

Приравнивая правые части второго соотношения (2) и соотношения (4), имеем

$$c_p - c_v = \frac{v^2}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \quad (6)$$

Уравнение (6) содержит лишь одну производную. Обычно же $c_p - c_v$ определяют по формуле (2), содержащей три производные. Поэтому точность расчета по формуле (6) выше. Приводим значения $c_p - c_v$ для CO_2 на кривой инверсии, вычисленные по формуле (6); для сравнения приведена также $c_p - c_v$ из работы [2].

На фиг. 2 приведены изобары коэффициента Джоуля — Томсона в координатах $\alpha - t$, вычисленные по формуле (3); две из них сверхкритические — 80 и 100 бар и две докритические — 60 и 40 бар: вдоль сверхкритической изобары от правой границы кривой инверсии коэффициент Джоуля — Томсона плавно возрастает от нуля, вблизи критической точки имеет довольно резкий максимум и затем снова спадает до нуля (на левой границе кривой инверсии). На докритических изобарах наблюдается монотонное возрастание коэффициента Джоуля — Томсона от нуля (правая граница кривой инверсии) и вплоть до значений на линии насыщения.

	$t = 700$	800	900	1000	$[\text{°C}]$
$(c_p - c_v)_{(6)}$	$= 0.2580$	0.2330	0.2127	0.1962	$[\text{кдж/кг} \cdot \text{град}]$
$(c_p - c_v)_{[2]}$	$= 0.2640$	0.2350	0.2127	0.1959	$[\text{кдж/кг} \cdot \text{град}]$

Поступила 22 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

- В у к а л о в и ч М. П., А л т у н и н В. В., Теплофизические свойства двуокиси углерода. Атомиздат, 1965.
- В а р г а ф т и к Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. Физматгиз, 1963.

УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЯ С ТОКОМ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. В. Прудников (Москва)

В работах [1,2] исследованы колебания стержня с током, текущим по его поверхности. Получено дисперсионное уравнение для продольных и изгибных колебаний. Настоящая работа посвящена рассмотрению упругих колебаний бесконечного стержня с током, текущим по его поверхности, при наличии вне стержня однородного постоянного продольного магнитного поля. Получено дисперсионное уравнение распространения упругих колебаний и рассмотрены частные случаи продольных и изгибных колебаний, а также поверхностных волн.

1. Постановка задачи и граничные условия. Пусть по поверхности идеально проводящего стержня радиуса a течет постоянный ток I , причем вне стержня имеется однородное постоянное продольное магнитное поле. Тогда вектор напряженности поля \mathbf{H} в цилиндрической системе координат r, φ, z имеет составляющие

$$H_r = 0, \quad H_\varphi = \frac{2I}{cr}, \quad H_z = \text{const} \quad \text{при } r \geq a, \quad H_r = H_\varphi = H_z = 0 \quad \text{при } r < a$$

На поверхность стержня поле \mathbf{H} производит магнитное давление $p = 1/8 H^2/\pi$. Вектор \mathbf{u} (u_r, u_φ, u_z) смещения точек стержня удовлетворяет уравнению [3]

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \text{rot rot } \mathbf{u} \quad (1.1)$$

Здесь ρ — плотность материала; λ, μ — постоянные Ляме. Общее решение уравнения (1.1) имеет вид [1]

$$\mathbf{n} = \mathbf{U}(r) e^{i(-\omega t + m\varphi + kz)}, \quad \mathbf{U}(r) = U(r) \mathbf{r}^\circ + V(r) \boldsymbol{\varphi}^\circ + W(r) \mathbf{z}^\circ \quad (1.2)$$

$$U(r) = A \frac{dJ_m(\alpha r)}{dr} + Bk \frac{dJ_m(\beta r)}{dr} + Cm \frac{J_m(\beta r)}{r} \quad \left(\alpha^2 = \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu} - k^2 \right)$$

$$V(r) = Aim \frac{J_m(\alpha r)}{r} + Bikm \frac{J_m(\beta r)}{r} + Ci \frac{dJ_m(\beta r)}{dr} \quad \left(\beta^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu} - k^2 \right) \quad (1.3)$$

$$W(r) = AikJ_m(\alpha r) - Bi\beta^2 J_m(\beta r)$$

Здесь A, B, C — произвольные постоянные.

