$k = 0$, где не было отмечено резкого изменения аэродинамических характеристик, как в плоской теории [4]. При $\beta = 60°$ отличие результатов значительно, особенно в области небольших чисел Струхаля ($k \sim 0{,}5$), а с увеличением числа Струхаля влияние пространственности течения уменьшается.

Значения коэффициентов суммарной силы и силы в среднем сечении в рассмотренных примерах практически совпадают.

Поступила 19 VIII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ветчинкин В. П., Поляхов Н. Н.** Теория и расчет воздушного гребного винта. М., Оборонгиз, 1940.
2. **Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К.** Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М., «Наука», 1975.
3. **Самойлович Г. С.** Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М., «Наука», 1969.
4. **Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э.** Аэродинамика решеток в нестационарном потоке. Новосибирск, «Наука», 1971.
5. **Salaün P.** Pressions aérodynamiques instationnaires sur une grille annulaire en écoulement subsonique. Publ. ONERA, 1974, N 158.
6. **Namba M.** Lifting surface theory for unsteady flows in a rotating annular cascade. Symposium IUTAM on aeroelasticity in turbomachines. Papis, R. F. M., 1976, N spècial.
7. **Рябченко В. П.** Расчет пространственного обтекания лопаточного венца осевой турбомашины потенциальным потоком несжимаемой жидкости.— ПМТФ, 1979, № 2.

УДК 533.6.011.533.697

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ВАКУУМ ЧЕРЕЗ ПОЛУПРОНИЦАЕМЫЙ ЭКРАН

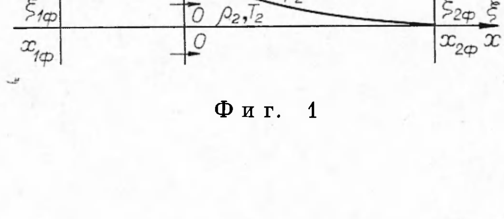
Г. И. Ганноченко

(*Москва*)

Методом теории подобия и размерностей решена задача о распределении параметров газа в волне разрежения при нестационарном истечении газа в вакуум через экран, обладающий гидродинамическим сопротивлением и отбирающий часть энергии газа.

Пусть плоскость $x = 0$ (фиг. 1) отделяет левое полупространство $x < 0$, заполненное идеальным газом с параметрами ρ_0, p_0, T_0 и уравнением состояния $p = \rho T$, от правого полупространства — вакуума *1* ($x > 0$).

В некоторый момент времени через расположенный в этой плоскости бесконечно тонкий экран *2*, обладающий гидродинамическим сопротивлением и отбирающий часть энергии потока, начинается истечение газа в вакуум. Влево от экрана (по невозмущенному газу) распространяется фронт волны разрежения *3*, вправо — граница расширяющегося газа *4*. Параметры течения в волне разрежения слева от плоскости $x=0$ имеют индекс 1, справа от этой плоскости—индекс 2.



Фиг. 1

Будем полагать, что удельный расход газа через экран зависит от перепада давления на экране следующим образом:

$$q = \alpha(p_{10} - p_{20}),$$

где p_{10}, p_{20} — давление газа на плоскости $x = 0$ слева и справа от экрана; α — коэффициент проницаемости экрана.

Уравнения газовой динамики для плоского одномерного нестационарного течения записываются в виде [1]

$$(1)\quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + v\frac{\partial\rho}{\partial x} + \rho\frac{\partial v}{\partial x} = 0,\quad \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{T}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} = 0,\quad \frac{\partial T}{\partial t} + v\frac{\partial T}{\partial x} + (\gamma - 1)\,T\frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

где $\rho(x, t)$, $v(x, t)$ и $T(x, t)$ — плотность, скорость и температура газа.

Параметрами, определяющими процесс истечения, будут плотность и температура невозмущенного газа ρ_0, кг/м^3, T_0, м^2/с^2, и коэффициент проницаемости экрана α, с/м, два из которых (ρ_0 и T_0) имеют независимую размерность (размерность α может быть выражена из размерности T_0). В связи с этим рассматриваемая задача относится к классу автомодельных задач [2] с одной независимой переменной

$$(2)\quad \xi = x/T_0^{1/2}t.$$

Распределения плотностей, скоростей и температур будем искать в функциях этой переменной

$$(3)\quad \rho = \rho_0 f(\xi),\quad v = T_0^{1/2}\varphi(\xi),\quad T = T_0\psi(\xi).$$

Подстановкой (3) с учетом (2) можно перейти от системы уравнений (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(4)\quad (\varphi - \xi)\frac{d\ln f}{d\xi} + \frac{d\varphi}{d\xi} = 0,\quad (\varphi - \xi)\frac{d\varphi}{d\xi} + \frac{d\psi}{d\xi} + \psi\frac{d\ln f}{d\xi} = 0,\quad (\psi - \xi)\frac{d\psi}{d\xi} + (\gamma - 1)\,\psi\frac{d\varphi}{d\xi} = 0.$$

Выразив $d\ln f/d\xi$ из первого уравнения системы (4), $d\psi/d\xi$ из третьего и подставив во второе, можно получить уравнение

$$\frac{d\varphi}{d\xi}\left[(\varphi - \xi)^2 - \gamma\psi\right] = 0,$$

нетривиальным решением которого является

$$(5)\quad \psi = \frac{1}{\gamma}(\varphi - \xi)^2.$$

Подстановка (5) в систему (4) позволяет определить все неизвестные функции:

$$(6)\quad f(\xi) = B\left(A - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\xi\right)^{\frac{2}{\gamma - 1}},\quad \varphi(\xi) = \frac{2}{\gamma + 1}\xi + A,\quad \psi(\xi) = \frac{1}{\gamma}\left(A - \xi\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)^2,$$

где A и B — константы интегрирования, определяемые граничными условиями в левом и правом полупространствах.

Рассмотрим вначале течение в левом полупространстве:

$$x_{1\text{ф}} \leqslant x \leqslant 0, \quad x_{1\text{ф}} = \xi_{1\text{ф}} T_0^{1/2} t,$$

где $x_{1\text{ф}}$ — координата фронта волны разрежения; $\xi_{1\text{ф}}$ — константа фронта, также определяемая из граничных условий.

На фронте волны разрежения $x = x_{1\text{ф}}$, $\xi = \xi_{1\text{ф}}$ плотность и температура газа достигают значений, соответствующих параметрам невозмущенного газа:

$$\rho(x_{1\text{ф}}, t) = \rho_0, \; T(x_{1\text{ф}}, t) = T_0.$$

При этом скорость газа равна нулю

$$v(x_{1\text{ф}}, t) = 0.$$

Следовательно, учитывая (6), имеем следующие граничные условия для левого полупространства:

$$\frac{2}{\gamma+1}\xi_{1\text{ф}} + A_1 = 0, \quad \frac{1}{\gamma}\left(A_1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi_{1\text{ф}}\right)^2 = 1, \tag{7}$$

$$B_1\left(A_1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi_{1\text{ф}}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} = 1.$$

Решая систему (7), получаем значения неизвестных констант

$$\xi_{1\text{ф}} = -\gamma^{1/2}, \; A_1 = \frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1}, \quad B_1 = \gamma^{-\frac{1}{\gamma-1}}. \tag{8}$$

Таким образом, с учетом (3), (5) и (8) искомые безразмерные распределения плотности, скорости и температуры для левого полупространства получаются из (6) путем подстановки констант A_1 и B_1 (8).

Теперь можно определить давление газа слева от экрана ($x = 0$, $\xi = 0$)

$$p_{10} = (\rho_1 T_1)|_{x=0} = \rho_0 T_0 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{9}$$

и расход газа через экран

$$q = (\rho_1 v_1)|_{x=0} = \rho_0 T_0^{1/2} \gamma^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \tag{10}$$

Рассмотрим течение газа в правом полупространстве

$$0 \leqslant x \leqslant x_{2\text{ф}} = \xi_{2\text{ф}} T_0^{1/2} t,$$

где $x_{2\text{ф}}$ — координата границы распространения газа; $\xi_{2\text{ф}}$ — константа этой границы. При $x = x_{2\text{ф}}$ плотность и температура газа равны нулю. Следовательно, учитывая (6), имеем

$$A_2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi_{2\text{ф}} = 0. \tag{11}$$

Расход газа через экран

$$q = (\rho_2 v_2)\,|_{x=0} = \rho_0 T_0^{1/2} B_2 A_2^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \tag{12}$$

