции тока уравнения (4), (5) преобразуются:

$$(7) \quad \nabla^4 \psi - \frac{12}{h^2} \nabla^2 \psi = 0.$$

Граничные условия однородности потока вдали от цилиндра и прилипания на его границе имеют вид

$$(8) \quad \begin{aligned} \psi &\rightarrow U_\infty r \sin\theta, \quad r \rightarrow \infty, \\ \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad r = R \end{aligned}$$

(r, θ — полярные координаты).

Задача (7), (8) легко решается методом разделения переменных:

$$(9) \quad \psi = U_\infty \left[r - \frac{K_2(2\sqrt{3}R/h) R^2}{K_0(2\sqrt{3}R/h) r} + \frac{hK_1(2\sqrt{3}r/h)}{\sqrt{3}K_0(2\sqrt{3}R/h)} \right] \sin\theta.$$

Из (9) находится касательное напряжение трения на поверхности цилиндра

$$(10) \quad \tau = \mu \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right|_{r=R} = 4\sqrt{3} \frac{\mu U_\infty}{h} \frac{K_1(2\sqrt{3}R/h)}{K_0(2\sqrt{3}R/h)} \sin\theta.$$

Для течений Хил — Шоу характерна ситуация, когда продольные размеры тела намного превышают толщину щели ($R \gg h$). В этом случае отношение функций Макдональда в (10) практически не отличается от единицы, поэтому

$$(11) \quad \tau = 4\sqrt{3} \frac{\mu U_\infty}{h} \sin\theta = 6,928 \frac{\mu U_\infty}{h} \sin\theta.$$

Аналогично (6) уравнение для концентрации имеет вид

$$(12) \quad \mathbf{v} \cdot \nabla C = D \nabla^2 C$$

(D — коэффициент диффузии). На поверхности цилиндра поставим граничное условие первого рода

$$(13) \quad C = C_w, \quad r = R$$

(C_w — концентрация на поверхности). Вдали от цилиндра концентрация стремится к концентрации вещества в набегающем потоке:

$$(14) \quad C \rightarrow C_\infty, \quad r \rightarrow \infty.$$

Задачу (12)—(14) решим в приближении диффузионного пограничного слоя, считая его настолько тонким, что распределение продольной скорости в пределах диффузионного слоя линейно:

$$(15) \quad u = \frac{\tau}{\mu} y.$$

Далее будем использовать погранслойные координаты, связанные с поверхностью цилиндра: $y = r - R$, $x = R\theta$. Из уравнения неразрывности и выражения (15) легко получить выражение для y -компоненты скорости

$$v = -\frac{1}{2\mu} \frac{d\tau}{dx} y^2.$$

Тогда уравнение диффузионного пограничного слоя запишется следующим образом:

$$(16) \quad \frac{\tau}{\mu} y \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{1}{2\mu} \frac{d\tau}{dx} y^2 \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2},$$

$$(17) \quad C = C_w, y = 0, C = C_\infty, y \rightarrow \infty.$$

Задача (16), (17) имеет известное решение [7]:

$$(18) \quad \frac{C - C_w}{C_\infty - C_w} = \frac{3}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \int_0^\eta e^{-t^3} dt.$$

Здесь

$$(19) \quad \eta = \frac{y\tau^{1/2}(x)}{[9\mu D \int_0^x \tau^{1/2}(x') dx']^{1/3}}.$$

Определим число Шервуда как

$$\text{Sh} = \frac{j_w 2R}{D(C_w - C_\infty)}$$

($j_w = -D\partial C/\partial y|_{y=0}$ — диффузионный поток на поверхности цилиндра). Используя соотношения (11), (18), (19), для локального числа Шервуда получим

$$(20) \quad \text{Sh}(\theta) = \frac{3^{1/2} \cdot 2^{4/3}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \left(\text{Pe} \frac{R}{h}\right)^{1/3} \Phi(\theta) = 1,629 \left(\text{Pe} \frac{R}{h}\right)^{1/3} \Phi(\theta),$$

где

$$\Phi(\theta) = \sin^{1/2}\theta \left[\int_0^\theta \sin^{1/2} t dt \right]^{-1/3}; \quad \text{Pe} = \frac{2U_\infty R}{D}.$$

