

Установим нелинейные особенности задачи в случае небольших значений n . Согласно (7.2), (7.3), при $r \rightarrow 1$ вне окрестностей тройных точек B_k, C_k ($k = 1, 2$)

$$P^{(1)} = P^{(1)}(1, \theta) + Q\rho^{1/2} + O(\rho^{3/2}), \quad \rho = 1 - r,$$

$$Q = 2\lambda \sin(\lambda\pi/2) \{ \sin \alpha_2 / [\cos \lambda(\theta - \alpha_1) + \cos(\lambda\pi/2)] - \sin \alpha_1 / [\cos \lambda(\theta - \alpha_1) - \cos(\lambda\pi/2)] \}.$$

Анализируя знак Q в зависимости от θ , заключаем, что на фиг. 5 фронты $A_k B_k, C_1 C_2$ являются слабыми ударными волнами, а фронты $B_1 B_2, C_k D_k$ — линиями слабого разрыва. Их положение и параметры в областях больших градиентов за ними, а также параметры в окрестностях тройных точек B_k, C_k могут быть определены по формулам из [4].

Поступила 25 I 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai A. The flow due to impulsive motion of a wedge and its similarity to the diffraction of shock wave.— J. Phys. Soc. Japan, 1955, vol. 10, N 3.
2. Strang W. J. A physical theory of supersonic aerofoils in unsteady flow.— Proc. Roy. Soc. London, 1948, vol. A195, N 1041.
3. Тузакаев Р. Я. Нестационарная задача о внезапном движении клина и конуса с до- и сверхзвуковой скоростями.— Учен. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 1.
4. Титаренко В. В. Нелинейный анализ течения, инициируемого внезапным движением клина.— ПМТФ, 1976, № 3.
5. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967.
6. Рауз Х. Механика жидкости. М.: Стройиздат, 1967.
7. Прандтль Л., Титъенс Л. Гидро- и аэромеханика. Т. 1. М.: ОНТИ, 1933.
8. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
9. Никольский А. А. О «второй» форме движения идеальной жидкости около обтекаемого тела (исследование отрывных вихревых потоков).— ДАН СССР, 1957, т. 116, № 2.
10. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1973.
11. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978.
12. Cheng H. K. Remarks on nonlinear lift and vortex separation.— J. Aeron. Sci., 1954, 21, N 3.
13. Судаков Г. Г. Расчет отрывного течения около тонкого треугольного крыла малого удлинения.— Учен. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 2.
14. Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В. Отраженные ударные голвы. М.: Машиностроение, 1973.

УДК 624.07 : 534.1

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ИЗГИБА БЕСКОНЕЧНЫХ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГИХ БАЛОК

В. П. Ястребов
(Ленинград)

Получение точных решений задач динамического изгиба балок, материал которых не подчиняется закону Гука, связано с большими математическими трудностями. При решении подобных задач используются приближенные методы. Например, в работе [1] динамический изгиб бесконечных нелинейно-упругих балок исследуется с помощью разложения решения в ряды на переменном интервале. Согласно [2, 3], при решении задач балка заменяется по длине цепочкой жестких участков, соединенных между собой шарнирами, в которых

сосредоточены упругие или пластические элементы, имеющие осредненные по длине каждого участка характеристики.

В данной работе получено точное решение об изгибе физически нелинейной бесконечной балки под действием сосредоточенных воздействий. Материал балки подчиняется степенной зависимости между кривизной и изгибающим моментом. При получении этого решения использовано свойство автономности задачи [4, 5].

1. Рассматривается однородная призматическая балка, изгиб которой описывается уравнением

$$(1.1) \quad \partial^2 M / \partial x^2 + m \partial^2 w / \partial t^2 = q(x, t),$$

где x — координата, отсчитываемая вдоль балки; t — время; w — прогиб; M — изгибающий момент; m — погонная масса балки; $q(x, t)$ — погонная нагрузка.