По закону сохранения массы (10) и (12) должны быть равны, откуда следует

$$B_2 A_2^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} = \gamma^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \tag{13}$$

Давление газа справа от экрана

$$p_{20} = p_{10} - q/\alpha.$$

Следовательно, с учетом (9) имеем

$$B_2 A_2^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = \gamma\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} - \frac{\gamma^{3/2}}{\alpha T_0^{1/2}}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \tag{14}$$

Таким образом, неизвестные константы A_2, B_2 и $\xi_{2ф}$ могут быть определены из граничных условий (11), (13) и (14)

$$A_2 = \gamma^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right), \quad B_2 = \frac{\gamma^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\left[\gamma^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}}\right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}, \tag{15}$$

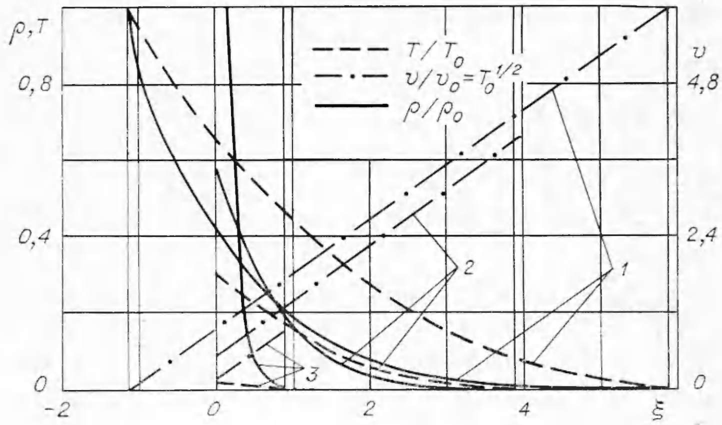
$$\xi_{2ф} = \frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma-1} - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right).$$

Искомые распределения безразмерных плотностей, скоростей и температур получаем путем подстановки A_2 и B_2 (15) в (6).

Окончательно распределения плотностей, скоростей и температур газа можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned}
\rho &= \rho_0 \gamma^{-\frac{1}{\gamma-1}}\left(\frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi\right)^{\frac{2}{\gamma-1}},\\
v &= T_0^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\xi + \frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1}\right),\\
T &= T_0\frac{1}{\gamma}\left(\frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi\right)^2,
\end{aligned}\right\} -\gamma^{1/2} \leqslant \xi \leqslant 0,$$

$$\left.\begin{aligned}
\rho &= \rho_0 \frac{\gamma^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\left(\gamma^{1/2}\frac{2}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \times\\
&\times\left(\frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi\right)^{\frac{2}{\gamma-1}},\\
v &= T_0^{1/2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\xi + \frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}}\right),\\
T &= T_0\frac{1}{\gamma}\left(\gamma^{1/2}\frac{2}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\alpha T_0^{1/2}} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\xi\right)^2,
\end{aligned}\right\} 0 \leqslant \xi \leqslant \frac{2\gamma^{1/2}}{\gamma+1} - \frac{\gamma(\gamma+1)}{\alpha T_0^{1/2}(\gamma-1)}.$$

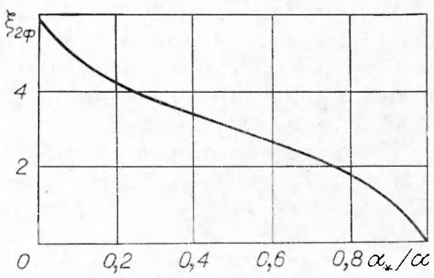


Ф и г. 2

Распределения основных параметров течения для $\gamma = 1{,}4$ и различных значений гидродинамического сопротивления $\Delta p = p_{10} - p_{20}$ и энергии, отбираемой экраном:

$$\Delta w = \rho_{10} v_{10} \left(\frac{v_{10}^2}{2} + \gamma \frac{T_{10}}{\gamma - 1} \right) - \rho_{20} v_{20} \left(\frac{v_{20}^2}{2} + \gamma \frac{T_{20}}{\gamma - 1} \right),$$

отнесенные к значениям параметров невозмущенного потока p_0 и w_0, представлены на фиг. 2 (*1* — $\alpha = \infty$, $\Delta w = \Delta p = 0$; *2* — $\alpha = 3\alpha_*$, $\Delta w / w_0 = 0{,}38$, $\Delta p / p_0 = 0{,}1$; *3* — $\alpha = 1{,}16\alpha_*$, $\Delta w / w_0 = 0{,}96$, $\Delta p / p_0 = 0{,}24$).



Ф и г. 3

Как видно из фиг. 2, при $\Delta p / p_0 = 0$ и $\Delta w / w_0 = 0$, что соответствует полной проницаемости экрана ($\alpha = \infty$), течение газа имеет характер обычной центрированной волны разрежения [1]. Уменьшение α (увеличение Δp и Δw) влечет за собой уменьшение температуры, скорости и константы фронта $\xi_{2ф}$ газа справа от экрана и увеличение его плотности. При некотором предельном значении $\alpha_* = (\gamma + 1)\,\gamma^{1/2} / 2T_0^{1/2}$, $\Delta w / w_0 = 1$ вся энергия газа поглощается экраном. При этом скорость, температура и константа фронта газа, проходящего через экран, равны нулю, плотность газа стремится к бесконечности, т. е. весь газ остается на экране.

Отметим, что изменение α не влияет на течение в левом полупространстве, так как на плоскости $x = 0$ газ имеет скорость, равную местной скорости звука, и возмущения от экрана могут распространяться только в область правого полупространства.

Скорость движения фронта

$$\frac{dx_ф}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\xi_ф T_0^{1/2} t \right) = \xi_ф T_0^{1/2}$$

определяется величиной константы фронта $\xi_ф$. На фиг. 3 представлена зависимость константы границы газа, расширяющегося в вакуум $\xi_{2ф}$, от параметра α_* / α.

Скорость фронта волны разрежения равна скорости звука в невозмущенном газе:

$$\xi_{1\phi} T_0^{1/2} = (\gamma T_0)^{1/2}.$$

Автор выражает благодарность К. Б. Павлову за полезное обсуждение результатов.

Поступила 3 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Станюкович К. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
2. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. Т. 1. М., «Наука», 1976.

УДК 539.21

ТЕМПЕРАТУРЫ УДАРНОГО СЖАТИЯ ИОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

В. А. Жданов, В. В. Поляков

(Томск)

В работах [1, 2] был проведен беспараметрический расчет ударных адиабат ионных кристаллов в фазах B1 и B2. Полученные зависимости $p_H = p_H(V)$ дают возможность рассчитать температуру ударного сжатия T_H для рассмотренных кристаллов в обеих фазах и исследовать влияние фазового перехода B1 → B2 на кривые $T_H = T_H(p_H)$.

Беря энергию тепловых колебаний в виде $C_V T$ с постоянной теплоемкостью C_V и записывая внутреннюю энергию с помощью уравнения ударной адиабаты, получаем для температуры ударного сжатия [3]

$$T_H = \left[\frac{1}{2} p_H(V)(V_0 - V) + E_0 - E_x(V)\right] \Big/ C_V, \tag{1}$$

где $E_x(V)$ — энергия решетки при температуре абсолютного нуля; E_0 и V_0 — энергия и объем свободного кристалла при комнатной температуре. В табл. 1 приведены результаты расчета по формуле (1) температур T_H для кристаллов LiF, NaF, NaCl, KCl, KBr в фазах B1 и B2. При расчете температур для решеток B1 в качестве $p_H(V)$ и $E_x(V)$ использовались функции, определенные в [1, 2] без привлечения экспериментальных данных, величины E_0 и V_0 определялись по минимуму энергий $E_x(V)$. Температуры ударного сжатия для решеток B2 рассчитывались по формуле (1), в которой значения $p_H(V)$ и $E_x(V)$ брались из [1, 2] для фазы B2, а начальные характеристики E_0 и V_0 относились к фазе B1, соответствующей свободному кристаллу.

Результаты расчета температур T_H для NaCl и KCl представлены на фигуре, где видно, что в случае NaCl вплоть до 600 кбар наблюдается хорошее согласие кривой $T_H = T_H(p_H)$ фазы B1 с экспериментальными значениями температур, измеренными в [4] (точки *1*, *2* — данные из [4]). При давлении около 600 кбар происходит плавление NaCl, что вызывает