Значение Sh в лобовой ($\theta = 0$) точке цилиндра и среднее значение Sh соответственно имеют вид

$$(21) \quad \text{Sh}_r = \text{Sh}(0) = \frac{2 \cdot 3^{5/6}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \left(\text{Pe} \frac{R}{h}\right)^{1/3} = 1,865 \left(\text{Pe} \frac{R}{h}\right)^{1/3};$$

$$(22) \quad \text{Sh}_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{Sh}(\theta) d\theta = \frac{3}{2\pi} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)} \right]^{2/3} \frac{3^{1/2} \cdot 2^{4/3}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \left(\text{Pe} \frac{R}{h} \right)^{1/3} =$$

$$= 1,393 \left(\text{Pe} \frac{R}{h} \right)^{1/3}.$$

Для цилиндра в пористой среде уравнения (7) и (12) запишем как

$$\nabla^4 \psi - \frac{m}{K} \nabla^2 \psi = 0, \quad \mathbf{v} \cdot \nabla C = D_{ef} \nabla^2 C$$

(D_{ef} — эффективный коэффициент диффузии), а полученные выше решения представим следующим образом:

$$(23) \quad \tau = \frac{2\mu U_\infty m^{1/2}}{K^{1/2}} \sin\theta;$$

$$(24) \quad \text{Sh}(\theta) = 0,855 \text{Pe}^{1/3} \left(\frac{m}{\text{Da}} \right)^{1/6} \Phi(\theta);$$

$$(25) \quad \text{Sh}_u = 0,978 \text{Pe}^{1/3} \left(\frac{m}{\text{Da}} \right)^{1/6};$$

$$(26) \quad \text{Sh}_m = 0,731 \text{Pe}^{1/3} \left(\frac{m}{\text{Da}} \right)^{1/6}.$$

Здесь в числа Шервуда и Пекле входит эффективный коэффициент диффузии D_{ef} ; число Дарси $\text{Da} = K/(2R)^2$.

Ранее задача обтекания цилиндра решалась в полной трехмерной постановке в [8] с помощью метода сращиваемых асимптотических разложений по малому параметру h/R . Внутреннее разложение скорости вдоль границы цилиндра, справедливое на расстояниях $O(h)$ от границы, имеет вид [8]

$$u^{(0)} = 2U_\infty \sin\theta \left\{ 6 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h} \right) - \frac{48}{\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1)^{-2} \sin \left[\pi(2k+1) \frac{z}{h} \right] e^{-\pi(2k+1) \frac{z}{h}} \right\}.$$

Отсюда среднее по сечению щели касательное напряжение трения

$$\tau = \frac{1}{h} \int_0^h \mu \frac{\partial u^{(0)}}{\partial y} \Big|_{y=0} dz = \frac{168\zeta(3)}{\pi^3} \frac{\mu U_\infty}{h} \sin\theta = 6,513 \frac{\mu U_\infty}{h} \sin\theta,$$

что отличается от полученного нами результата (11) на 6,4 %. Давая незначительно отличающиеся от более точного решения [8] результаты, предложенный способ решения задачи с помощью осредненных по сечению щели уравнений является существенно более простым (решается двумерная задача). В то же время осредненные уравнения движения и тепломассопереноса в ячейке Хил — Шоу сходны с аналогичными уравнениями переноса в пористых средах, что дает возможность использовать ячейку Хил — Шоу для моделирования вынужденной конвекции в пористой среде при больших числах Пекле.

Описание экспериментальной установки и методики проведения опытов. Для измерения массообмена использовался электродиффузионный метод [9]. Установка представляла собой замкнутый циркуляционный контур с баком постоянного уровня 1 (рис. 1). Электролит из нижнего бака 2 насосом 3 через фильтр тонкой очистки 4 подавался в верхний бак постоянного уровня. Из верхнего бака жидкость через систему ротаметров 5 посту-

пала в рабочий участок 6, а затем сливалась в нижний бак 2. Рабочий участок (рис. 2) был изготовлен из двух оргстеклянных пластин толщиной 24 мм, между которыми по краям зажималась прокладка из стеклопластика толщиной 0,95 мм. Геометрические размеры участка и экспериментального цилиндра ($2R = 30$ мм) совпадали с размерами аналогичных элементов в [10].

