

следующие параметры возмущений: $k = 157$, $a_0 = 0$, $v_{00} = 0,078$, $g = 1$, a_0 — начальная амплитуда возмущения. Параметр $2kv_{00}^2/g = 1,91$, что свидетельствует с учетом ненулевой плотности легкой жидкости о «медленном» искажении профиля и, следовательно, применимости уравнений (2.14), (2.15) для этого случая. В [6] задавалось $k = 0,6545$, $a_0 = 0$, $v_{00} = 3,272$, $g = 1$. Тогда $2kv_{00}^2/g = 14$, что соответствует «быстрому» искажению профиля, поэтому в уравнении для «струй» (2.15) использовалось $(\gamma_+ - 1)\dot{b}^2 = 2v_{00}^2 - \dot{b}^2$, $\gamma_- = 1$.

На рис. 1—4 приведены зависимости амплитуд «струй» (сплошные) и «пузырей» (штриховые линии) от времени. Сравнение амплитуд возмущений, рассчитанных по МТН, с соответствующими величинами, полученными в двумерных расчетах [6, 7], показывает, что они удовлетворительно согласуются между собой. На рис. 2—4 приводятся также результаты расчетов ТН по эвристической модели [11], которые в целом несколько хуже согласуются с расчетами [6, 7].

Предлагаемая модель тейлоровской неустойчивости в отличие от [11] не содержит феноменологических констант и пригодна для оценок роста возмущений как для «медленного», так и для «быстрого» искажения профиля возмущений в широком диапазоне ρ/ρ_* .

ЛИТЕРАТУРА

1. Lewis D. J. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II.— Proc. Roy. Soc. London, 1950, v. A202, N 1068.
2. Ферми Э. Научные труды. М., 1972, т. 2.
3. Garabedian P. R. On steady state bubbles generated by Taylor instability.— Proc. Roy. Soc. London, 1957, v. A241, N 1226.
4. Биркгоф Г. Неустойчивость Гельмгольца и Тейлора.— В кн.: Гидродинамическая неустойчивость. М.: Мир, 1964.
5. Layzer D. On the instability of superposed fluids in a gravitational field.— Astrophys. J., 1955, v. 122, N 1.
6. Harlow F. H., Welch J. E. Numerical study of large amplitude free-surface motion.— Phys. Fluids, 1966, v. 9, N 5.
7. Daly B. J. Numerical study of two fluid Rayleigh — Taylor instability.— Phys. Fluids, 1967, v. 10, N 2.
8. Анучина Н. Н., Бахрах С. М., Забродин А. В. и др. Исследования по гидродинамической неустойчивости границы раздела двух сред.— В кн.: Исследование гидродинамической устойчивости с помощью ЭВМ/Под ред. К. И. Бабенко. М.: ИИМ, 1981.
9. Волосевич П. П., Гамалий Е. Г. и др. Двумерные эффекты при лазерном сжатии стеклянных оболочек.— Письма в ЖЭТФ, 1976, т. 24, вып. 5.
10. Freeman J. R., Clauser M. J., Thompson S. L. Rayleigh — Taylor instabilities in inertial-confinement fusion targets.— Nuclear Fusion, 1977, v. 17, N 2.
11. Baker L., Freeman J. R. Heuristic model of nonlinear Rayleigh — Taylor instability.— J. Appl. Phys., 1981, v. 52, N 2.

Поступила 10/VIII 1984 г.

УДК 536.24 : 532.529.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЙ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРИСТЕННЫХ ГАЗОВЫХ ЗАВЕС И ИХ УПРАВЛЕНИЯ

Н. Н. Кортиков, Ю. А. Смирнов
(Ленинград)

Защита твердых тел от высокотемпературных газовых потоков — актуальная проблема современной техники. Аэродинамическая защита осуществляется с помощью газовых завес. Один из основных способов организации такой завесы — вдув холодного газа через щели в начальном сечении защищаемой поверхности [1]. Задача расчета заключается в определении закона изменения температуры поверхности тела в области газовой завесы. Существующие методы расчета пристенных газовых завес подразде-

ляются на три основных направления в зависимости от используемой физической модели [2]: модель свободной турбулентной струи; двухслойная схема течения с закономерностями полуограниченных турбулентных струй; течение в пограничном слое с газовыми завесами, определяемое закономерностями пристенной турбулентности. Наиболее простым оказался метод, основанный на использовании интегральных соотношений пограничного слоя и асимптотических условий, когда вследствие турбулентного перемешивания при $x \rightarrow \infty$ происходит выравнивание температуры внутри пограничного слоя [3]. В этих условиях между толщинами потерь импульса и энергии существует предельное соотношение, которое не может полностью отразить влияние начальных условий и предистории потока.

