О СВЯЗИ ЭЛЕКТРОННОЙ И ШУМОВОЙ ТЕМПЕРАТУР ПЛАМЕНИ

Т. С. Бондаренко, Ю. С. Иващенко

В работе [1] показана возможность измерения температуры пламени с помощью тепловых шумов электронов и соотношения Найквиста, которое в общем виде может быть записано [2]:

$$S(\omega)=2/\pi k T_ш G(\omega), \qquad (1)$$

где $S(\omega)$ — спектральная плотность среднеквадратичного значения шумового тока; $G(\omega)$ — активная проводимость пламени на частоте ω; k — постоянная Больцмана; $T_ш$ — шумовая температура пламени.

Измеряя активное электрическое сопротивление пламени на частоте ω, а также усиливая и измеряя уровень теплового шума этого сопротивления, можно определить шумовую температуру пламени, зависящую от средней энергии электронов. В случае термодинамического равновесия появляется возможность измерения температуры нейтральной компоненты пламени. Достоинство термошумового метода — высокая точность измерений и универсальность по сравнению с распространенным зондовым методом.

Представляет интерес изучение связи электронной T_e и шумовой $T_ш$ температур пламени. Впервые вопрос о связи $T_ш$ и T_e при немаксвелловском распределении электронов по скоростям был рассмотрен в [3], но лишь при предположении независимости времени между столкновениями электронов от их скорости.

Рассмотрим единичный объем пламени с плотностью электронов n_e в отсутствие электрического поля. За время свободного пробега τ в направлении оси x электрон генерирует импульс тока $j(t)=ev_x$ при $t_0<t<(t_0+\tau)$. При фиксированном значении скорости электрона v время свободного пробега τ электрона распределено по закону [2]:

$$dp=e^{-\tau/\tau_0(v)}d\left[\frac{\tau}{\tau_0(v)}\right], \qquad (2)$$

где dp — вероятность того, что время свободного пробега лежит между τ и $\tau+d\tau$; τ_0 — среднее время свободного пробега электрона.

В результате имеем совокупность прямоугольных импульсов с амплитудой ev_x и длительностью τ. Для спектральной плотности $S(\omega)$ подобной совокупности импульсов тока можно использовать соотношение [2]

$$S(\omega)=\frac{2}{\pi}\int e^2 v_x^2\,\frac{1-\cos\omega\tau}{\omega^2}\,dn, \qquad (3)$$

где ω — круговая частота; n — число импульсов.

На основе сферической системы координат запишем выражение (3) в виде

$$S(\omega)=2/\pi\cdot\int e^2 v^2\cos^2\varphi\sin^2\theta\cdot(1-\cos\omega\tau)/\omega^2\cdot dn, \qquad (4)$$

где $dn=dn(v,\tau,\varphi,\theta)$ — число импульсов с параметрами v, τ, φ и θ.

Полагая параметры v, φ и θ фиксированными, можно получить

$$dn(v,\tau,\varphi,\theta)=n_e/\tau_0(v)\cdot P(v,\varphi,\theta)\,dv\,d\varphi\,d\theta\,dp,$$

здесь $P(v,\varphi,\theta)$ — плотность вероятностей параметров v, φ и θ, dp — вероятность пробега длительностью τ при заданных величинах v, φ и θ. Используя выражение (2), получим

$$dn(v,\tau,\varphi,\theta)=\frac{n_e}{\tau_0^2(v)}P(v,\varphi,\theta)\,e^{-\tau/\tau_0(v)}\cdot dv\,d\varphi\,d\theta\,d\tau. \qquad (5)$$

Зададим функцию распределения электронов по v_x, v_y и v_z

$$dW = f_0(v_x, v_y, v_z)\, dv_x dv_y dv_z$$

и перейдем к сферической системе координат

$$P(v, \varphi, \theta) = 1/4\pi \cdot \sin\theta f(v), \tag{6}$$

где $f(v)$ — функция распределения электронов по скоростям. Подставляя (6) в выражение (5), получим

$$dn(v, \tau, \varphi, \theta) = \frac{n_e}{4\pi\tau_0^2(v)} \sin\theta f(v)\, e^{-\tau/\tau_0(v)} \cdot dv d\varphi d\theta d\tau. \tag{7}$$

С учетом (7) запишем (4) в виде

$$S(\omega) = \frac{e^2 n_e}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{\tau_0^2(v)} v^2 \cos^2\varphi \sin^3\theta f(v)\, e^{-\tau/\tau_0(v)} \frac{1 - \cos\omega\tau}{\omega^2}\, dv d\tau d\varphi d\theta. \tag{8}$$

Интегрируя уравнение (8) по τ, φ и θ, найдем

$$S(\omega) = \frac{2e^2 n_e}{3\pi} \int_0^\infty v^2 \frac{\tau_0(v)}{1 + \omega^2\tau_0^2(v)} f(v)\, dv.$$

Поскольку величина времени свободного пробега τ мала, для практического применения шумовой термометрии достаточно рассмотреть случай $\omega^2\tau_0^2 \ll 1$. Тогда выражение для спектральной плотности будет иметь вид

$$S(\omega) = \frac{2e^2 n_e}{3\pi} \int_0^\infty v^2 \tau_0(v) f(v)\, dv = \frac{2e^2 n_e}{3\pi} \langle \tau_0 v^2 \rangle. \tag{9}$$

Учитывая, что $\langle v^2 \rangle = 3kT_e/m$, получим

$$S(\omega) = kT_e \cdot 2e^2 n_e \langle \tau_0 v^2 \rangle / \pi m \langle v^2 \rangle. \tag{10}$$

При максвелловской функции распределения электронов по скоростям проводимость электронного газа выражается известным соотношением

$$\sigma = e^2 n_e \langle \tau_0 \varepsilon \rangle / m \langle \varepsilon \rangle = e^2 n_e \langle \tau_0 v^2 \rangle / m \langle v^2 \rangle, \tag{11}$$

где $\varepsilon = mv^2/2$. Подставляя (11) в (9), получим формулу для спектральной плотности среднеквадратичного значения флуктуаций тока:

$$S(\omega) = 2/\pi \cdot kT_e \sigma, \tag{12}$$

которая представляет собой формулу Найквиста для единичного объема пламени.

Таким образом, при максвелловской функции распределения электронов по скорости величины $T_ш$ и T_e совпадают (см. (1) и (12)). При отклонениях функции распределения от максвелловской в общем случае величина σ определяется выражением [4]

$$\sigma = -\frac{8\pi e^2}{3h^3 m} (2m)^{3/2} \int_0^\infty \tau_0(\varepsilon)\, \varepsilon^{3/2} \frac{df_0}{d\varepsilon}\, d\varepsilon,$$

которое при интегрировании по частям с учетом $\varepsilon = mv^2/2$ дает

$$\sigma = \frac{e^2 n_e}{3m} \int_0^\infty \frac{1}{v^2} \cdot \frac{d}{dv} [\tau_0(v)\, v^3]\, f(v)\, dv. \tag{13}$$

Это выражение не совпадает с (11), но при $\tau_0(v) = \text{const}$ эти уравнения идентичны.

Найдем отношение шумовой температуры к электронной температуре пламени с учетом, что для данных условий $G(\omega) = \sigma$:

$$T_ш/T_e = S(\omega)/(2/\pi)k\sigma \cdot 1/T_e.$$

Подставляя значения $S(\omega)$ и σ из выражений (10) и (13), найдем

$$T_ш/T_e = 3\langle\tau_0 v^2\rangle/\langle v^2\rangle\langle 1/v^2 \cdot d/dv \cdot (\tau_0 v^3)\rangle. \qquad (14)$$

Нетрудно показать, что в случае максвелловского распределения $T_ш/T_e = 1$, как и в случае $\tau_0(v) = \text{const}$. Подставляя в (14) зависимость $\tau_0(v) = a\psi(v)$, получим выражение

$$T_ш/T_e = 3\langle\psi(v)v^2\rangle/\langle v^2\rangle\langle 1/v^2 \cdot d/dv \cdot [\psi(v)v^3]\rangle,$$

из которого следует, что отношение $T_ш/T_e$ не зависит от абсолютной величины τ_0, а зависит лишь от характера изменения τ_0 со скоростью.

Исследуем в качестве одного из примеров типичный случай, $\tau_0(v) = av^{\alpha}$, тогда

$$T_ш/T_e = 3\langle v^{\alpha+2}\rangle/(\alpha+3)\langle v^2\rangle\langle v^{\alpha}\rangle \approx \langle v^2 v^{\alpha}\rangle/\ \langle v^2\rangle\langle v^{\alpha}\rangle,$$

где $T_ш/T_e \sim 1$.

Проанализируем влияние малого отклонения функции распределения электронов по скоростям от максвелловского на $T_ш/T_e$, что практически может иметь место в пламенах. Рассмотрим электронный газ с функцией распределения

$$f(v) = f_1(v) + f_2(v), \qquad (15)$$

где $f_2(v)$ — «малая» добавка к основной функции $f_1(v)$. Чтобы анализ имел смысл, следует определить, что подразумевается под «малой» добавкой.

Функция распределения нормируется, поэтому

$$\int_0^{\infty} f(v)\,dv = 1.$$

Запишем аналогичные выражения для $f_1(v)$ и $f_2(v)$:

$$\int_0^{\infty} f_1(v)\,dv = \gamma_1,$$

$$\int_0^{\infty} f_2(v)\,dv = \gamma_2,$$

где $(\gamma_1+\gamma_2) = 1$, за условие «малого» изменения $f_2(v)$ примем неравенство $|\gamma_2| \ll |\gamma_1|$. Если электронный газ с функцией распределения $f(v)$ представить в виде смеси двух газов с $1/\gamma_1 \cdot f_1(v)$ и $1/\gamma_2 \cdot f_2(v)$, то условие $|\gamma_2| \ll |\gamma_1|$ будет означать, что концентрация первого газа намного больше второго, т. е. второй газ есть малая добавка к первому. В дальнейшем используем именно такое формальное представление.

Согласно (9), для спектральной плотности шума можно записать

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) = 2e^2 n_e/3\pi \cdot (\langle\tau_0 v^2\rangle_1 + \langle\tau_0 v^2\rangle_2).$$

Характеризуя каждый газ своей шумовой температурой, получим соотношения

$$S_1(\omega) = 2/\pi \cdot kT_{ш1}\sigma_1,$$

$$S_2(\omega) = 2/\pi \cdot kT_{ш2}\sigma_2,$$

где

$$\sigma_1 = en_e\gamma_1\mu_1;$$

$$\sigma_2 = en_e\gamma_2\mu_2, \qquad (16)$$

μ_1 и μ_2 — подвижности электронов. Вводя обозначения $(T_ш/T_e)_1 = \Lambda_1$ и $(T_ш/T_e)_2 = \Lambda_2$, получим

$$S_1(\omega) = 2/\pi \cdot kT_{e1}\Lambda_1 en_e\gamma_1\mu_1,$$

$$S_2(\omega) = 2/\pi \cdot kT_{e2}\Lambda_2 en_e\gamma_2\mu_2. \qquad (17)$$

Общая шумовая температура системы

$$T_ш = [S_1(\omega) + S_2(\omega)]/2/\pi \cdot k(\sigma_1 + \sigma_2). \qquad (18)$$

Подставив (17) в (18), с учетом (16) получим

$$T_ш = (T_{e1}\Lambda_1\gamma_1\mu_1 + T_{e2}\Lambda_2\gamma_2\mu_2)/(\gamma_1\mu_1 + \gamma_2\mu_2). \qquad (19)$$

Умножим обе части уравнения (15) на v^2 и проинтегрируем его от 0 до ∞:

$$\langle v^2\rangle = \gamma_1\langle v^2\rangle_1 + \gamma_2\langle v^2\rangle_2, \qquad (20)$$

где

$$\langle v^2\rangle_1 = \frac{\int_0^\infty f_1(v)\, v^2 dv}{\int_0^\infty f_1(v)\, dv};$$

$$\langle v^2\rangle_2 = \frac{\int_0^\infty f_2(v)\, v^2 dv}{\int_0^\infty f_2(v)\, dv}.$$

Умножая части равенства (20) на $m/3k$ и учитывая, что $T_e = m\langle v^2\rangle/3k$, получим

$$T_e = \gamma_1 T_{e1} + \gamma_2 T_{e2}. \qquad (21)$$

Из выражений (19) и (21) находим

$$T_ш/T_e = (T_{e1}\Lambda_1\gamma_1\mu_1 + T_{e2}\Lambda_2\gamma_2\mu_2)/[(\gamma_1\mu_1 + \gamma_2\mu_2)(\gamma_1 T_{e1} + \gamma_2 T_{e2})].$$

Разложим последнее уравнение в ряд по степеням γ_2, удерживая в разложении члены до первого порядка малости по γ_2,

$$T_ш/T_e = \Lambda_1 + \gamma_2[T_{e2}\mu_2/T_{e1}\mu_1 \cdot (\Lambda_2 - \Lambda_1) + \Lambda_1 \cdot (T_{e2} - T_{e1})(\mu_2 - \mu_1)/T_{e1}\mu_1]. \qquad (22)$$

В случае, когда первое распределение максвелловское, выражение (22) можно записать в виде

$$T_ш/T_e = 1 + \gamma_2[T_{e2}\mu_2/T_{e1}\mu_1 \cdot (\Lambda_2 - 1) + (T_{e2} - T_{e1})(\mu_2 - \mu_1)/T_{e1}\mu_1].$$

Как видно, поправка к Λ_1 в уравнении (22) оказывается одного порядка малости с γ_2, и когда $|\gamma_2| \ll 1$ (что эквивалентно условию $|\gamma_2| \ll |\gamma_1|$), таким возмущением можно пренебречь. Так, из-за разницы времени жизни и релаксации «горячих» электронов по энергии в пламени [1] большую часть времени своей «жизни» они находятся в состоянии, энергетически неотличимом от состояния равновесных электронов. Это позволяет считать распределение по энергиям электронов в пламени, мало отличающимся от максвелловского, а величины шумовой и электронной температур — совпадающими между собой.

Следует отметить, что даже при значительном отклонении функции распределения от максвелловской шумовая температура является лучшим показателем средней энергии электронов, нежели электронная температура, полученная зондовым методом [5]. Кроме того, применение зондовой методики для измерения электронной температуры пламени накладывает ряд ограничений, связанных с температурой зонда, чистотой поверхности и др. Указанные факторы не играют роли при измерениях шумовой температуры пламени.

*Сибирский технологический институт,
Красноярск*

*Поступила в редакцию
16/VIII 1976*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Иващенко, Ю. Г. Коробченко, Т. С. Бондаренко. ФГВ, 1975, **11**, 6, 825.
2. А. Ван-дер-Зил. Флуктуации в радиотехнике и физике. М.— Л., ГЭИ, 1958.
3. P. Parzen, L. Goldstein. Phys. Rev., 1950, **79**, 2, 190.
4. Г. И. Епифанов. Физические основы микроэлектроники. М., «Сов. радио», 1971.
5. R. A. Messenger. A. van der Ziel. Physica, 1970, **47**, 1, 64.

ТОНКАЯ СТРУКТУРА ДЕТОНАЦИОННОГО ФРОНТА ЖВВ

Г. В. Кришкевич

Одномерная теория детонации Я. Б. Зельдовича [1] представляет детонационную волну, как аддитивный комплекс ударной волны, идущей по невозмущенному ВВ и протекающей за ней химической реакции, которая поддерживает энергетически ударную волну. Теоретически неустойчивость такого одномерного режима рассмотрена в [2—4]. Экспериментальные исследования детонации в газах [5, 6] выявили пульсирующий (на пределе детонации — спиновый) ее характер — ударная волна детонационного комплекса оказалась сложной по структуре. Исследования детонационного фронта в жидких взрывчатых веществах (ЖВВ) [7] показали, что во многих случаях детонационный фронт в ЖВВ, так же как и в газах, имеет сложную структуру, которая не описывается одномерной теорией. Мелкомасштабность такой структуры фронта затрудняет ее количественный анализ и не всегда имеется возможность однозначно определить характер детонации (пульсирующий или одномерный).

Методика исследования тонкой структуры детонационного фронта [8, 9], в которой информацию о структуре фронта несет отраженный от него луч света, позволила обнаружить очень мелкие неоднородности $(\overline{\Delta z^2})^{1/2} \simeq 10^{-5}$ см по нормали к фронту на фронте нормальной детонации в жидком ВВ — стехиометрической смеси азотной кислоты и дихлорэтана [9]. При такой «шероховатости» фронта отражение света от него носит волновой характер, когда присутствуют компоненты зеркального и диффузного отражения, суммарная интенсивность которых равна интенсивности регулярного отражения от гладкого фронта. В [7] по диффузному характеру отражения света от детонационного фронта