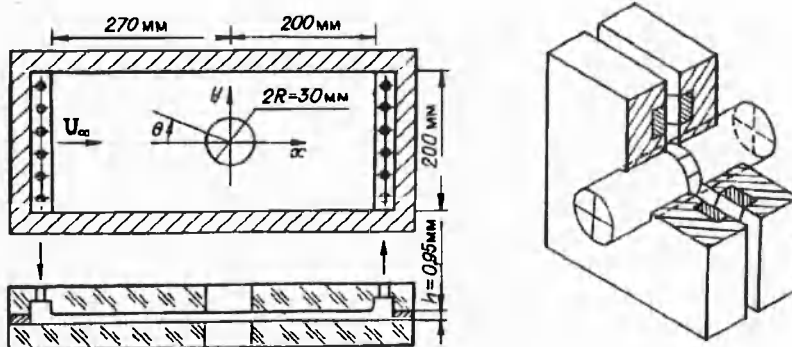
Схема экспериментального цилиндра также показана на рис. 2. Рабочая поверхность цилиндра (катода) состояла из двух частей: меньшая часть служила для измерения локального массообмена, основная — среднего массообмена. Анод представляет собой два кольца, изготовленных на боковых стенках канала заподлицо с поверхностью. Цилиндр мог поворачиваться вокруг оси.

Таким образом, с помощью локального датчика можно было получить распределение коэффициента массообмена по периметру цилиндра. Размер локального датчика по ходу потока (по периметру цилиндра) 1,9 мм. Зазор между датчиками составлял всего 0,1 мм. Поперечный размер датчиков совпадал с поперечным размером канала (0,95 мм). Общий поток массы со всей поверхности цилиндра можно было получить двумя способами: интегрированием показаний локального датчика и одновременным измерением с помощью большого и маленького датчиков, что позволяло контролировать качество опытов.

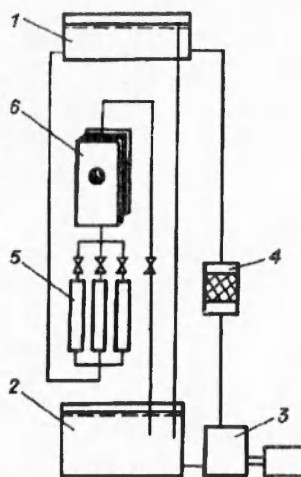
Рабочей жидкостью служил 0,02 нормальный раствор феррицианида и 0,024 нормальный раствор ферроцианида калия в 0,6 нормальном водном растворе NaOH. По своим физическим свойствам раствор электролита мало отличался от воды. Коэффициент массоотдачи определялся по формуле $\beta = I / (nFS C_0)$, где I — предельный диффузионный ток датчика, А; n — число электронов, участвующих в электрохимической реакции (для феррицианидной системы $n = 1$); F — число Фарадея, $F = 96\,500$ Кл/моль; S — площадь датчика, м²; C_0 — концентрация активных ионов $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ в растворе, моль/м³. Для определения коэффициента диффузии использовалась зависимость [11]

$$\frac{\mu D}{T} = (2,34 + 0,14\Gamma_0) \cdot 10^{-15}.$$

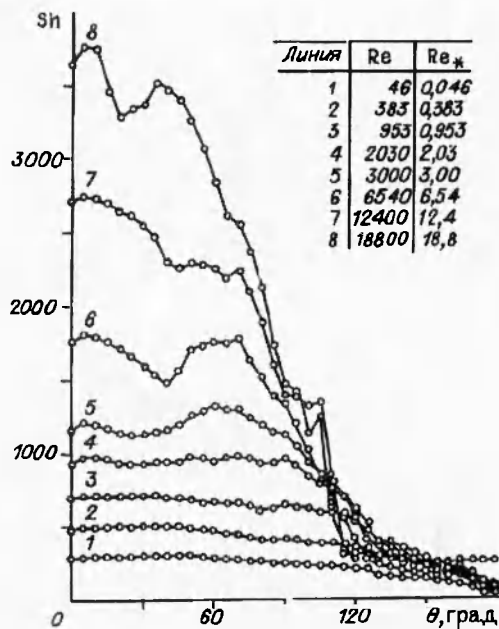
Здесь $\Gamma_0 = 0,5 \sum_{i=1}^n Z_i C_i$ — ионная сила раствора; Z_i — зарядность ионов, входящих в состав электролита; C_i — их концентрация в растворе, моль/м³.