Выражения для эффективности охлаждения строятся с помощью интерполяционных формул вида $\eta = (1 + \eta_{x \rightarrow \infty}^a)^b$, где a, b — константы, $\eta_{x \rightarrow \infty}$ — значение эффективности, полученное на основе закономерностей развития пограничного слоя вдали от места выдува. Модель пристенной струи учитывает поведение процессов смешения вблизи устья сопла [4]. Исследования турбулентного пограничного слоя в пристенных струях проведены во многих теоретических и экспериментальных работах [5—7]. Большинство теоретических работ основано на совместном решении уравнений турбулентной струи и пограничного слоя, нарастающего на плоской стенке, различие заключается в способе задания профилей скорости и законов сопротивления. При изучении течений около криволинейных поверхностей замечены расхождения между экспериментальными данными и расчетами, проводимыми с помощью интегрального уравнения Кармана, не учитывающего кривизну поверхности в явном виде. В [8, 9] отмечается, что влияние кривизны поверхности на течение в полуограниченной струе и эффективность пристенной газовой завесы во многом зависят от активного или консервативного воздействия центробежных массовых сил.

В данной работе разрабатывается метод расчета течения и теплообмена на адиабатной криволинейной поверхности, основанный на асимптотическом продолжении метода интегральных соотношений теории турбулентных пристенных струй вдали от места выдува. Указанные предельные случаи соответствуют условиям перестройки немоного профиля скорости, который имеет место вблизи устья сопла, в течение, характерное для развитого пограничного слоя [7]. Такой подход позволяет построить метод расчета пристенной газовой завесы с учетом начальных условий истечения, при этом расчетные выражения для эффективности пленочного охлаждения выводятся на основе интерполяционных формул.

1. Постановка задачи. Адиабатическая криволинейная поверхность с газовой завесой. Рассматривается квазиизотермическое течение турбулентной пристенной струи. Считается, что физические свойства газа в данном интервале температур постоянные. Основной поток газа имеет скорость u_0 и температуру T_0 . Через щелевой насадок высотой s выдувается тот же газ со средней скоростью в выходном сечении u_s и температурой T_s . На начальном участке $0 < x < x_s$ криволинейная поверхность соприкасается только с газом завесы и, следовательно, имеет во всех точках температуру $T_w = T_s$ (рис. 1). С сечения $x = x_s$ начинает развиваться тепловой пограничный слой вследствие перемешивания завесы с основным потоком. Уравнения квазистационарного турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости на криволинейной поверхности постоянной кривизны (при пренебрежении нормальными компонентами турбулентных напряжений) принимают вид [10]

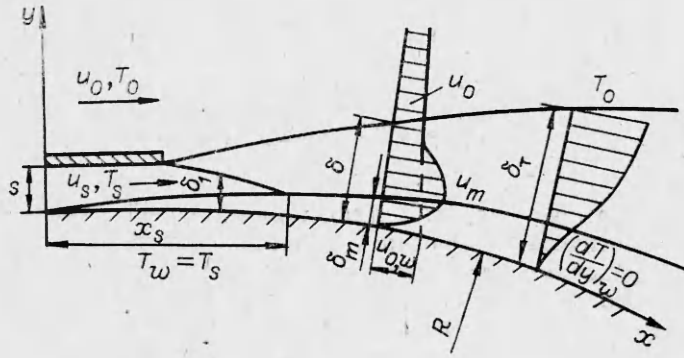
$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{kv}{1+ky} = 0;$$

$$(1.2) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{kvu}{1+ky} = - \frac{1}{1+ky} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{2k\tau}{(1+ky)\rho};$$

$$(1.3) \quad \frac{ku^2}{1+ky} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \tau = -\rho \langle u'v' \rangle + \mu(1+ky) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{1+ky} \right);$$

$$(1.4) \quad u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + (1+ky)v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left[(1+ky) \frac{\partial q}{\partial y} + 2kq \right].$$

Здесь u, v — проекции скорости на оси x, y соответственно; координата x отсчитывается от среза сопла и направлена по касательной к поверхности, ось y — по нормали к ней; p — давление; $\vartheta = T - T_0$ — избыточная температура; T — температура в пограничном слое; T_w, T_0 — температура стенки и газа вдали от криволинейной поверхности; τ и q — выражения для суммарного напряжения трения и теплового потока; $k = 1/R$ — кривизна поверхности; R — радиус кривизны; ρ — плот-



Р и с. 1

ность газа. Единственная компонента завихренности в плоском движении — ее проекция на направление z , перпендикулярное плоскости движения $\zeta_z = -\partial u/\partial y - ku/(1 + ky)$. Граничными условиями являются нулевая завихренность в спутном потоке, а также условия прилипания и адиабатичности ограничивающей стенки.

$$(1.5) \quad \begin{aligned} u = v = 0, T = T_{ад,w} \text{ при } y = 0, \\ u_0(1 + ky) = u_{0,w}, T = T_0 \text{ при } y \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

где $u_0(x, y)$ можно рассматривать как распределение скорости в потенциальном течении при обтекании криволинейной поверхности; $u_{0,w}(x)$ — значение скорости u_0 на стенке (см. рис. 1); $T_{ад,w}$ — температура стенки при адиабатных условиях.

Поле течения струи можно разбить на основной участок с двумя характерными областями по ширине струи δ, δ_m , в пределах которого наблюдается аффинность скоростных и температурных профилей, и начальный — с ядром постоянных скоростей и температур [6] (см. рис. 1). Метод «стыковки» основывается на приближении пограничного слоя конечной толщины и интегральных соотношений импульсов и энергии, записанных для пристенного пограничного слоя со скоростью u_m на его внешней границе и струйной области завесы [10]. Интегрируя уравнения движения и теплообмена (1.2)—(1.4) от поверхности ($y = 0$) до точек с ординатами $y = \delta_m, \delta$ с учетом уравнения неразрывности (1.1), получим систему интегральных соотношений вида

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\int_{\delta_m}^{\delta} (u^2 h^2 - u_{0,w}^2) u dy \right] = - \frac{2}{\rho} \int_{\delta_m}^{\delta} \tau h^2 \frac{\partial}{\partial y} (hu) dy - \\ - \frac{2}{R} \int_{\delta_m}^{\delta} u \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{\delta}^y u^2 dy \right) dy - (u_m^2 - u_{0,w}^2) \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u dy; \end{aligned}$$

$$(1.7) \quad \begin{aligned} (1 + \delta_m/R) \frac{d}{dx} \int_{\delta_m}^{\delta} u^2 dy - u_{0,w} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u dy + u_m (1 + \delta_m/R) \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u dy + \\ + u_{0,w}^2 \frac{d\delta}{dx} \frac{\delta}{R} - u_m^2 \frac{d\delta_m}{dx} \frac{\delta_m}{R} - u_{0,w} \frac{du_{0,w}}{dx} \left[(\delta - \delta_m) - \frac{\delta^2 - \delta_m^2}{2R} \right] = 0; \end{aligned}$$

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u^2 dy - u_m \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u dy + u_m^2 \frac{d\delta_m}{dx} \frac{\delta_m}{R} - u_{0,w} \frac{\delta_m}{R} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u dy - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -u_{0,w} \frac{\delta_m}{R} \frac{du_{0,w}}{dx} (\delta - \delta_m) - u_{0,w} \frac{d^2 u_{0,w}}{dx^2} (\delta_m - \delta_m^2/2R) = -\frac{\tau_w}{\rho}; \\
 (1.9) \quad & \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \rho u (T - T_0) dy = 0.
 \end{aligned}$$

Интегральное соотношение (1.6) представляет собой изменение потока избыточной кинетической энергии пристенной струи на криволинейной поверхности в зависимости от мощности поверхностных сил турбулентного трения, массовой (центробежной) силы и сил вязкостного трения. Оно получено путем умножения уравнения движения (1.2) на функцию uh и последующего интегрирования по толщине струйной области пристенной струи, где $h = 1 + y/R$ — коэффициент Ламэ [10]. Выражение (1.9) характеризует условие сохранения избыточного теплосодержания в пристенной струе при наличии адиабатной поверхности. В дальнейшем считается, что толщины гидродинамического и теплового пограничных слоев приближенно равны ($\delta_T = \delta$) [4].

Метод интегральных соотношений [5], применяемый для решения системы (1.6)—(1.9), предполагает использование закона сопротивления и полуэмпирического подхода для определения турбулентного напряжения трения

$$(1.10) \quad \tau_w / \rho u_m^2 = A (u_m \delta_m / \nu)^{-m}, \quad \tau = k \rho (\delta - \delta_m) (u_m - u_0) \frac{\partial u}{\partial y}$$

($A = 0,00833$, $m = 2/13$, $k = 0,011$) и представление профилей скорости в пристенной и струйной областях выражениями вида

$$(1.11) \quad u/u_m = \begin{cases} P(\varphi), & \varphi = y/\delta_m \text{ при } 0 \leq y \leq \delta_m, \\ Q(\zeta), & \zeta = (y - \delta_m)/(\delta - \delta_m) \text{ при } \delta_m \leq y \leq \delta. \end{cases}$$

Кривизна поверхности и скорость спутного потока слабо влияют на относительный профиль скорости в струе как в пристенной, так и в струйной части [11], поэтому в работе принимается закон «одной двенадцатой» $P(\varphi) = (y/\delta_m)^{1/12}$ и профиль Шлихтинга $Q(\zeta) = (1 - \zeta^{3/2})^2$ [6]. «Глубина» охлаждения адиабатной стенки пристенной газовой завесой определяется эффективностью охлаждения $\eta = (T_0 - T_{ад,w})/(T_0 - T_s)$. Используя уравнения сохранения избыточного теплосодержания (1.9), выражения для профилей скорости (1.11) и условие линейности изменения температуры внутри пограничного слоя на адиабатичной поверхности (справедливых, строго говоря, вдали от места вдува при $x \rightarrow \infty$), эффективность охлаждения $\eta_{x \rightarrow \infty}$ можно представить в виде [4]

$$(1.12) \quad \eta_{x \rightarrow \infty} = \left[\frac{12 - \bar{u}_m \bar{\delta}_m}{13 \bar{u}_m \bar{\delta}_m} \left(1 - \frac{13 \bar{\delta}_m}{25 \bar{\delta}} \right) + \frac{9}{28} \frac{(\bar{\delta} - \bar{\delta}_m)^2}{\bar{\delta}} + \frac{5}{28} \frac{(\bar{\delta} - \bar{\delta}_m)^4}{m \bar{\delta}} \right]^{-1},$$

где $\bar{u}_m = u_m/u_s$; $\bar{\delta}_m = \delta_m/s$; $\bar{\delta} = \delta/s$; $m = u_s/u_0$. Вдали от места вдува избыточная максимальная скорость струи $\varepsilon = |u_m - u_0|$ стремится к нулю, что соответствует переходу от системы (1.6)—(1.8) к системе интегральных соотношений, справедливых в общем случае только при $x \rightarrow \infty$. Такой переход при больших числах Рейнольдса $Re_s = u_s s/\nu$ в системе (1.6)—(1.9) позволяет получить предельные законы смешения для внешней (струйной) области пристенной струи. Использование одновременно двух предельных переходов ($Re_s \rightarrow \infty$, $x \rightarrow \infty$) предполагает выполнение условия $Re_x \rightarrow \infty$.

2. Газовая завеса на адиабатной пластине ($R = \infty$, $u_0 = \text{const}$). Предельные законы смешения. Выражения для определения протяженности начального участка x_s и толщины струи в конце начального участка представлены в [4]. На основном участке интегральные соотношения (1.6)—(1.8) для внутренней и внешней областей пристенной струи, используя

профили скоростей $P(\eta)$ и $Q(\xi)$, закон сопротивления и формулу Прандтля (1.10), преобразуем к виду

$$(2.1) \quad \frac{d}{dx} [(a_1 u_0 + a_2 \epsilon) l] + \epsilon c_1 \frac{d}{dx} (u_m \delta_m) = 0;$$

$$(2.2) \quad \frac{d}{dx} [(2a_1 u_0^2 + 3a_2 u_0 \epsilon + a_3 \epsilon^2) l] + \epsilon c_1 \frac{d}{dx} (u_m \delta_m) (u_m + u_0) + 2ka_4 \epsilon^3 = 0;$$

$$(2.3) \quad r \frac{dt}{d\xi} + c_3 t \frac{dr}{d\xi} = \frac{13}{15} c_3 r^{-2/13} t^2.$$

Здесь $t = u_m/u_s$; $r = (u_m \delta_m)/(u_s \delta_{m,s})$; $l = (u_m - u_0)(\delta - \delta_m)$;

$$a_i = \int_0^1 Q^i(\eta) d\eta \quad (i = 1, 2, 3); \quad c_j = \int_0^1 P^j(\eta) d\eta \quad (j = 1, 2);$$

$$a_4 = \int_0^1 [Q']^2 d\xi; \quad c_3 = 1 - c_1/c_2; \quad \xi = x/x_s.$$

Соотношения для внешней области (2.1), (2.2) при $\epsilon \rightarrow 0$ и фиксированном параметре $m = u_s/u_0$ можно упростить, применяя принцип линеаризации (пренебрегая слагаемыми порядка $O(\epsilon^2)$ и выше) и считая, что толщина внутренней области δ_m много меньше толщины струи δ :

$$(2.4) \quad \frac{d}{dx} [l(a_1 u_0 + a_2 \epsilon)] \rightarrow 0, \quad \frac{d}{dx} [l(2a_1 u_0^2 + 3a_2 u_0 \epsilon)] \rightarrow 0.$$

Это соответствует условию постоянства потока избыточного импульса и кинетической энергии для внешнего слоя полуограниченной струи

$$(2.5) \quad \frac{d}{dx} \int_{\delta_m}^{\delta} u(u - u_0) dy \rightarrow 0, \quad \frac{d}{dx} \int_{\delta_m}^{\delta} u(u^2 - u_0^2) dy \rightarrow 0$$

при $\epsilon \rightarrow 0$ и фиксированном значении параметра вдува m . Решение линеаризованной системы (2.4) свидетельствует об отсутствии смещения на основном участке пристенной струи, когда толщина внешней области остается без изменения и равной ее толщине в конце начального участка струи

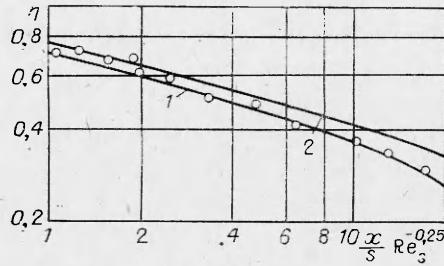
$$(2.6) \quad u_m = u_s (\epsilon = \epsilon_s), \quad \delta - \delta_m = (\delta - \delta_m)_s.$$

Тенденция к стабилизации развития внешней области пристенной струи (2.6) экспериментально подтверждается данными [6] и выполняется тем точнее, чем ближе значения скоростей смешивающихся потоков. Для пристенного пограничного слоя уравнение импульсов (2.3) с учетом (2.6) преобразуется к виду

$$(2.7) \quad \frac{dr}{d\xi} = \frac{13}{15} r^{-2/13}$$

с начальным условием $r = 1$ при $\xi = 1$ и решением $\bar{\delta}_m = \bar{\delta}_{m,s} \xi^{13/15}$, где $\bar{\delta}_{m,s} = \delta_{m,s}/s$ — безразмерная толщина пристенного пограничного слоя в конце начального участка.

Интерполяционная формула для эффективности газовой завесы в виде рациональной степенной функции $\eta = (1 + 1/\eta_{x \rightarrow \infty})^{-1}$ применяется для ликвидации сингулярности при $x = 0$, имеющей место в выражении для эффективности вдали от места вдува $\eta_{x \rightarrow \infty}$, и в пределе при $x \rightarrow \infty$ переходит в выражение (1.12). Толщины внутренней и внешней областей, входящие в (1.12), определяются с помощью выражений (2.6) и решения уравнения (2.7). Возможность применения решений системы линеаризованных интегральных соотношений пристенной струи обусловливается сопоставлением результатов расчета эффективности струйного охлаждения с экспериментальными данными [2] (рис. 2). Расчеты (проведенные при $Re_s = 6000$, $m = 1,5$) показали, что настоящая теория дает хорошее



Р и с. 2

действия пристенного пограничного слоя и внешней области смешения завесы с основным потоком на начальном и основном участках и полнее учесть влияние предыстории потока на распределение температуры обтекаемой адиабатической пластины.

3. Газовая завеса на адиабатной пластине в градиентном спутном потоке ($R = \infty$, $u_0 = u_0(x)$). **Предельные законы смешения.** К настоящему времени накоплен достаточно обширный экспериментальный материал по исследованию влияния положительного и отрицательного градиентов давления основного потока на эффективность газовой завесы [2, 3], вместе с тем отсутствуют надежные методы расчета. Оставаясь в рамках прежней модели газовой завесы — пристенной турбулентной струи, метод расчета турбулентных струй в градиентном спутном потоке в пределах основного участка построим на основе полиномиальной аппроксимации профиля турбулентных напряжений [10], что требует численной реализации полученных уравнений движения. В данной работе применяется метод интегральных соотношений, позволяющий найти решение в квадратурах для начального и основного участков. В пределах начального участка существует потенциальное ядро (см. рис. 1), характеризующееся постоянством полного давления, что приводит на основании уравнения Бернулли к условию постоянства разности квадратов скоростей источника и основного потока в любой точке начального участка [5]. С использованием профилей скоростей (1.11) уравнения (1.6)—(1.8) интегрируются в замкнутом виде и позволяют получить выражения для характерных толщин пристенной струи в пределах начального участка

$$(3.1) \quad y_2 = \delta - \delta_1 = \left[\int_0^x \frac{b_3}{b_1} \exp \left(\int_0^x \frac{b_2}{b_1} dx \right) dx \right] \exp \left[\int_0^x \frac{b_2}{b_1} dx \right];$$

$$(3.2) \quad \bar{\delta}_m = 0,188 \text{Re}_s^{-2/15} \left[\int_0^x \bar{u}_s^{7/2}(x) dx \right]^{13/15} \bar{u}_s^{-19/6},$$

где $\bar{\delta}_1$ — ордината внешней границы потенциального ядра пристенной струи (см. рис. 1);

$$b_1 = (u_s - u_0)^3 a_3 + (u_s - u_0)^2 (2u_0 - u_s) a_2 - u_0 (u_s - u_0) a_1;$$

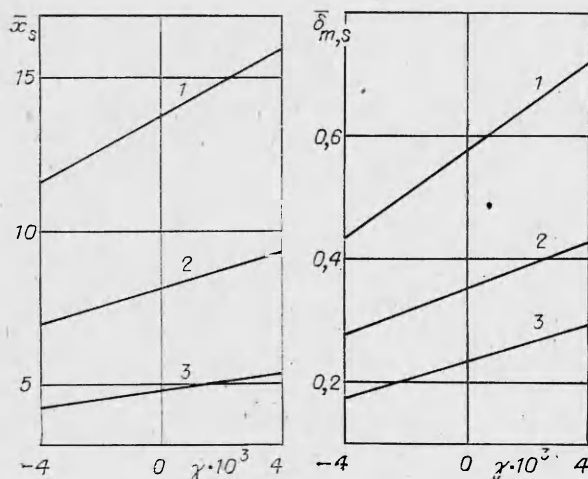
$$b_2 = \frac{d}{dx} [(u_s - u_0)^3 a_3 + (u_s - u_0)^2 (u_0 - 2u_s) a_2 + u_s (u_s - u_0)^2 a_1];$$

$$b_3 = -2k(u_s - u_0)^3 a_4; \quad \bar{u}_s(x) = u_s / u_{s,0}.$$

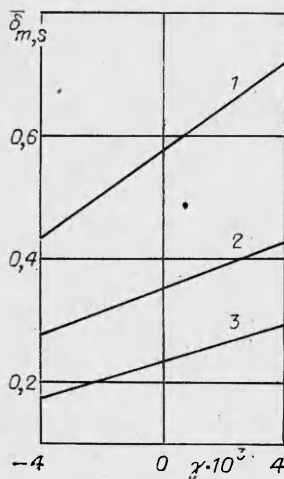
Здесь в качестве масштаба для скорости вдува принимается значение на срезе сопла $u_{s,0}$. Длина начального участка находится из условия $\delta_1 = \delta_m = \delta_{m,s}$, на основании которого получим интегральное уравнение для определения x_s . Необходимо отметить, что (3.1) — универсальное выражение как для свободной, так и для пристенной струи, причем отпадает необходимость решения интегрального уравнения типа Вольтерра второго рода [5]. Численные расчеты проведены при задании изменения скорости спутного потока в виде линейной зависимости $u_0(x) = u_{0,0}(1 + \gamma x)$, где $u_{0,0}$ — значение скорости спутного потока в сечении

совпадение с экспериментом в диапазоне $1 < \frac{x}{s} \text{Re}_s^{-0.25} < 20$ (кривая 1).

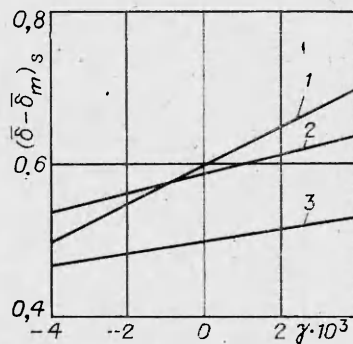
Расчеты по модели развившегося пристенного турбулентного пограничного слоя [2] дают несколько завышенные значения эффективности (кривая 2). В отличие от других методов расчета эффективности газовой завесы [2] данный подход позволяет раздельно изучать особенности взаимодействия



Р и с. 3



Р и с. 4



Р и с. 5

рис. 3 показано, что конфузурность спутного потока приводит к увеличению длины начального участка, диффузурность — к уменьшению. Кривые 1—3 соответствуют значениям безразмерной скорости $\bar{u}_{0,0} = u_{0,0}/u_{s,0} = 1,25; 1,5; 1,75$. Аналогичное качественное поведение длины начального участка x_s в зависимости от продольного градиента давления получено для свободных струйных течений [5]. Расчеты также показали увеличение толщины пристенного пограничного слоя в конце начального участка с увеличением параметра γ (рис. 4), то же имеет место и для толщины внешней области (рис. 5). Обозначения кривых на рис. 4 и 5 те же, что на рис. 3.

В пределах основного участка, используя асимптотический подход к решению интегральных соотношений (1.6), (1.7), для внешнего слоя пристенной струи получим

$$(3.3) \quad \frac{d}{dx} \int_{\delta_r}^{\delta} u(u^2 - u_0^2) dy \rightarrow 0, \quad \frac{d}{dx} \int_{\delta_m}^{\delta} u(u - u_0) dy + \frac{du_0}{dx} \int_{\delta_m}^{\delta} (u - u_0) dy \rightarrow 0$$

при $\varepsilon \rightarrow 0$ и фиксированном m . Решение системы (3.3) представляется в виде предельных законов смешения, определяющих поведение слоя смешения внешней области пристенной турбулентной струи:

$$(3.4) \quad \varepsilon = \varepsilon_s \frac{u_{0,0}}{u_0(x)}, \quad \delta - \delta_m = (\delta - \delta_m) \frac{2a_1 u_{0,0} + 3a_2 \varepsilon_s}{2a_1 u_0 + 3a_2 \varepsilon}$$

Линеаризованное уравнение импульсов для внутренней области аналогично (2.7) приводится к виду

$$\frac{dr}{d\xi} = \frac{13}{15} \frac{1}{J} tr^{-2/13}, \quad J = \int_0^1 \bar{u}_s^{7/2}(x) d\bar{x}$$

с начальным условием $r = 1$ при $\xi = 1$ и решением

$$(3.5) \quad r = \left[1 + \left(\int_1^{\xi} t d\xi \right) / J \right]^{13/15}$$

Расчеты пристенной газовой завесы с использованием (3.4), (3.5) и интерполяционной рациональной формулы, применяемой в п. 2 для определения эффективности струйного охлаждения, показали, что наличие градиента скорости в спутном потоке практически не сказывается на эффективности заградительного охлаждения в пределах основного участка.

4. Газовая завеса на криволинейной цилиндрической поверхности ($R = \text{const}$, $u_0 = u_0(x)$). Асимптотические законы смещения. Кривизна линий тока в плоскости со сдвигом приводит к изменениям структуры турбулентности в пограничном слое: возле выпуклой поверхности турбулентность потока уменьшается (консервативное действие центробежных сил), а на вогнутой — возрастает [7]. Учет соответствующего изменения интенсивности импульса и тепла производится либо введением коэффициента Момина — Обухова в выражение для пути смещения, либо введением дополнительной относительной функции Кутателадзе — Леонтьева [3, 10]. Учет продольной кривизны поверхности особенно существен при расчете пристенных струй на искривленных поверхностях, и расчет может быть построен на основе интегрального соотношения Кармана [8]. С применением асимптотической теории смещения проведен анализ слагаемых, стоящих в правых частях интегральных соотношений (1.6)—(1.8) для $u_0 = \text{const}$. Мощность поверхностных сил трения и интегралы, учитывающие кривизну поверхности в явном виде, становятся пренебрежимо малыми:

$$(4.1) \quad \int_{\delta_m}^{\delta} \tau h^2 \frac{\partial}{\partial y} (uh) dy \sim O(\varepsilon^3) \rightarrow 0, \quad \frac{1}{R} \int_{\delta_m}^{\delta} u dy \sim u_{0,w} \frac{1}{R} \frac{d}{dx} (\delta - \delta_m) \rightarrow 0,$$

$$\frac{1}{R} \int_{\delta_m}^{\delta} u \frac{\partial}{\partial x} \int_{\delta}^y u^2 dy \sim \frac{1}{R} u_{0,w}^3 \frac{d}{dx} (\delta - \delta_m) \rightarrow 0$$

при $Re_x \rightarrow \infty$ и фиксированном m .

Для оценки последних двух интегралов в (4.1) используются результаты для внешней области пристенной струи на плоской стенке (2.6), отмечающие постоянство толщины внешнего слоя при асимптотических условиях. Применение (2.6) при проведении оценок не приводит к большой погрешности, так как проводятся операции с членами $O[(\delta/R)^2]$. При $\delta_m \ll \delta$ соотношения для внешнего слоя пристенной струи на криволинейной поверхности записываются в виде (2.5), что позволяет для определения максимальной скорости и толщины внешнего слоя применять выражения (2.6). В рамках асимптотического приближения определение толщины пристенного пограничного слоя сводится к интегрированию уравнения типа

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u^2 dy - u_m \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u dy + u_m^2 \frac{d\delta_m}{dx} \frac{\delta_m}{R} - u_{0,w} \frac{d\delta_m}{R} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_m} u dy + \tau_w/\rho = 0,$$

которое аналогично (2.7) приводится к виду

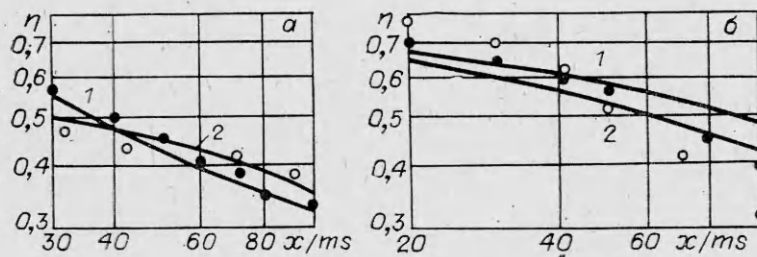
$$(4.2) \quad \left[1 - \frac{91}{6} \frac{\delta_{m,s}}{R} \left(1 - \frac{12}{13} \frac{u_{0,w}}{u_0} \right) r \right] \frac{dr}{d\xi} = \frac{13}{15} r^{-2/13}.$$

Согласно методу аналитической реализации, предложенному в [8], решением (4.2) в случае начальных условий $r = 1$ при $\xi = 1$ будет выражение

$$(4.3) \quad r = \left[\left[\xi - \frac{65}{8} \frac{\delta_{m,s}}{R} \left(1 - \frac{12}{13} \frac{u_{0,w}}{u_0} \right) \right] \left[1 - \frac{65}{8} \frac{\delta_{m,s}}{R} \left(1 - \frac{12}{13} \frac{u_{0,w}}{u_0} \right) \xi^{13/15} \right] \right]^{13/15},$$

где $\bar{u}_0 = u_{0,w}/s$.

Влияние кривизны поверхности определяется особенностями нарастания пристенного пограничного слоя на криволинейной поверхности, и линейная постановка задачи не позволяет в (4.1) учесть действие массовых сил на турбулентные характеристики внешнего слоя пристенной струи. Выражение (4.3) показывает, что характер влияния кривизны поверхности зависит от разности в круглых скобках. Если $u_{0,w} < u_m$, т. е. скорость вдува больше скорости основного потока, толщина пристенного



Р и с. 6

пограничного слоя на выпуклой поверхности больше, чем на вогнутой. При этом эффективность завесного охлаждения, согласно (1.12), должна быть меньше при $m > 1$ на выпуклой поверхности и больше на вогнутой по сравнению с пластиной. Такое различие в динамике действия центробежных сил объясняется их стабилизирующим действием на вогнутой поверхности и дестабилизирующим на выпуклой [9]. Когда параметр вдува меньше единицы ($u_{0,w} > u_m$), влияние кривизны поверхности носит обратный характер — эффективность газовой завесы выше на выпуклой поверхности и ниже — на вогнутой. Таким образом, для повышения эффективности завесного охлаждения на криволинейной поверхности необходимо на выпуклой поверхности реализовать выдув охладителя со скоростями, меньшими, чем скорость спутного потока; для вогнутой поверхности параметр вдува должен быть больше единицы.

Вышесказанное является основой гидродинамического управления эффективностью пристенных газовых завес на криволинейной поверхности. Расчеты эффективности струйного охлаждения, проведенные с помощью выражений (2.6), (4.3) и интерполяционной формулы (п. 2 и 3), показали удовлетворительное согласование с экспериментальными данными [9]. На рис. 6, а, б темные точки означают выпуклую поверхность, светлые — вогнутую. Следует отметить, что расчеты при $m = 1,19$ (рис. 6, а) согласуются с экспериментом на большем диапазоне изменения параметра $x/(ms)$, чем при $m = 0,61$ (рис. 6, б), — от 30 до 100 в первом случае и от 30 до 60 — во втором. Это объясняется тем, что при $m > 1$ завеса сохраняет струйный характер на большем расстоянии от устья сопла и, следовательно, лучше описывается теорией, построенной на струйных закономерностях. В указанных диапазонах максимальное расхождение расчетов с экспериментом не превышает 10%. Отчетливо видно также влияние кривизны поверхности: эффективность охлаждения на выпуклой поверхности (кривые 1) меньше, чем на вогнутой (кривые 2), при $m > 1$ и больше при $m < 1$. Полученные выражения, справедливые вблизи сопла, есть дополнение к зависимости Кутателадзе — Леонтьева, которая наилучшим образом совпадает с экспериментальными данными при $x/(ms) > 60$ [1]. Вследствие того что протяженность начального участка в пристенных струях меньше, чем в свободных, в расчетах принималось, что параметры начального участка при струйном обтекании криволинейной поверхности идентичны характеристикам начального участка пристенной струи на пластине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое/Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1964.
2. Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы. Новосибирск: Наука, 1983.
3. Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы.— Изв. СО АН СССР, 1983, сер. техн. наук, вып. 1.
4. Кортиков Н. Н. Метод расчета заградительного охлаждения на основе предельных законов смешения турбулентных пристенных струй.— В кн.: Структура турбулентных течений. Минск: ИТМО АН БССР, 1982.
5. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969.

6. Сакипов З. Б. Теория и методы расчета полуограниченных струй и настильных факелов. Алма-Ата: Наука, 1978.
7. Launder В. Е., Rodi W. The turbulent wall jet.— Prog. Aerospace Sci., 1981, v. 18, N 2—4.
8. Кортиков Н. Н. Расчет сопротивления и теплоотдачи полуограниченных струй с помощью интегрального соотношения Кармана.— ТВТ, 1980, т. 18, № 4.
9. Локай В. И., Шукин А. В., Хайрутдинов Р. М. Экспериментальное исследование эффективности пленочного охлаждения криволинейных поверхностей.— Изв. вузов. Авиационная техника, 1978, № 23.
10. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.
11. Луцкевич Р. Б., Цыганюк А. И. Исследование пристенных криволинейных течений.— В кн.: Судостроение. Киев — Одесса, 1981, № 30.

Поступила 30/VIII 1984 г.

УДК 534.132 : 532.526.5 : 533.6.011.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ В ОТРЫВНОЙ ЗОНЕ СВОБОДНОЙ КАВЕРНЫ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ ПОТОКА

В. И. Запьягаев
(Новосибирск)

Стационарная структура течения в области между двумя телами, одно из которых находится в следе другого, рассматривалась в [1, 2]. Такая конфигурация отрывной области, согласно [3], классифицируется как свободная каверна. О характере пульсационных явлений в течениях подобного типа можно сделать предположения, проведя аналогию между течением в свободной каверне и пульсациями в выемках, которые рассмотрены как на осесимметричных [4, 5], так и на плоских моделях [6—9] при различной скорости внешнего потока. Теоретические исследования пульсационных явлений в полости, выполненные на основе использования фазовых соотношений для акустических волн в полости и волн, распространяющихся в слое сдвига, приведены в [5, 10, 11]. В линейной постановке решена задача о возбуждении пульсаций в прямоугольной полости для дозвуковых течений с применением результатов расчета устойчивости сдвигового слоя [12]. Решение задачи о пульсациях в полости при сверхзвуковой скорости потока в двумерной постановке путем численного решения уравнений Навье — Стокса приводится в [11].

В данной работе показаны результаты экспериментального исследования пульсаций давления в осесимметричной свободной каверне при числе Маха потока $M_\infty = 2,05$. Наблюдалось два характерных типа пульсаций (высокочастотные и низкочастотные) в зависимости от геометрических параметров модели. Физическая картина высокочастотных пульсационных явлений иллюстрируется линейной одномерной теорией, которая позволяет вычислить значения собственных частот пульсаций.

1. Экспериментальное исследование проведено в аэродинамической трубе Т-333, метрологические характеристики которой приведены в [13]. Схема модели показана на рис. 1, где 1 — стальной конус с углом полураствора 10° , закрепленный на ромбовидной державке с диаметром донного среза $d = 40$ мм; 2 — плоские сменные преграды с относительным диаметром $D/d = 1,0; 1,28; 2,0$, которые располагались соосно с конусом; 3 — пьезодатчик пульсаций давления ЛХ-601, установленный в центре преграды. Расстояние l от донного среза до преграды изменялось за счет перемещения преграды в диапазоне $\bar{l} = 2l/d = 0,1—5,0$.

Исследование проведено при следующих параметрах потока: $M_\infty = 2,05$; число Рейнольдса, вычисленное по диаметру донного среза конуса, $Re_d = 1,71 \cdot 10^6$; температура торможения потока $T_0 = 261$ К; статическое давление в набегающем потоке $p_\infty = 0,343 \cdot 10^5$ Н/м². Неравномерность поля чисел Маха $< 1\%$ [13]. Число Рейнольдса по длине конуса равно $4,84 \cdot 10^6$, что больше критического значения, при котором происходит переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный ($Re^* \approx 3 \cdot 10^6$ [14]). Это позволяет считать пограничный слой на конусе вблизи торца турбулентным.

Диапазон измеряемых частот пьезодатчика ЛХ-601 с предварительным усилителем равен 0,02—20 кГц. Калибровка пьезодатчика произво-