Для возможности построения автономного решения при описании зависимости между кривизной балки и изгибающим моментом необходимо использовать наиболее простое соотношение, содержащее минимальное число размерных величин. Такому условию удовлетворяет степенная зависимость [6]

$$(1.2) \quad M = M_0 (|\partial^2 w / \partial x^2|)^\mu \operatorname{sign} (\partial^2 w / \partial x^2),$$

где μ — задаваемый показатель степени; M_0 — размерная константа. Две вертикальные черты обозначают модуль, а символ sign — знак соответствующей величины.

Автономное решение уравнений (1.1) и (1.2) ищется в виде

$$(1.3) \quad w = w_* t^\alpha \varphi(\xi);$$

$$(1.4) \quad M = M_* t^\delta \psi(\xi),$$

где α, δ — неизвестные пока показатели степени; w_*, M_* — размерные коэффициенты; $\varphi(\xi), \psi(\xi)$ — безразмерные функции безразмерной переменной ξ .

Переменная ξ в автономном решении имеет вид [4]

$$(1.5) \quad \xi = x / (2bt^\beta),$$

где β — показатель степени; b — размерная постоянная. Значения β и b определяются ниже. Множитель 2 в знаменателе взят для удобства последующих преобразований.

Для возможности построения автономного решения правая часть уравнения (1.1) должна быть задана в виде

$$(1.6) \quad q = q_* t^\omega f(\xi),$$

где q_* — размерная константа; ω — показатель степени; $f(\xi)$ — безразмерная функция переменной ξ .

Значения (1.3), (1.4) подставляются в уравнения (1.1) и (1.2) с учетом зависимости (1.6). При дифференцировании учитывается зависимость переменной ξ от t и x .

Получаем

$$(1.7) \quad \psi'' + m w_* M_*^{-1} (2b)^2 t^{\alpha-2-\delta+2\beta} \left[\beta^2 \xi^2 \varphi'' - \beta(2\alpha - \beta - 1) \xi \varphi' + (\alpha - 1) \alpha \varphi \right] = q_* M_*^{-1} (2b)^2 t^{\omega-\delta+2\beta} f(\xi);$$

$$(1.8) \quad \psi = M_0 M_*^{-1} [w_* (2b)^{-2}]^\mu t^{\mu(\alpha-2\beta)-\delta} |\varphi''|^\mu \operatorname{sign} \varphi''.$$

В этих уравнениях штрихами показано дифференцирование по переменной ξ . Уравнения (1.7) и (1.8) не должны в явном виде содержать t . Поэтому все показатели степени при t необходимо приравнять нулю:

$$(1.9) \quad \alpha - 2 - \delta + 2\beta = 0, \quad \mu(\alpha - 2\beta) - \delta = 0;$$

$$(1.10) \quad \omega - \delta + 2\beta = 0.$$

Если поперечная нагрузка q отсутствует, то три неизвестных показателя степени связаны лишь двумя уравнениями (1.9). Третье уравнение может быть получено из дополнительного, например граничного, условия.

Отметим, что начальные и граничные условия в автомодельном решении не могут быть произвольными. Например, если $q(x, t) = 0$, то может быть взято лишь одно граничное условие, имеющее независимую размерность. Остальные условия при этом должны иметь размерности, зависящие от размерностей ранее введенных величин, или быть нулевыми. Если же $q(x, t) \neq 0$, то все остальные условия должны иметь зависимые размерности или быть нулевыми. Ниже приведены соответствующие примеры. Изложенные соображения определяют круг задач, которые могут иметь автомодельные решения. Сюда относятся, в частности, задачи изгиба бесконечных балок, возбуждаемых кинематическим или силовым воздействием в сечении $x = 0$, при нулевых начальных условиях. Бесконечные балки не имеют характерного линейного размера и подчиняются нулевым граничным условиям на бесконечности, т. е. имеют минимальное число размерных констант, что существенно для построения автомодельного решения.

2. Рассмотрим изгиб бесконечной балки под действием силы P , приложенной в сечении $x = 0$,

$$(2.1) \quad P = P_* t^\lambda,$$

где P_* — размерный коэффициент; λ — заданный показатель степени. Распределенная нагрузка $q(x, t)$ в уравнении (1.1) полагается равной нулю.

Выражая перерезывающую силу через (2.1), получаем

$$\partial M / \partial x = 0,5 P_* t^\lambda.$$

Подставляем сюда (1.4)

$$(2.2) \quad \psi'(0) = 0,5 P_* 2b M_*^{-1} t^{\lambda - \delta + \beta}.$$

Полученное выражение не должно зависеть от времени. Это дает третье условие для определения неизвестных показателей степеней

$$(2.3) \quad \lambda - \delta + \beta = 0.$$

Решая совместно (1.9) и (2.3), получаем

$$(2.4) \quad \alpha = 2[1 + 2\mu + \lambda(1 + \mu)](1 + 3\mu)^{-1};$$

$$(2.5) \quad \beta = [2\mu - (1 - \mu)\lambda](1 + 3\mu)^{-1};$$

$$(2.6) \quad \delta = 2\mu(1 + 2\lambda)(1 + 3\mu)^{-1}.$$

Теперь может быть установлено значение коэффициента b в (1.5). Из (1.5) следует размерность

$$(2.7) \quad [b] = LT^{-\beta},$$

где L , T — соответственно обозначения размерностей длины и времени. Составляем комбинацию указанной размерности из размерных параметров

$$(2.8) \quad M_0, m, P_*.$$

Получаем с учетом (2.5)

$$(2.9) \quad b = (M_0 P_*^{\mu-1} m^{-\mu})^{1/(1+3\mu)}.$$

Найдем коэффициенты w_* и \bar{M}_* , входящие в (1.3) и (1.4). Их размерность определяется формулами

$$(2.10) \quad [w_*] = LT^{-\alpha}, [M_*] = KL^2 T^{-2-\delta}.$$

где K — обозначение размерности массы. Из параметров (2.8), учитывая соотношения (2.4), (2.6), можно составить комбинации, соответствующие данным размерностям. Значения числовых множителей в w_* и M_* могут быть взяты произвольными, поскольку они могут объединяться с неизвестными пока функциями $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$ или выноситься из них. Значение числовых множителей выбирается из удобства последующих преобразований. Учитывая это, возьмем w_* и M_* в виде

$$(2.11) \quad w_* = 4 (M_0^{\lambda+2(1-\alpha)} P_*^{-2+\alpha(3+\mu)} m^{-\lambda-\alpha(1+\mu)})^{1/[\lambda(3+\mu)+2(1+\mu)]};$$

$$(2.12) \quad M_* = P_* b = P_* (M_0 P_*^{\mu-1} m^{-\mu})^{1/(1+3\mu)},$$

где α определяется (2.4).

Подставляя (2.11) и (2.12) в уравнения (1.7) и (1.8) с учетом (1.9), получаем следующую систему уравнений:

$$(2.13) \quad \psi'' + r [\beta^2 \xi^2 \varphi'' - \beta(2\alpha - \beta - 1)\xi \varphi' + (\alpha - 1)\alpha \varphi] = 0, \\ \psi = s |\varphi''|^{\mu} \text{sign } \varphi''.$$

В этой системе $r = 16$, $s = 1$, а коэффициенты α и β связаны с задаваемыми величинами λ и μ зависимостями (2.4) и (2.5).

Полученная система уравнений должна интегрироваться при граничных условиях, вытекающих из граничных условий рассматриваемой задачи. Если балка бесконечна и находится под действием силы в сечении $x = 0$, то должны выполняться условия

$$(2.14) \quad \varphi' = 0, \psi' = 1 \text{ (при } \xi = 0), \varphi \rightarrow 0, \varphi' \rightarrow 0 \text{ (при } \xi \rightarrow \infty).$$

Первое условие вытекает из равенства нулю угла поворота под силой, второе — из выражения (2.2), в которое подставлены значения (2.9) и (2.12). Третье условие следует из равенства нулю прогиба и его производной при удалении на бесконечность.

Были выполнены числовые расчеты на ЭЦВМ «Мир-2» изгиба балки под действием силы (2.1), меняющейся по закону единичной функции ($\lambda = 0$), при $\mu = 1/3$. Система уравнений интегрировалась методом редукции к задаче Коши [7]. Метод заключается в том, что на левом конце балки ($\xi = 0$) наряду с двумя известными граничными условиями (2.14) приближенно задаются еще два условия (для φ и ψ) и решается задача Коши. По величине незамыкания решения в правой части балки (при достаточно больших значениях ξ) корректируется величина граничных условий для φ и ψ на левом конце. Расчет повторяется до тех пор, пока функция φ не будет достаточно малой со своей производной при достаточно больших значениях ξ .

На фиг. 1 по результатам расчетов построены графики функций

$$\varphi = w (w_* t^{5/3})^{-1}, \psi = M (M_* t^{1/3})^{-1}$$

для $\lambda = 0$ и $\mu = 1/3$ (сплошные кривые), характеризующие прогиб и изгибающий момент в нелинейной балке, а также аналогичные графики

$$\varphi = w (w_* t^{3/2})^{-1}, \psi = M (M_* t^{1/2})^{-1}$$

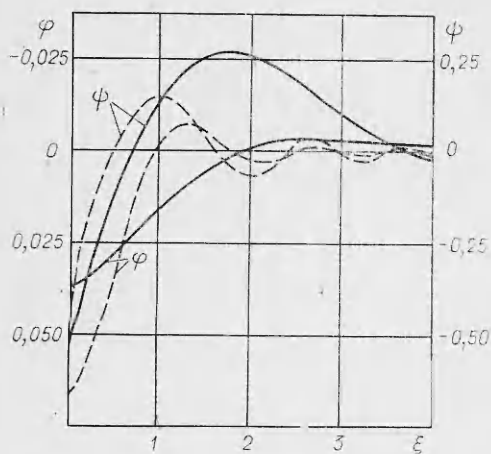
для балки с линейными упругими свойствами $\mu = 1$ (штриховые линии).

3. Рассмотрим изгиб бесконечной балки при задании в сечении $x = 0$ кинематического условия

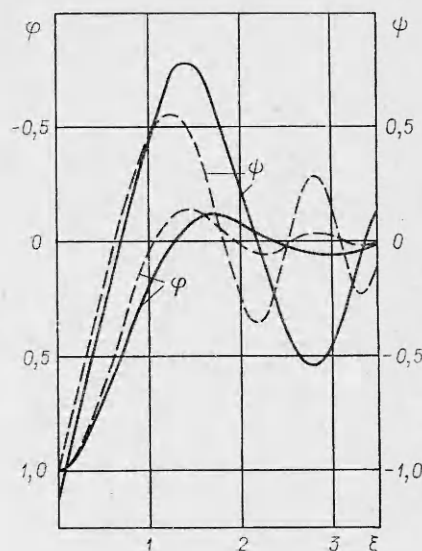
$$(3.1) \quad v = v_* t^{\nu},$$

где v — скорость; v_* — размерная константа; ν — задаваемый показатель степени.

Решение по-прежнему ищется в виде (1.3), (1.4), переменная ξ имеет структуру (1.5). В этом случае остаются справедливыми уравнение (1.7)



Ф и г. 1



Ф и г. 2

при равной нулю правой части и уравнение (1.8), а также соотношения (1.9), связывающие показатели степени α , β , δ , μ . Дополнительное уравнение для показателей степени получается из условия (3.1) при подстановке в него производной по t от (1.3). Приравнявая выражение

$$\partial w / \partial t = w_* t^{\alpha-1} [\alpha \varphi(\xi) - \beta \xi \varphi'(\xi)]$$

условию (3.1) при $\xi = 0$, получаем

$$(3.2) \quad \varphi(0) = v_* (w_* \alpha)^{-1} t^{v-\alpha+1}.$$

Функция φ не должна в явном виде зависеть от времени в автомодельном решении, поэтому

$$(3.3) \quad v - \alpha + 1 = 0.$$

Уравнения (1.9) и (3.3) позволяют выразить все показатели степеней через известные величины μ и v :

$$(3.4) \quad \alpha = v + 1, \beta = 0,5 [2 - (v + 1)(1 - \mu)](1 + \mu)^{-1}, \delta = 2\mu v(1 + \mu)^{-1}.$$

Размерные константы w_* , M_* и b должны быть выражены через комбинации размерных параметров M_0 , m , v_* . Учитывая размерности (2.7), (2.10) и соотношения (3.4), можно представить эти константы в виде следующих комбинаций:

$$(3.5) \quad b = (M_0 m^{-1} v_*^{\mu-1})^{1/(2+2\mu)},$$

$$(3.6) \quad w_* = v_*, \quad M_* = (M_0 m^\mu v_*^{2\mu})^{1/(1+\mu)}.$$

При подстановке этих значений в (1.7) и (1.8) получается система уравнений, имеющих вид (2.13), в которых $r = 4$, $s = 4^{-\mu}$, а коэффициенты α и β определяются формулами (3.4).

Система уравнений была проинтегрирована по методу редукции к задаче Коши [7] при $v = 0$ и $\mu = 1/3$ для граничных условий

$$(3.7) \quad \varphi = 1, \varphi' = 0 \text{ (при } \xi = 0), \varphi \rightarrow 0, \varphi' \rightarrow 0 \text{ (при } \xi \rightarrow \infty).$$

Первое условие в (3.7) вытекает из (3.2) при подстановке значений w_* (3.6) и α (3.4). Остальные условия имеют такой же смысл, как и аналогичные условия в (2.14).

По результатам расчетов на фиг. 2 построены графики функций

$$(3.8) \quad \varphi = w(w_*t)^{-1}, \quad \psi = MM_*^{-1}$$

для $\nu = 0$ и $\mu = 1/3$ (сплошные линии) и для линейного случая $\mu = 1$ (штриховые линии). В (3.8) величины w_* и M_* определяются формулами (3.6).

4. Анализ полученных результатов проводится путем сопоставления решения нелинейной задачи с наиболее изученным линейным случаем изгиба балок ($\mu = 1$). Результаты линейного решения можно найти в [2, 8]. В данной работе числовые результаты линейной задачи получены также численным интегрированием уравнений (2.13) при $\mu = 1$ по программе, составленной для общего нелинейного случая. Для целей исследования использовавшиеся выше переменные неудобны. Например, величина переменной ξ (1.5) будет зависеть от μ через посредство величины (2.9) и иметь разное значение для линейного и нелинейного случаев при всех одинаковых исходных параметрах (2.8) и фиксированных значениях x, t . Кроме того, трудно сравнивать жесткостные характеристики балок, используя только зависимость (1.2).

В дальнейшем будет использоваться другая форма записи выражения (1.2). На фиг. 3, представляющей зависимость между кривизной и моментом M , дана общая точка A , через которую проводятся все кривые степенных зависимостей вида (1.2), соответствующие разным значениям μ . Точка A соответствует некоторый изгибающий момент M_1 и кривизна k (фиг. 3). Наличие общей точки A позволяет сравнивать жесткости балок при различных значениях μ в одинаковых диапазонах изменения изгибающего момента и кривизны. Например, в диапазоне $\partial^2 w / \partial x^2 \in [0; k]$ балка при $\mu = 1/3$ оказывается более жесткой, чем линейная балка ($\mu = 1$). При $\partial^2 w / \partial x^2 \in [k; \infty]$ имеет место обратная картина.

Коэффициент M_0 связан с введенными величинами формулой

$$(4.1) \quad M_0 = M_1 k^{-\mu} = M_1^{1-\mu} D^\mu,$$

где D — жесткость на изгиб балки с линейными упругими свойствами, равная произведению модуля нормальной упругости на момент инерции поперечного сечения. Используя величины M_1, D , можно преобразовать переменную ξ к виду

$$(4.2) \quad \xi = 0,5x_1\tau_1^{-2\mu/(1+3\mu)};$$

$$(4.3) \quad \xi = 0,5x_2a^{1/(1+\mu)}\tau_2^{-1/2},$$

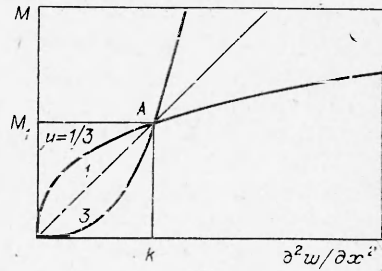
где $x_1 = xP_*M_1^{-1}$; $\tau_1 = P_*^2M_1^{-2}\sqrt{Dmt}$; $x_2 = xM_1D^{-1}$; $\tau_2 = \nu_*M_1D^{-1}t$; $a = \nu_*M_1^{-1}\sqrt{Dm}$. Формула (4.2) соответствует заданию силы (2.1) при $\lambda = 0$, формула (4.3) — скорости (3.1) при $\nu = 0$.

Перестроим графики фиг. 1 в новых координатных осях, откладывая соответственно по оси абсцисс и осям ординат величины

$$\xi_1 = 0,5x_1\tau_1^{-1/2}, \quad \varphi_* = wP_*^2D(4M_1^3\tau_1^{3/2})^{-1}, \quad \psi_* = M(M_1\tau_1^{1/2})^{-1}.$$

В новых осях (фиг. 4, 5) штриховые линии, соответствующие линейному случаю, будут фиксированы, в то время как сплошные кривые для нелинейного случая будут менять свои очертания в зависимости от времени. Графики свидетельствуют о том, что при силовом воздействии в начальный период движения (τ_1 мало) прогиб под силой меньше, а изгибающий момент больше в нелинейной балке. При этом деформации более интенсивно распространяются по длине нелинейной балки. С увеличением времени ($\tau_1 > 32$) картина меняется. У нелинейной балки деформации ста-

новятся более локальными, т. е. прогибы под силой растут быстрее, а область, охватываемая существенными деформациями начинает расширяться медленнее, чем в линейном случае. При этом изгибающий момент растет медленнее, чем у линейной балки. Такой характер деформации может быть объяснен тем, что для рассматриваемого случая $\mu = 1/3 < 1$ в начальный период движения при малых деформациях жесткость нелинейной балки оказывается больше, чем у линейной, а в последующие моменты с ростом деформаций ее жесткость существенно падает (см. фиг. 3).



Ф и г. 3

При анализе деформаций балки при задании в сечении $x = 0$ скорости (3.1), изменяющейся по закону единичной функции ($v = 0$), отмечаем, что изгибающий момент в сечении $x = 0$ при любом μ нарастает мгновенно до некоторого значения, не меняющегося в течение последующего времени. Дальнейший анализ можно было бы провести, перестроив графики фиг. 2 следующим образом: по оси абсцисс отложить величину

$$(4.4) \quad \xi_2 = 0,5x_2 a^{1/2} \tau_2^{-1/2},$$

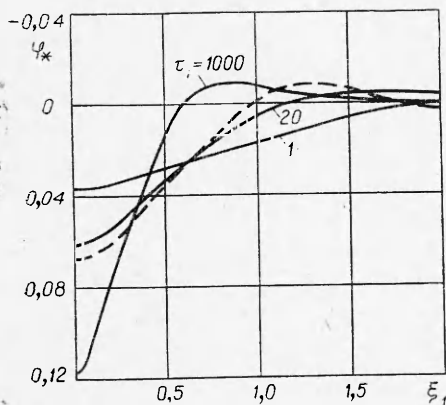
а по осям ординат

$$(4.5) \quad w (DM_1^{-1} \tau_2)^{-1} = \varphi, \quad M (v_* \sqrt{Dm})^{-1} = \psi a^{(\mu-1)/(1+\mu)},$$

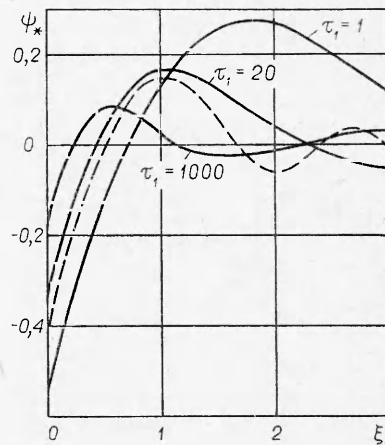
где φ и ψ — функции, построенные на фиг. 2. Координата ξ_2 связана со старой координатой ξ (4.3) зависимостью

$$(4.6) \quad \xi = \xi_2 a^{(1-\mu)/(2+2\mu)}.$$

Можно видеть, что в линейном случае ($\mu = 1$) новые графики величин (4.5) в точности совпали бы со штриховыми линиями фиг. 2. Для нелинейной балки кривая φ , характеризующая прогиб w (4.5) в новой координатной системе, имеет такие же ординаты, как и сплошная линия на фиг. 2, однако масштаб по оси абсцисс будет изменен в соответствии с (4.6). График величины $\psi a^{(\mu-1)/(1+\mu)}$, характеризующей изгибающий момент (4.5), для нелинейной балки будет иметь измененный по сравнению с фиг. 2 масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат, причем характер изменения масштаба в большую или меньшую сторону зависит от величины безразмерного параметра a , который может быть меньше или больше



Ф и г. 4



Ф и г. 5.

единицы. С течением времени все линии не будут менять свою форму \bar{x} в рассматриваемой координатной системе.

Параметр a пропорционален скорости. Для больших скоростей при $\mu < 1$ максимальное значение момента (при $x = 0$) в нелинейной балке может оказаться меньше, чем в линейном случае. Для ограниченных скоростей при $\mu < 1$ соотношение между максимальными моментами изменяется в другую сторону. Для рассчитанного случая нелинейной балки при $\mu = 1/3$ граничное значение параметра a , при котором максимальный момент в нелинейной балке становится равным моменту в линейном случае, определяется величиной $a = 1,31$.

Заметим, что графики на фиг. 2 можно рассматривать как графики, построенные в координатных осях (4.4) и (4.5) для $a = 1$.

Рассмотрим возможность построения автомодельных решений бесконечных балок при других видах граничных условий. Пусть в сечении $x = 0$ наряду с силой (2.1) действует также сосредоточенный момент

$$(4.7) \quad M = 2M_2 t^\kappa,$$

где M_2 и κ — соответственно заданные постоянная и показатель степени. Этот момент уравнивается изгибающими моментами правой и левой частей балки от сечения $x = 0$. Приравнявая половину момента (4.7) выражению (1.4), получаем для $\xi = 0$

$$(4.8) \quad \psi = M_2 M_*^{-1} t^{\kappa - \delta}, \quad \text{откуда} \quad (4.9) \quad \kappa - \delta = 0.$$

Условие (4.8) заменит при решении задачи первое условие в (2.14).

Размерность M_2 совпадает с размерностью M_* и соответственно может быть выражена через размерности ранее введенных величин (2.8). Таким образом, автомодельное решение можно построить, учитывая зависимость размерности вводимого параметра M_2 и, кроме того, удовлетворяя равенству (4.9), устанавливающему жесткую зависимость условия (4.7) от времени через показатель степени κ . Аналогичным образом могут быть введены другие дополнительные ненулевые граничные условия.

Рассмотрим случай $q(x, t) \neq 0$ в (1.1). Автомодельное решение может быть получено при нулевых начальных и граничных условиях. В сечении $x = 0$ могут быть введены также ненулевые граничные условия, зависящие от времени. Эта зависимость выражается степенной функцией, показатель которой уже предопределен и будет выражаться через заданные показатели μ и ω . Соответственно размерность константы (множителя) перед этой степенной функцией будет зависеть от размерностей величин m , M_0 , q_* .

Таким образом, использование свойств автомодельности позволяет исследовать достаточно широкий круг вопросов о динамическом изгибе бесконечных балок из нелинейно-упругого материала.

Поступила 7 V 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Слепян Л. И. Исследование нестационарных деформаций с помощью рядов, определенных на переменном интервале. — Изв. АН СССР. Механика, 1965, № 4.
2. Дикович И. Л. Динамика упруго-пластических балок. Л.: Судпромгиз, 1962.
3. Семишев Л. Н. О динамическом расчете некоторых нелинейных систем. — В сб.: Экспериментальные и теоретические исследования искусственных сооружений. Хабаровск, 1977.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.
5. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
6. Лукаш П. А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978.
7. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы. Ч. II. М.: Наука, 1977.
8. Лурье А. И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. М.—Л.: Гостехиздат, 1951.