Р и с. 2



Р и с. 1

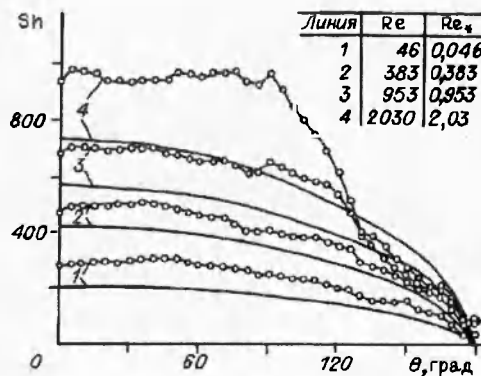


Р и с. 3

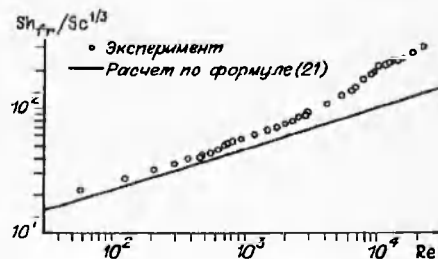
по выражению (20). Вплоть до $Re = 2U_{\infty}R/\nu \sim 600$ наблюдается удовлетворительное согласие измеренных величин с расчетными. При дальнейшем росте Re имеют место превышение измеренных значений над расчетными в передней части цилиндра ($0 < \theta < 90^\circ$) и практически постоянная интенсивность массоотдачи в кормовой области ($90^\circ < \theta < 180^\circ$). Последнее явление связано с возникновением сзади цилиндра зоны возвратных течений [10] под действием инерционных сил. Мера их влияния — отношение характерной величины конвективных членов $\rho U_{\infty}^2/(2R)$ (в уравнении (4) они отброшены) к масштабу силы сопротивления в ячейке Хил — Шоу $\mu U_{\infty}/h^2$ (см. (4)), т.е. число Рейнольдса

$$Re_* = \frac{U_{\infty} h^2}{2\nu R} = Re \left(\frac{h}{2R} \right)^2,$$

значения которого указаны на рис. 3, 4 наряду с обычным числом Рейнольдса Re . Для условий данного эксперимента $Re_* = 10^{-3} \cdot Re$, и, таким обра-



Р и с. 4



Р и с. 5

Вязкость электролита определялась вискозиметром ВПЖ-3, концентрация ионов $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ — спектрофотометром, температура раствора — с помощью термопары, а электрический ток — микроамперметром. Расход жидкости контролировался системой ротаметров, которые предварительно тарировались. Диапазон исследованных чисел Рейнольдса Re в установке определялся в конечном счете соотношением скорости подвода ионов к поверхности и скорости химической реакции. При больших числах Рейнольдса качество вольт-амперных характеристик ухудшается.

Обсуждение экспериментальных результатов. На рис. 3 приведены экспериментально измеренные распределения коэффициента массоотдачи по поверхности цилиндра. На рис. 4 они сопоставлены с рассчитанными



Рис. 6

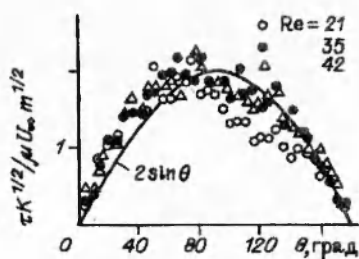


Рис. 7

зом, отклонение величины массоотдачи от полученных выше расчетных формул происходит при $Re_* = 0,6$.

Приведенные на рис. 5, 6 ($Sc = \nu/D$ — число Шмидта) экспериментальные результаты по массоотдаче в лобовой точке и средней массоотдаче также отклоняются от расчетных зависимостей при $Re_* = 0,6$. Таким образом, значение $Re_* = 0,6$ ограничивает диапазон применимости приведенных выше решений осредненных уравнений переноса в ячейке Хил — Шоу.

Для иллюстрации аналогии процессов переноса в пористой среде и ячейке Хил — Шоу сравним расчетные зависимости (23)—(26) с экспериментальными измерениями трения и массоотдачи на поперечном обтекаемом цилиндре в зернистом слое, проведенными с помощью электродиффузионного метода [12, 13]. В экспериментах использовались цилиндр диаметром $2R = 50$ мм и стеклянные частицы диаметром $d_p = 3,2$ мм. Проницаемость зернистого слоя вычислялась по формуле Кармана — Козени

$$K = \frac{m^3 d_p^2}{180(1-m)^2}$$

при пористости $m = 0,4$ для хаотической упаковки шаров [14].