Граничные условия на возмущенной поверхности S' :

а) вследствие идеальной проводимости материала стержня нормальная составляющая поля \mathbf{H}' равна нулю

$$\mathbf{H}' \cdot \mathbf{n}' = 0 \quad (1.4)$$

б) суммы магнитного давления p вне стержня и напряжений внутри стержня в проекциях на оси r, φ, z равны нулю

$$1/8 H_i'^2 / \pi + \sigma_{ik}' n_k' = 0 \quad (i, k = r, \varphi, z) \quad (1.5)$$

Здесь \mathbf{n}' — внешняя нормаль к S' , n_i' — ее компоненты; $\mathbf{H}' = \mathbf{H} + \mathbf{h}$ — возмущенное магнитное поле; $\sigma_{ik}' = \sigma_{ik}^{\circ} + \sigma_{ik}$ — напряжения, причем σ_{ik}° — напряжения от действия поля \mathbf{H} ,

$$\sigma_{rr}^{\circ} = \sigma_{\varphi\varphi}^{\circ} = -1/8 H^2 / \pi, \quad \sigma_{zz}^{\circ} = \sigma_{r\varphi}^{\circ} = \sigma_{\varphi z}^{\circ} = \sigma_{zr}^{\circ} = 0 \quad (1.6)$$

Внешнюю нормаль \mathbf{n}' к S' запишем приближенно

$$\mathbf{n}' = \mathbf{n}^{\circ} - \nabla u_r, \quad \text{или} \quad \mathbf{n}' = \mathbf{r}^{\circ} - im \frac{u_r}{a} \varphi^{\circ} - iku_r \mathbf{z}^{\circ} \quad (1.7)$$

Здесь $\mathbf{r}^{\circ}, \varphi^{\circ}, \mathbf{z}^{\circ}$ — единичные орты, u_r на поверхности S° (при $r = a$) — функция только φ, z .

На поверхности S' имеем $r = a + u_r(a, \varphi, z)$, поэтому для поля \mathbf{H}' на S' с точностью до членов первого порядка малости относительно $|u|$ получим

$$\mathbf{H}' = \mathbf{H}'(a) + [(u_r \mathbf{r}^{\circ} \cdot \nabla) \mathbf{H}']_{r=a} \quad \text{или} \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H}(a) + \mathbf{h}(a, \varphi, z) - u_r(a, \varphi, z) a^{-1} H_{\varphi}(a) \varphi^{\circ} \quad (1.8)$$

Из уравнений Максвелла следует, что вне стержня $\text{div } \mathbf{h} = 0, \text{rot } \mathbf{h} = 0$. Отсюда

$$\mathbf{h} = -iL \nabla K_m(kr) e^{i(-\omega t + m\varphi + lz)} \quad (1.9)$$

Здесь $K_m(kr)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода m -го порядка. Произвольная постоянная L — одна, так как поле исчезает на бесконечности. Внутри стержня поле отсутствует. Из (1.8) и (1.9) с указанной выше точностью имеем

$$(H')^2 = H_{\varphi}^2 + H_z^2 + 2La^{-1} (mH_{\varphi} + kaH_m) K_m(ka) e^{i(-\omega t + m\varphi + lz)} - 2u_r a^{-1} H_{\varphi}^2 \quad (1.10)$$

Подставляя (1.6), (1.7), (1.8), (1.9), (1.10) в (1.4), (1.5), получим

$$\begin{aligned} (mH_{\varphi} + kaH_z) a^{-1} u_r + Lk K_m'(ka) e^{i(-\omega t + m\varphi + lz)} &= 0 \\ \frac{H_{\varphi}^2 u_r}{4\pi a} - \frac{mH_{\varphi} + kaH_z}{4\pi a} L K_m'(ka) e^{i(-\omega t + m\varphi + lz)} - \sigma_{rr} &= 0 \\ \sigma_{r\varphi} = 0, \quad \frac{H_{\varphi}^2 + H_z^2}{8\pi} iku_r - \sigma_{rz} &= 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Все величины в (1.10) и (1.11) взяты при $r = a$.

Используя выражения (1.3) для амплитуд вектора смещения и соотношения между напряжениями и упругими деформациями из (1.11) для определения постоянных, получим систему

$$b_{i1} \frac{A}{a^2} + b_{i2} \frac{B}{a^3} + b_{i3} \frac{C}{a^2} + b_{i4} \frac{L}{a \sqrt{8\pi E}} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1.12)$$

Здесь E — модуль Юнга, а коэффициенты b_{ij} определяются формулами

$$\begin{aligned} b_{11} &= \alpha \gamma J_m'(\alpha a), \quad b_{12} = a^2 \beta \gamma k J_m'(\beta a), \quad b_{13} = \gamma m J_m(\beta a), \quad b_{14} = ka K_m'(ka) \\ b_{21} &= \alpha a \delta E J_m'(\alpha a) + [a^2 \rho \omega^2 - 2\mu(k^2 a^2 + m^2)] J_m(\alpha a) \\ b_{22} &= a^2 \beta \delta E k J_m'(\beta a) + 2\mu ka(a^2 \beta^2 - m^2) J_m(\beta a) \\ b_{23} &= \delta E m J_m(\beta a) - 2\mu \beta a m J_m'(\beta a) \\ b_{24} &= -2\gamma E K_m(ka), \quad b_{31} = m[\alpha a J_m'(\alpha a) - J_m(\alpha a)] \\ b_{32} &= kat[\beta a J_m'(\beta a) - J_m(\beta a)], \quad b_{33} = (m^2 - 1/2 a^2 \beta^2) J_m(\beta a) - \beta a J_m'(\beta a) \\ b_{34} &= 0, \quad b_{41} = (\theta E - 2\mu) \alpha ka^2 J_m'(\alpha a) \\ b_{42} &= [(\theta E - \mu) k^2 + \mu \beta^2] \beta a^3 J_m'(\beta a) \\ b_{43} &= (\theta E - \mu) kat J_m(\beta a), \quad b_{44} = 0 \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\gamma = \frac{mH_{\varphi} + kaH_z}{\sqrt{8\pi E}}, \quad \delta = \frac{1}{E} \left(\frac{H_{\varphi}^2}{4\pi} + 2\mu \right), \quad \theta = \frac{H_{\varphi}^2 + H_z^2}{8\pi E}$$

В функциях Бесселя штрихом обозначены производные по аргументам αr и βr при $r = a$.

2. Дисперсионное уравнение. Система (1.12) имеет нетривиальное решение, поэтому ее определитель должен быть равен нулю

$$|b_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \quad (2.1)$$

Введем безразмерные величины

$$x = ka, \quad y^2 = \frac{\rho\omega^2}{k^2 E}, \quad h_\varphi^2 = \frac{H_\varphi^2}{8\pi E}, \quad h_z^2 = \frac{H_z^2}{8\pi E} \quad (2.2)$$

$$X = \alpha a = x \left[\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} y^2 - 1 \right]^{1/2}, \quad Y = \beta a = [2(1+\nu)y^2 - 1]^{1/2} x$$

Здесь ν — коэффициент Пуассона. Элементы определителя принимают вид

$$\begin{aligned} b_{11} &= \gamma X J_m'(X), \quad b_{12} = \gamma x Y J_m'(Y), \quad b_{13} = \gamma m J_m'(Y), \quad b_{14} = x K_m'(x) \\ b_{21} &= \{\delta X J_m'(X) + (1+\nu)^{-1} [1/2(Y^2 - x^2) - m^2] J_m(X)\} E \\ b_{22} &= \{\delta x Y J_m'(Y) + x(1+\nu)^{-1}(Y^2 - m^2) J_m(Y)\} E \\ b_{23} &= \{\delta m J_m(Y) - m(1+\nu)^{-1} Y J_m(Y)\} E \\ b_{24} &= -2\gamma E K_m(x), \quad b_{31} = m [X J_m'(X) - J_m(X)] \\ b_{32} &= m x [Y J_m'(Y) - J_m(Y)], \quad b_{33} = (m^2 - 1/2 Y^2) J_m(Y) - Y J_m'(Y) \\ b_{34} &= 0, \quad b_{41} = [\theta - (1+\nu)^{-1}] x E X J_m'(X) \\ b_{42} &= \left(\theta + \frac{Y^2 - x^2}{2x^2(1+\nu)} \right) x^2 E Y J_m'(Y), \quad b_{43} = \left(\theta - \frac{1}{2(1+\nu)} \right) x m E J_m(Y) \\ b_{44} &= 0, \quad \gamma = m h_\varphi + x h_z, \quad \delta = 2h_\varphi^2 + (1+\nu)^{-1}, \quad \theta = h_\varphi^2 + h_z^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Из первой строки определителя (2.1) с элементами (2.3) вынесем γ , а из первого, второго, третьего, четвертого столбцов вынесем соответственно

$$X J_m'(X), \quad Y J_m'(Y), \quad m J_m(Y), \quad \gamma^{-1} x K_m'(x)$$

После сокращения на вынесенный множитель, введения обозначений

$$\Phi_m(\xi) = \frac{J_m(\xi)}{\xi J_m'(\xi)}, \quad \Psi_m(\xi) = \frac{K_m(\xi)}{\xi K_m'(\xi)} \quad (2.4)$$

упрощающих преобразований и разложения по элементам первой строки левая часть дисперсионного уравнения (2.1) запишется определителем третьего порядка

$$|c_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= 1 + 2(1+\nu) [h_\varphi^2 + \gamma^2 \Psi_m(x)] + [1/2(Y^2 - x^2) - m^2] \Phi_m(X) \\ c_{12} &= (Y^2 - m^2) \Phi_m(Y) - [1/2(Y^2 - x^2) - m^2] \Phi_m(X) \\ c_{13} &= -\Phi_m^{-1}(Y) - [1/2(Y^2 - x^2) - m^2] \Phi_m(X) \\ c_{21} &= m^2 [1 - \Phi_m(X)], \quad c_{22} = m^2 [\Phi_m(X) - \Phi_m(Y)] \\ c_{23} &= m^2 \Phi_m(X) - \Phi_m^{-1}(Y) - 1/2 Y^2, \quad c_{31} = 2(1+\nu) \theta - 2 \\ c_{32} &= 1 - Y^2/x^2, \quad c_{33} = 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

3. Продольные колебания (перетяжки). Такие колебания будут, если в (2.5) и (2.6) положить $m = 0$. Левую часть (2.5) разложим по элементам второй строки и, сделав некоторые преобразования, получим

$$|d_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} d_{11} &= 1 + 2(1+\nu) [h_\varphi^2 + x^2 \Psi_0(x) h_z^2] + Y^2 \Phi_0(Y) \\ d_{12} &= Y^2 \Phi_0(Y) - 1/2(Y^2 - x^2) \Phi_0(X) \quad d_{22} = 1 + Y^2/x^2 \\ d_{21} &= 2(1+\nu) (h_\varphi^2 + h_z^2) + Y^2/x^2 - 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Пусть имеют место длинные волны ($x \ll 1$), тогда функции (2.4) можно представить (при $\xi \ll 1$) так

$$\Phi_0 \approx 1/4 - 2/\xi^2, \quad \Psi_0(\xi) \approx C + \ln 1/2 \xi \quad (3.3)$$

где C — постоянная Эйлера.

После подстановки (3.3) в (3.2) и (3.1), пренебрегая членами выше второго порядка малости и возвращаясь к переменным y^2 и ν , уравнение длинноволновых продольных колебаний будет

$$y^2 = \frac{1 - 2h_\varphi^2 - 2[\nu + (1-\nu)x^2 \ln(1/2x)] h_z^2}{1 - 2(1+\nu)(1-2\nu)[h_\varphi^2 + x^2 h_z^2 \ln(1/2x)]} \quad (3.4)$$

4. Изгибные колебания. а) При $m = \pm 1$ имеем изгибные колебания с сохранением формы поперечного сечения. Уравнение (2.5) с элементами (2.6) запишется так

$$|e_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} e_{11} &= 1 + 2(1 + \nu) [h_\varphi^2 + (\pm h_\varphi + xh_z)^2 \psi_1(x)] - \varphi_1^{-1}(Y) \\ e_{12} &= \varphi_1^{-1}(Y) + (Y^2 - 1) \varphi_1(Y), \quad e_{13} = [1 + 1/2(x^2 - Y^2)] \varphi_1(X) - \varphi_1^{-1}(Y) \\ e_{21} &= 1 - 1/2 Y^2 - \varphi_1^{-1}(Y), \quad e_{22} = 1/2 Y^2 - \varphi_1(Y) + \varphi_1^{-1}(Y) \\ e_{23} &= \varphi_1(X) - \varphi_1^{-1}(Y) - 1/2 Y^2, \quad e_{31} = 2(1 + \nu)(h_\varphi^2 + h_z^2) - 1 \\ e_{32} &= Y^2/x^2, \quad e_{33} = 1, \quad \varphi_1(\xi) = \varphi_1(\xi), \quad \psi_1(\xi) = \psi_1(\xi) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Пусть длина волны большая, по сравнению с диаметром стержня ($x \ll 1$), тогда $\varphi_1(\xi) \approx 1 + 1/4 \xi^2$, $\varphi_1^{-1}(\xi) \approx 1 - 1/4 \xi^2$, $\psi_1(\xi) \approx -1 - \xi^2(C + \ln 1/2 \xi)$ (4.3)

Подставим (4.3) в (4.2) и сделаем некоторые преобразования с (4.1), получим

$$\begin{aligned} |g_{ij}| &= 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \\ g_{11} &= Y^2 + 4(1 + \nu)x^{-2} [h_\varphi^2 + (\pm h_\varphi + xh_z)^2 \psi_1(x)] \\ g_{12} &= 1 + 1/2 Y^2, \quad g_{13} = 1/4 (X^2 - 2Y^2 - x^{-2} X^2 Y^2) \\ g_{21} &= -Y^2, \quad g_{22} = 0, \quad g_{23} = X^2 - Y^2 \\ g_{31} &= 2(1 + \nu)(h_\varphi^2 + h_z^2) - 1, \quad g_{32} = 1, \quad g_{33} = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Раскроем (4.4) и заменим g_{ij} по (4.5), а X, Y заменим по (2.2), пренебрежем членами выше второго порядка малости. После этого уравнение разрешим относительно

$$y^2 = 1/4 x^2 + \{1 - 2x^{-2} [1 + \psi_1(x)]\} h_\varphi^2 + [1 - 2\psi_1(x)] h_z^2 \mp 4x^{-1} h_\varphi h_z \psi_1(x) \quad (4.6)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\rho \omega^2}{k^2 E} &= 1/4 k^2 a^2 + 2 [1/2 + C + \ln(1/2 ka)] h_\varphi^2 + 2k^2 a^2 [3k^{-2} a^{-2} + C + \ln(1/2 ka)] h_z^2 + \\ &\quad \mp 4ka [k^{-2} a^{-2} + C + \ln(1/2 ka)] h_\varphi h_z \end{aligned} \quad (4.7)$$

б) При $m = \pm 2$ имеем также изгибные колебания стержня, но с изменением формы поперечного сечения; уравнение (2.5) теперь будет

$$|p_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} p_{11} &= 1 + 2(1 + \nu) [h_\varphi^2 + (\pm 2h_\varphi + xh_z)^2 \psi_2(x)] - \varphi_2^{-1}(Y) \\ p_{12} &= (Y^2 - 4) \varphi_2(Y) + \varphi_2^{-1}(Y), \quad p_{13} = -\varphi_2^{-1}(Y) - 1/2(Y^2 - x^2 - 8) \varphi_2(X) \\ p_{21} &= 4 - 1/2 Y^2 - \varphi_2^{-1}(Y), \quad p_{22} = 1/2 Y^2 + \varphi_2^{-1}(Y) - 4\varphi_2(Y) \\ p_{23} &= 4\varphi_2(X) - 1/2 Y^2 - \varphi_2^{-1}(Y) \\ p_{31} &= 2(1 + \nu)(h_\varphi^2 + h_z^2) - 1, \quad p_{32} = Y^2/x^2 \\ p_{33} &= 1, \quad \varphi_2(\xi) = \varphi_2(\xi), \quad \psi_2(\xi) = \psi_2(\xi) \end{aligned} \quad (4.9)$$

При малых ξ функции $\varphi_2(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ приближенно равны

$$\varphi_2(\xi) \approx 1/2 + 1/24 \xi^2, \quad \varphi_2^{-1}(\xi) \approx 2 - 1/6 \xi^2, \quad \psi_2(\xi) \approx -1/2 + 1/8 \xi^2 \quad (4.10)$$

Заменим в (4.9) $\varphi_2(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ по (4.10). После преобразований получим уравнение

$$|q_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} q_{11} &= 1/2 Y^2 - 3 + 2(1 + \nu) [h_\varphi^2 + (\pm 2h_\varphi + xh_z)^2 \psi_2(x)] \\ q_{12} &= 1/24 Y^2, \quad q_{13} = 1/4 (Y^2 + x^2) - 1/48 X^2 (Y^2 - x^2) \\ q_{21} &= 12 - 2Y^2, \quad q_{22} = 1, \quad q_{23} = X^2 - 2Y^2 \\ q_{31} &= 2(1 + \nu)(h_\varphi^2 + h_z^2) - 1, \quad q_{32} = 1/x^2, \quad q_{33} = 1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Раскроем определитель левой части (4.11) с элементами (4.12), пренебрежем членами, порядок малости которых выше второго, и, решая уравнение, получим

$$\begin{aligned} y^2 &= \frac{2}{1 + 2\nu} \left\{ \frac{\nu + 3x^{-2}}{1 + \nu} + [\nu - 2 + 2(3 - 2\nu)x^{-2}] h_\varphi^2 + \right. \\ &\quad \left. + [(4 - 3\nu) - 1/4(3 - 2\nu)x^2] h_z^2 \mp (3 - 2\nu)(x - 4x^{-1}) h_\varphi h_z \right\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\rho \omega^2}{k^2 E} &= \frac{2}{1 + 2\nu} \left\{ \frac{\nu + 3k^{-2} a^{-2}}{1 + \nu} + [\nu - 2 + 2(3 - 2\nu)k^{-2} a^{-2}] h_\varphi^2 + \right. \\ &\quad \left. + [4 - 3\nu - 1/4(3 - 2\nu)k^2 a^2] h_z^2 \mp (3 - 2\nu)(ka - 4k^{-1} a^{-1}) h_\varphi h_z \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

5. Поверхностные волны. Для поверхностных волн $x \gg 1$ величины X, Y будут мнимыми, тогда [4]

$$\varphi_m(i\xi) \approx 1/\xi, \quad \psi_m(\xi) \approx -1/\xi \quad (\xi \gg 1) \quad (5.1)$$

Уравнение (2.5) с элементами (2.6) после подстановки (5.1) и пренебрежения членами порядка $1/\xi$ будет

$$\begin{aligned} & \{1 - (1 + \nu) y^2 - [(1 - 2(1 + \nu) y^2)(1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2)]^{1/2}\} h_\varphi^2 + \\ & + \{1 - (1 + \nu) y^2 + [2(1 + \nu) y^2 - (1 - 2(1 + \nu) y^2)^{1/2}]\} \times \\ & \times [1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2]^{1/2} h_z^2 + (1 + \nu)^{-1} \{[-1 - 2(1 + \nu) y^2] \times \\ & \times (1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2)^{1/2} - [1 - (1 + \nu) y^2]^2\} = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Полагая в (5.2) $h_\varphi = h_z = 0$ получим соотношение для поверхностных волн Релея [3].

Автор благодарит А. И. Морозова за внимание.

Поступила 27 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Д о л б и н Н. И. Распространение упругих волн в токопроводящем стержне. ПМТФ, 1962, № 2, стр. 104.
2. Д о л б и н Н. И., М о р о з о в А. И. Упругие изгибные колебания стержня с электрическим током. ПМТФ, 1966, № 3, стр. 97.
3. К о л ь с к и й Г. Волны напряжения в твердых телах. ИИЛ, 1955.
4. H u d s o n G. E. Dispersion of Elastic Waves in Solid Circular Cylinders. Phys. Rev., 1943, 63, 46.

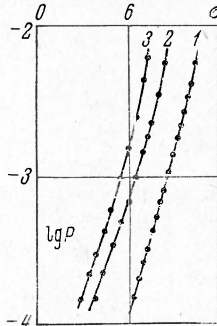
СЖАТИЕ И ВЫПУЧИВАНИЕ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ФИКСИРОВАННОЙ НАГРУЗКЕ И МОНОТОННО ВОЗРАСТАЮЩЕЙ ТЕМПЕРАТУРЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

О. В. Соснин, Н. Г. Торшенов

(Новосибирск)

В работе [1] представлены исследования по сжатию и выпучиванию стержней при фиксированной температуре и монотонно возрастающей осевой нагрузке. В предлагаемой работе эти исследования продолжены и рассмотрен другой крайний случай: фиксирована нагрузка и монотонно с некоторой постоянной скоростью возрастает температура. Представлены результаты экспериментов и некоторые возможности их аналитического описания.

1. По методике, описанной в [1], была проведена серия экспериментов по сжатию стержней того же материала Д16Т монотонно возрастающей нагрузкой при температурах от 250 до 400° С включительно с интервалом 25° С. При каждой температуре графически строилась зависимость напряжения — общая деформация с параметром скорости нагружения.



Фиг. 1

Предполагая общую деформацию ϵ в виде суммы мгновенной упруго-пластической деформации ϵ и деформации ползучести

$$\epsilon = \epsilon + p \quad (1.1)$$

и учитывая, что при 275° С и выше ползучесть исследуемого материала протекает без упрочнения, последний член в (1.1) оценивался по зависимости

$$dp = K e^{\beta \sigma} dt \quad (1.2)$$

Для случая ползучести при монотонно возрастающей с постоянной скоростью нагрузке

$$\sigma = ct \quad (1.3)$$

После подстановки в (1.2) и интегрирования при нулевых начальных условиях получим

$$p = k (e^{\beta \sigma} - 1) / \beta c \quad (1.4)$$

Обычно $e^{\beta \sigma} \gg 1$, используя это и построив в координатах $\lg p$ и σ результаты экспериментов для каждой температуры, можно найти характеристики ползучести K и β .