На рис. 7 приведены экспериментальные данные [12] по распределению безразмерного касательного напряжения трения по поверхности цилиндра

$$\bar{\tau} = \frac{\tau K^{1/2}}{\mu U_{\infty} m^{1/2}}$$

для разных скоростей фильтрации в сравнении с его теоретическим значением $2\sin\theta$ (линия) согласно (23). На рис. 8 представлен средний коэффициент трения

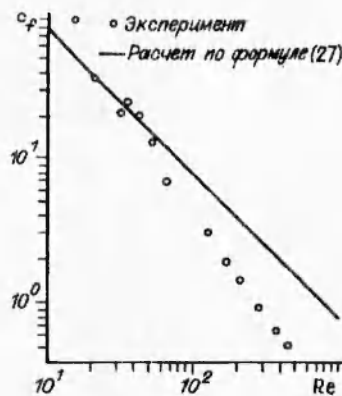
$$c_f = \frac{2\bar{\tau}}{\rho_f U_{\infty}^2} = \frac{2}{\pi \rho_f U_{\infty}^2} \int_0^{\pi} \tau(\theta) d\theta$$

в сравнении со следующей из (23) расчетной зависимостью

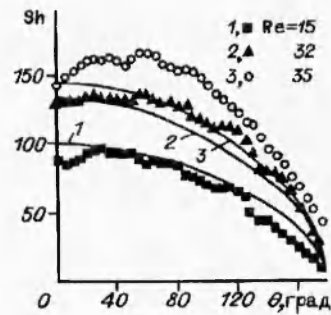
$$(27) \quad c_f = \frac{8}{\pi} \frac{\nu_f m^{1/2}}{U_{\infty} K^{1/2}} = \frac{8m^{1/2}}{\pi} (ReDa)^{-1},$$

где ρ_f, ν_f — плотность и вязкость жидкости; $m = 0,4$; $Da = 4,1 \cdot 10^{-6}$ для условий данных экспериментов.

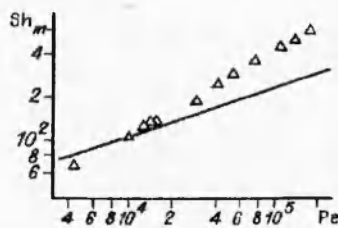
Как видно из этого графика, удовлетворительное совпадение расчета и эксперимента наблюдается до $Re = 2U_{\infty} R / \nu_f \approx 60$, после чего экспериментальные точки уходят вниз от теоретической зависимости; $Re \approx 60$ в условиях данных опытов соответствует числу Рейнольдса по диаметру зерна $Re_p = U_{\infty} d_p / \nu_f \approx 3$. При таких значениях Re_p происходит перестройка режима течения в зернистом слое: режим медленного фильтрационного течения Дарси сменяется инерционным режимом с возникновением под



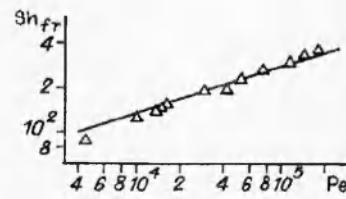
Р и с. 8



Р и с. 9



Р и с. 10



Р и с. 11

действием нарастающих инерционных сил отрывных зон в потоке жидкости между зернами [15].

Ввиду отсутствия экспериментальной информации об эффективном коэффициенте диффузии нами принято для него выражение

$$(28) \quad D_{ef} = 3,0D_f,$$

где D_f — коэффициент диффузии жидкости.

Согласование приведенных на рис. 9 результатов измерений локального коэффициента массоотдачи с рассчитанными по формулам (24), (28) (линии 1—3) также можно считать удовлетворительным до значений $Re \approx 40$ ($Re_p \approx 2$), при которых происходит отклонение экспериментальных данных [13] от расчетных. Аналогичная картина имеет место в поведении среднего коэффициента массоотдачи (рис. 10, где точки — результаты эксперимента [13], линия — расчет по формулам (26), (28)).

Как видно, отклонение от расчетных зависимостей имеет место примерно при тех же значениях Re_p , что и для трения. При этом происходит интенсификация массопереноса при переходе к инерционному режиму течения в зернистом слое по сравнению с режимом фильтрации Дарси.

Измеренный коэффициент массоотдачи в лобовой точке цилиндра удовлетворительно согласуется с расчетом по (25), (28) (линия) во всем диапазоне скоростей фильтрации, как видно из рис. 11 (точки — результаты эксперимента [13]). Это связано с малыми скоростями движения жидкости в ее окрестности и, следовательно, более поздним переходом к инерционному режиму течения.

Таким образом, проведенный анализ экспериментальных данных по массообмену поперечно обтекаемого цилиндра в зернистом слое и ячейке Хил — Шоу показал наличие аналогии между этими двумя процессами до $Re_p \approx 2 \div 3$ в зернистом слое и $Re_* \approx 0,6$ в узкой щели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бувевич Ю.А., Казенин Д.А. Предельные задачи о переносе тепла или массы к цилиндру и сфере, погруженным в инфильтруемый зернистый слой // ПМТФ. — 1977. — № 5. — С. 94—102.
2. Brinkman H.C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles // Appl. Scient. Res. — 1947. — V. A1, N 1. — P. 27—34.
3. Мухин В.А., Смирнова Н.Н. Исследование процессов тепломассообмена при фильтрации в пористых средах. — Новосибирск, 1978. — (Препр. / ИТ СО АН СССР; № 26—78).
4. Жак В.Д., Мухин В.А., Накоряков В.Е., Сафонов С.А. Распространение затопленной струи в узкой щели // ПМТФ. — 1985. — № 3. — С. 69—77.
5. Горин А.В., Хоруженко А.Г., Чупин В.М. Естественная конвекция от источника теплоты в узкой щели // Гидродинамика и тепломассообмен в неподвижных зернистых слоях / Сб. науч. тр. ИТ СО АН СССР. — Новосибирск, 1991. — С. 128—138.
6. Vorontsov S.S., Gorin A.V., Nakoryakov V.E. et al. Natural convection in a Hele — Shaw cell // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1991. — V. 34, N 3. — P. 703—709.
7. Швец М.Е. О решении одной задачи для уравнения параболического типа // ПММ. — 1954. — Т. 18, вып. 2. — С. 243—244.
8. Thompson B.W. Secondary flow in a Hele — Shaw cell // J. Fluid Mech. — 1968. — V. 31, pt 2. — P. 379—395.
9. Накоряков В.Е., Бурдуков А.П., Кашинский О.Н., Гешев П.И. Электродиффузионный метод исследования локальной структуры турбулентных течений. — Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1986.
10. Nakoryakov V.E., Zhak V.D., Safonov S.A. Flow in a Hele — Shaw cell at large velocities // Russian Journal of Engineering Thermophysics. — 1991. — V. 1, N 1. — P. 1—23.
11. Gordon S.L., Newman J.S., Tobias C.W. The role of ionic migration in electrolytic mass transport diffusivities of $\text{Fe}(\text{CN})_6^{3-}$ and $\text{Fe}(\text{CN})_6^{4-}$ in KOH and NaOH solutions // Ber. Buns. Gesel. Phys. Chemic. — 1966. — V. 70, N 4. — P. 414—420.
12. Мухин В.А., Воропаев А.А., Балугев В.В. Экспериментальное исследование поверхностного трения при поперечном обтекании цилиндра в зернистой среде // Гидродинамика и тепломассообмен в неподвижных зернистых слоях / Сб. науч. тр. ИТ СО АН СССР. — Новосибирск, 1991. — С. 14—21.
13. Накоряков В.Е., Мухин В.А., Балугев В.В., Воропаев А.А. Процессы переноса при поперечном обтекании цилиндра фильтрационным потоком в неподвижной зернистой среде // Там же. — С. 3—13.
14. Аэров М.Э., Тодес О.М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. — Л.: Химия, 1968.
15. Волков В.И., Мухин В.А., Накоряков В.Е. Исследование структуры течения в пористой среде // ЖПХ. — 1981. — № 4. — С. 838—842.

г. Новосибирск

Поступила 15/VII 1993 г.,
в окончательном варианте — 28/II 1994 г.

УДК 532.516

Д.Б. Рохлин

АСИМПТОТИКА ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ДВУМЕРНОЙ СРЕДЕ С МАЛОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Примем, что процесс распространения возмущений в вязкой среде описывается уравнением

$$P\zeta = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right) \zeta = f(x, y, t).$$

Это справедливо, в частности, для вязкого газа.

При $\epsilon = 0$ фундаментальное решение оператора P имеет особенность на фронте: