

УДК 519.972.5

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ВОЛОКОННОЙ ЛИНИИ СВЯЗИ С НЕЛИНЕЙНОЙ ПАМЯТЬЮ*

Е. Г. Шапиро^{1,2}, Д. А. Шапиро^{1,2}

¹Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1

²Новосибирский государственный университет,
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2
E-mail: shapiro@iae.nsk.su

Выполнено сравнение каналов с памятью и без памяти в простейшей модели гауссового распределения шума. Показано, что оба канала имеют похожие зависимости пропускной способности от средней мощности сигналов. В то же время оптимальный входной алфавит для канала с памятью меняется. Численно продемонстрирована применимость модели с нелинейной памятью к линии связи QPSK с периодической компенсацией дисперсии.

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, пропускная способность, нелинейный шум, канал с памятью, шенноновский предел.

DOI: 10.15372/AUT20180414

Введение. Использовать волокно из двуокиси кремния для передачи оптических сигналов было предложено в [1]. Благодаря бурному развитию оптических информационных технологий волоконные линии связи совершенствовались, а трафик устойчиво рос на 40 % в год. Как показано с помощью экстраполяции, примерно в 2020 г. пропускная способность линий достигнет шенноновского предела [2] и произойдёт так называемый кризис пропускной способности [3]. Казалось бы, пропускную способность можно легко улучшить за счёт отношения сигнал/шум. Однако из-за нелинейных искажений сигнала при большой мощности скорость передачи данных уменьшается. Это явление называется нелинейным шенноновским пределом [4]. Приближение к теоретическому пределу делает исследование нелинейных эффектов особенно актуальным.

Влияние керровской нелинейности на сигнал изучается в целом ряде работ (см. обзоры [5, 6] и цитируемую в них литературу). Среди современных методов увеличения пропускной способности можно выделить управление дисперсией, спектральное уплотнение, когерентное детектирование, цифровую обработку на приёмнике. В теории информации пропускная способность канала — это максимум функционала взаимной информации [7], которая находится по условной вероятности зарегистрировать символ на выходе, если на входе он имел заданное значение. К сожалению, выражение для взаимной информации в нелинейном канале неизвестно. Поиски необходимой формулы активно ведутся, но пока исследованы только отдельные предельные случаи, например линия без дисперсии [8].

В начале 2000-х годов была разработана упрощённая модель: приближение гауссовского шума (ГШ), где нелинейность линии учитывается как дополнительный шум, дисперсия которого растёт как куб средней мощности сигнала [9–12]. Применимость модели подтверждена экспериментально и численно для случая слабой нелинейности. Задача оценки пропускной способности осложняется эффектом памяти (или паттерн-эффектом): вероятность

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-11-10133).

безошибочного распознавания сигнала на приёмнике чувствительна к соседним импульсам. Распределение вероятности в линии с памятью зависит от многих факторов: длины линии, типа волокна, средней хроматической дисперсии, формы и длительности отдельного импульса [13, 14]. Обобщение простейшей модели взаимной информации для канала с гауссовским шумом и памятью (ГШП) предложено в [15]. Это приближение учитывает влияние памяти на пропускную способность канала.

Целью данной работы является проверка применимости кубической модели в канале с паттерн-эффектом, а также оценка пропускной способности канала с памятью. В разд. 1 приведены формулы для взаимной информации и пропускной способности в приближениях ГШ и ГШП, описана процедура дискретизации алфавита. На основе прямого расчёта волоконной линии с модуляцией QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) в разд. 2 проверена кубическая зависимость дисперсии распределения от средней мощности передаваемого сигнала в линии с периодической компенсацией дисперсии. Вспомогательный канал вводится в разд. 3. Там же приведены результаты оптимизации входного алфавита в приближениях ГШ и ГШП с учётом двух соседних импульсов. Для расчёта использован формат BPSK (Binary Phase Shift Keying) с амплитудной модуляцией, причём начальное значение количества уровней амплитуды не задавалось априори, а получалось в результате оптимизации. Разд. 4 посвящён обсуждению эффекта нелинейной памяти в зависимости от параметров линии.

1. Взаимная информация канала с памятью. Взаимная информация дискретного стационарного канала представлена формулой

$$I(X; Y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} I(X_1, \dots, X_N; Y_1, \dots, Y_N), \quad (1)$$

где (X_1, \dots, X_N) и (Y_1, \dots, Y_N) — входные и выходные символы соответственно.

Нелинейное взаимодействие, искажающее сигнал, можно приближённо рассматривать как ГШ с кубической зависимостью от мощности сигнала [10, 11]. Математически комплексная (или вещественная) амплитуда записывается как

$$Y_k = X_k + Z_k, \quad Z_k = \tilde{Z}_k \sqrt{\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3}. \quad (2)$$

Здесь X_k — символ, переданный в слот с номером k ; Y_k — величина, зарегистрированная на приёмнике; Z_k — гауссова случайная величина; переменная \tilde{Z}_k имеет стандартное нормальное распределение, т. е. нулевое среднее и единичную дисперсию; σ_{ASE}^2 — усиленное спонтанное излучение (Amplified Spontaneous Emission); μ — положительная константа (параметр памяти); P — средняя мощность сигналов.

В [15] предложена модель ГШП. Величина P заменяется эмпирической мощностью, т. е. средней мощностью символа X_k и $2L$ символов вокруг него. Равенство (2) для линии с памятью заменяется выражением

$$Z_k = \tilde{Z}_k \sqrt{\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu \left(\frac{1}{2L+1} \sum_{i=k-L}^{k+L} |X_i|^2 \right)^3}. \quad (3)$$

Согласно теореме Шеннона [2] пропускная способность дискретного канала без памяти даётся точной верхней гранью взаимной информации $C = \sup I(X, Y)$. Мы ищем максимум по всем распределениям p_X при условии $\int |x|^2 p_X dx = P$. Пропускную способность канала без памяти в ГШ-модели (2) можно найти аналитически. Получим

$$C = \log[1 + P/(\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3)] \quad (4)$$

для комплексного шума и

$$C = \frac{1}{2} \log[1 + 2P/(\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3)] \quad (5)$$

для вещественных Z_k и X_k . Функция \log в соотношениях (4), (5) обозначает двоичный логарифм. Максимум взаимной информации достигается на распределении

$$p_X = \frac{1}{\sqrt{2\pi P}} \exp(-x^2/2P). \quad (6)$$

Бесконечный входной или выходной алфавит недостижим в численном расчёте. Далее рассмотрим дискретные конечные алфавиты. Передаваемые символы случайно выбираются из входного, а принимаемые — из выходного алфавита. Стартуя с непрерывного распределения $x \in (-\infty, \infty)$, представим конечный входной алфавит на отрезке $[-L_x/2, L_x/2]$:

$$x_i = \Delta x(i - 1) - \frac{L_x}{2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \Delta x = \frac{L_x}{n - 1}. \quad (7)$$

Пусть $x_0 = -\infty$, $x_{n+1} = \infty$, а выходной алфавит состоит из значений

$$y_j = \Delta y(j - 1) - \frac{L_y}{2}, \quad j = 1, \dots, m, \quad \Delta y = \frac{L_y}{m - 1} \quad (8)$$

на отрезке $y_j \in [-L_y/2, L_y/2]$, $y_0 = -\infty$, $y_{m+1} = \infty$.

Обозначим q_i вероятность символа x_i и выберем

$$q_i = \frac{\frac{1}{2}(x_i + x_{i+1})}{\frac{1}{2}(x_i + x_{i-1})} \int \frac{1}{\sqrt{2\pi P}} \exp(-\tau^2/2P) d\tau, \quad (9)$$

а также канал с условной вероятностью

$$P(Y = y_j | X = x_i) = p_{ji} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{y_j + y_{j+1} - 2x_i}{2\sqrt{\sigma^2 + \mu P^3}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y_j + y_{j-1} - 2x_i}{2\sqrt{\sigma^2 + \mu P^3}}\right) \right], \quad (10)$$

где $\operatorname{erf}(x) = 1/\sqrt{\pi} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ — интеграл ошибок. По пропускной способности такой дискретный канал очень близок к непрерывному (5) при $m, n \rightarrow \infty$.

2. Нелинейность линии связи. Распространение сигнала по линии волоконной связи описывается нелинейным уравнением Шрёдингера [16]. При скорости передачи данных 40 Мб/с на частотный канал происходит быстрое уширение импульсов. Чтобы избежать слишком большого расплывания, мы выбрали линию с периодической компенсацией дисперсии. Линия состоит из 10 секций, расположенных по схеме

$$\text{SMF (100 км)} + \text{EDFA} + \text{DCF} + \text{EDFA},$$

где SMF — стандартное одномодовое волокно, EDFA — волоконные эрбиевые усилители (коэффициент шума 4,5 дБ), DCF — компенсирующее волокно. Параметры элементов схемы указаны в таблице.

Параметры волоконной линии связи

Тип волокна	Характеристика волокна	Значение
SMF	Затухание на длине волны 1550 нм	0,2 дБ/км
	Эффективная площадь	80 мкм ²
	Хроматическая дисперсия	17 пс/нм/км
	Дисперсионный наклон	0,07 пс/нм ² /км
	Нелинейный показатель преломления	$2,7 \cdot 10^{-20}$ м ² /Вт
DCF	Затухание на длине волны 1550 нм	0,65 дБ/км
	Эффективная площадь	19 мкм ²
	Хроматическая дисперсия	-100 пс/нм/км
	Дисперсионный наклон	-0,41 пс/нм ² /км
	Нелинейный показатель преломления	$2,7 \cdot 10^{-20}$ м ² /Вт

Средняя дисперсия одной секции составляет $-1,4$ пс/нм/км. Накопленная дисперсия компенсировалась на приёмнике. Нами выполнено прямое моделирование в рамках нелинейного уравнения Шрёдингера. Моделировалось распространение гауссовых импульсов длительностью 8,33 пс с модуляцией QPSK. В этом случае передаваемому сигналу соответствует комплексное число: $e^{i\pi/4}$, $e^{3i\pi/4}$, $e^{5i\pi/4}$, $e^{7i\pi/4}$, а каждая смена фазы кодирует два бита: 00, 01, 10, 11 соответственно. На приёмнике также производилось усреднение по битовому интервалу. Мощность шума каскада усилителей составила $3 \cdot 10^{-5}$ Вт. Однако в силу усреднения сигнала по битовому интервалу интенсивность шума снижалась до $1,7 \cdot 10^{-6}$ Вт. Каждому импульсу соответствует точка (результат усреднения) на конstellационной диаграмме.

Конstellационная диаграмма на плоскости комплексной амплитуды, вычисленная по выборке из 5100 импульсов, показана на рис. 1. На рис. 1, а видны отчётливо различные облака точек, соответствующих паре битов, причём облака не перекрываются. При распространении сигнала по волокну импульсы приобретают нелинейный набег фазы, зависящий от мощности. Поэтому облака несколько сдвинуты относительно начального расположения, особенно при мощности импульсов 3 мВт. Однако набег фазы можно компен-

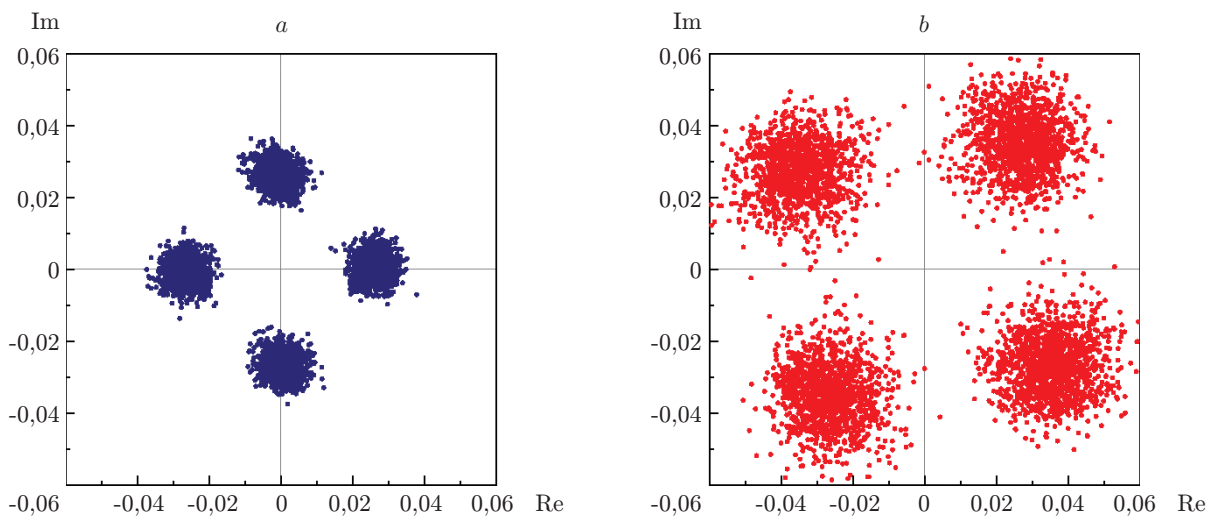


Рис. 1. Конstellационная диаграмма для формата QPSK: а — $P = 1$ мВт, б — $P = 3$ мВт

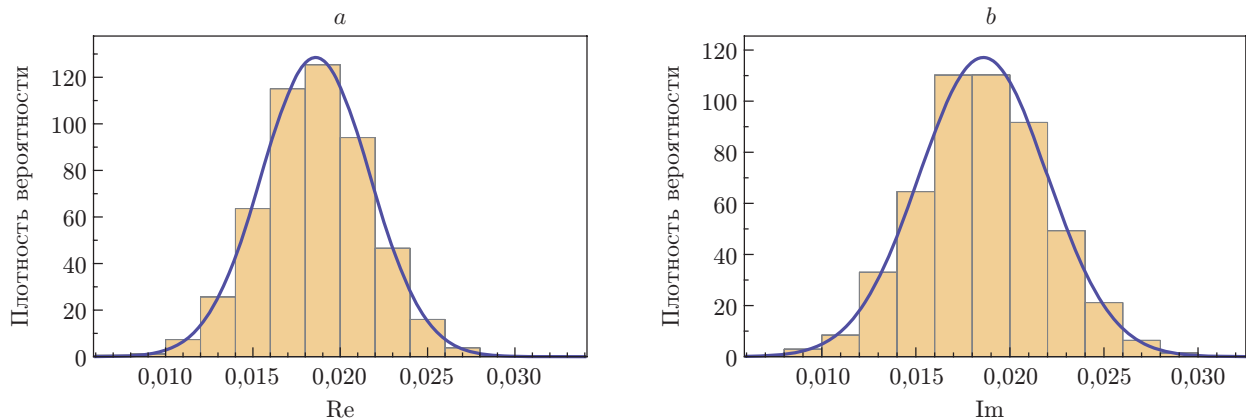


Рис. 2. Гистограммы распределения вероятности и функции Гаусса с теми же первым и вторым моментами: *a* — вещественная часть ($\bar{x} = 1,9 \cdot 10^{-2}, \sigma = 3,1 \cdot 10^{-3}$); *b* — мнимая часть ($\bar{x} = 1,9 \cdot 10^{-2}, \sigma = 3,4 \cdot 10^{-3}$)

сировать с помощью цифровой обработки на приёмнике путём умножения на $e^{i\varphi}$ с подходящей фазой φ , чтобы центры облаков имели первоначальную фазу. Рис. 1, *b* демонстрирует, что с ростом мощности сигнала крайние точки, лежащие далеко от центра облака, попадают в соседний квадрант. Это ведёт к неизбежным ошибкам распознавания сигнала на приёмнике.

Для анализа функции распределения точек в одном облаке мы расположили центр облака в точке, имеющей фазу $\pi/4$. Гистограммы распределения вещественной и мнимой частей показаны на рис. 2. Точки в облаке распределены приблизительно по нормальному закону, а первый и второй моменты распределения оказываются близкими для вещественной и мнимой частей.

Согласно (2) дисперсия облака задаётся формулой

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3. \quad (11)$$

На рис. 3 показаны дисперсия облака и кубическая парабола с коэффициентом, найденным методом наименьших квадратов. Видно, что дисперсия действительно растёт как куб средней мощности в соответствии с формулой (11).

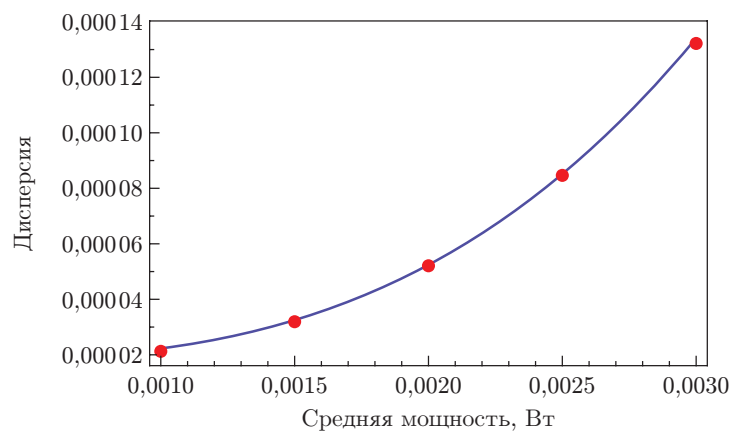


Рис. 3. Дисперсия гауссовского распределения в зависимости от мощности: численное моделирование (точки) и $\sigma^2 = 1,7 \cdot 10^{-5} + 4,3 \cdot 10^3 P^3$ (сплошная кривая)

Формат QPSK предполагает одинаковую мощность сигналов. Значит, формула (3) может быть применена и для канала с конечной памятью. На примере канала QPSK показано, что модель, учитывающая нелинейность как дополнительный шум с кубической зависимостью от мощности, корректно описывает распределение битов на приёмном устройстве.

В современных линиях связи для кодирования данных используются фазовая и амплитудная модуляции, а также ортогональные состояния поляризации. Далее оценим информационную ёмкость канала с короткой памятью. Основное искажение сигнала происходит из-за его взаимодействия с ближайшими соседями. Поэтому ограничимся рассмотрением влияния пары соседних импульсов. Для исследования выберем фиксированную поляризацию и простейший вариант фазовой модуляции BPSK с двумя значениями фазы $(0, \pi)$. Одновременно модулируется амплитуда сигнала, но уровни амплитуды не задаются заранее, а находятся путём максимизации функционала.

3. Вспомогательный канал. Прямая максимизация функционала взаимной информации (1) представляет собой достаточно сложную процедуру. Удобно применять вместо пропускной способности приближённую, но примерно равную величину нижней границы. Для оценки нижней границы используем вспомогательный канал без памяти [15, 17, 18]. Здесь лучше перейти к безразмерным величинам. Шум усилителей σ_{ASE}^2 измеряется в единицах мощности. Пусть величина A_i соответствует передаваемому символу с номером i из входного алфавита $\{A_i\}$. Перейдём к безразмерным величинам, заменив A_i величиной $x_i = A_i/\sigma_{\text{ASE}}$. Тогда безразмерная мощность сигнала

$$P = \frac{1}{\sigma_{\text{ASE}}^2} \sum_i q_i |A_i|^2, \quad (12)$$

где q_i — вероятность события $X_k = x_i$, а безразмерный шум усилителей равен единице.

Рассмотрим фиксированный временной слот k . В рамках модели ГШП (3) вероятность регистрации на выходе $Y_k = y_j$ зависит от L соседних сигналов перед данным $(X_{k-L}, \dots, X_{k-1})$ и L сигналов после данного $(X_{k+1}, \dots, X_{k+L})$. Пусть $L = 1$, тогда, обозначив $p_{ji}(x_t, x_r)$ вероятность события $Y_k = y_j$, $X_k = x_i$, $X_{k-1} = x_t$, $X_{k+1} = x_r$, получим условную вероятность регистрации $Y_k = y_j$ при переданном значении $X_k = x_i$:

$$Q_{ji} = \sum_{t,r} p_{ji}(x_t, x_r) q_t q_r. \quad (13)$$

Здесь x_t, x_r — некоторые дискретные значения из входного алфавита, а суммирование ведётся по всем возможным значениям.

Рассмотрим вспомогательную функцию

$$F(q_1, \dots, q_n) = \sum_{j,i} Q_{ji} q_i \log \frac{Q_{ji}}{\sum_{i'} Q_{ji'} q_{i'}}. \quad (14)$$

Взаимная информация ГШП (3) примерно составляет $F(q_1, \dots, q_n)$ с точностью $O(\mu^2)$. Для доказательства этой формулы используем взаимную информацию (1) и функцию (14). Как показано в [19], они равны при $\mu = 0$, а их производные по μ также равны при $\mu = 0$. Тогда выражение (14) можно рассматривать как вспомогательный канал без памяти [4]. Максимальная взаимная информация (14) служит нижней границей пропускной способности канала (1). Поэтому взаимная информация вспомогательного канала — линейная по параметру памяти μ аппроксимация ГШП-канала.

Подставим во вспомогательный канал (14) оптимальный набор вероятностей q_i , $i = 1, \dots, n$, для ГШ. Взаимная информация оказалась заметно меньше, чем у ГШ-канала.

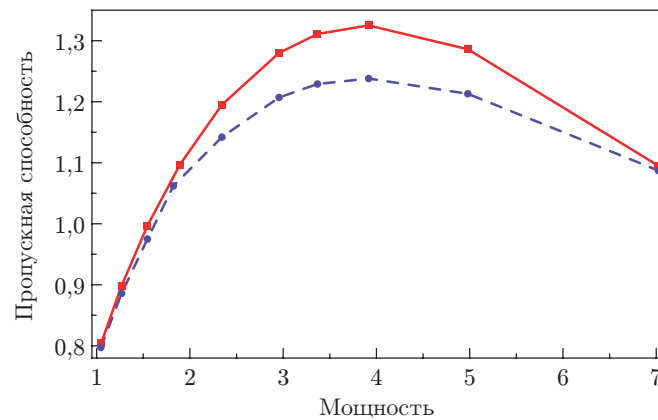


Рис. 4. Пропускная способность каналов ГШ (сплошная кривая) и ГШП (штриховая кривая) при $L_x = L_y = 8$, $n = m = 41$, $\sigma_{\text{ASE}}^2 = 1$, $\mu = 0,00675$

Максимальное значение во вспомогательном канале достигается при другом распределении вероятностей q_i символов входного алфавита. Заметим, что даже при малом значении параметра памяти μ оптимальная мощность P ограничена, и это вызвано кубическим ростом шума с увеличением P . Вероятности значений x_i , $|x_i| > L_x$, для оптимального распределения равны нулю. В частности, при $\mu = 0,00675$ порог составил $L_x = 3,2$, поэтому вероятности получились ненулевыми только на отрезке $x_i \in [-3,2, 3,2]$. Отметим, что заранее оптимальный алфавит неизвестен. Нами использовалась сетка значений $\{x_i\}$ и оптимизировались вероятности q_i , соответствующие значениям x_i . Были вычислены оптимальные наборы вероятностей для ГШ- и ГШП-каналов.

Из рис. 4 видно, что координата максимума пропускной способности в канале с короткой памятью $P \approx 4$ получается примерно такой же, как и в канале без памяти. При этом оптимальный входной алфавит меняется, т. е. максимум средней взаимной информации реализуется при другом наборе вероятностей q_i . Данные вероятности приведены на рис. 5, из которого видно, что наборы различаются. Модель ГШ-канала позволяет найти оптимальную мощность сигнала, которая практически совпадает с оптимальной мощностью ГШП-канала. Вычисления выполнялись релаксационным методом, описанным в [20], и методом Аримото — Блэухта [21] для ГШ-канала без памяти.

4. Обсуждение результатов. При анализе пропускной способности в данной работе использовались безразмерные алфавит $x_i = A_i/\sigma_{\text{ASE}}$ и мощность сигнала (12), а безразмер-

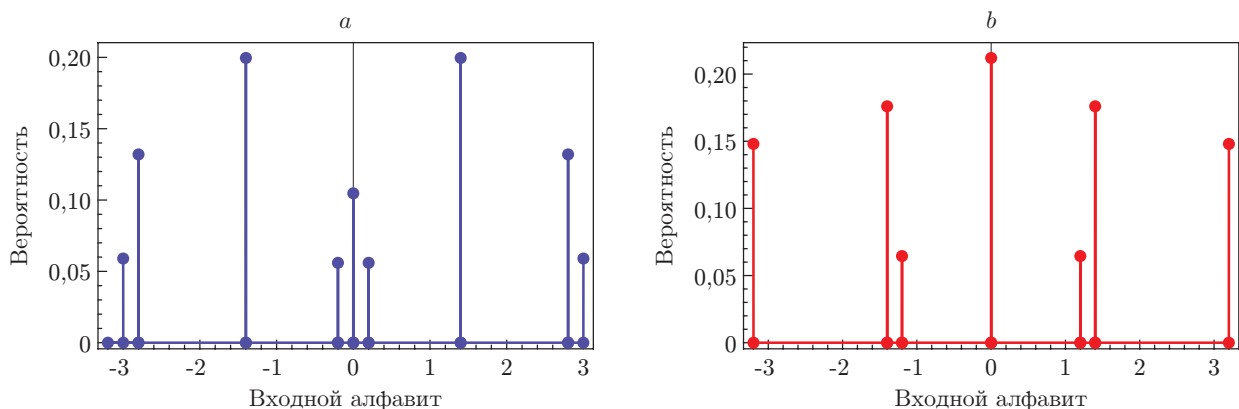


Рис. 5. Оптимальное распределение вероятностей символов входного алфавита q_i по амплитуде x_i : a — ГШ-канал, b — ГШП-канал

ный шум принимался за единицу. Размерный параметр памяти μ заменяем безразмерным $\mu\sigma_{\text{ASE}}^4$. Мощность сигнала P и параметр памяти будем полагать безразмерными, а безразмерный шум усилителей считать равным единице. Для оценки зависимости оптимальной мощности сигнала от параметра памяти можно пользоваться формулой (5). Оптимальная мощность задаётся равенством $P = (2\mu)^{-1/3}$. Таким образом, чем меньше параметр μ , тем больше оптимальная мощность сигнала.

Заметим, что параметр памяти μ зависит от многих факторов: количества усилителей в линии связи, т. е. протяжённости линии, характеристик эрбиевых усилителей, расстояния между усилителями, формата сигнала, скорости передачи данных и др. Для коротких линий параметр μ мал, поскольку квадратично зависит от количества усилителей. Например, для линии QPSK, описанной в разд. 2, интенсивность шума усилителей после усреднения по битовому интервалу составляла $\approx 1,7 \cdot 10^{-5}$ Вт, а безразмерный параметр памяти $\mu \approx 1,25 \cdot 10^{-6}$. При этом оптимальная мощность $(2\mu)^{-1/3} \approx 70$. При относительно большом значении μ мощность снижается, например при $\mu = 0,00675$ (см. разд. 3) безразмерная мощность $(2\mu)^{-1/3} \approx 4$, т. е. заметно меньше (см. разд. 2).

Численный расчёт показывает, что пропускная способность растёт с мощностью P до тех пор, пока дополнительный нелинейный шум не превысит безразмерную величину 0,3–0,5. Чтобы перейти к размерным переменным, следует безразмерную мощность умножить на σ_{ASE}^2 , которая равна суммарному шуму усилителей в линии.

Заключение. Таким образом, в данной работе рассмотрен канал с короткой памятью, где учитывается только два смежных бита. Нелинейность включена в ГШП-приближение, в котором нелинейное взаимодействие моделируется дополнительным шумом. Чтобы оценить нижнюю границу пропускной способности, ГШП-канал заменяется вспомогательным каналом без памяти. Взаимная информация вспомогательного канала совпадает со взаимной информацией искомого канала с точностью $O(\mu^2)$. Поэтому вспомогательный канал можно использовать для оценки пропускной способности канала с памятью. Пропускная способность как функция средней мощности найдена вместе с оптимальным набором вероятностей входных символов. В [19] был подробно описан метод оценки пропускной способности, в [12] с помощью этого метода найдено влияние самовоздействия оптических импульсов на пропускную способность. В данной работе продемонстрировано, что зависимости пропускной способности от мощности в моделях ГШ и ГШП близки и практически совпадают, даже если амплитуда ограничена. В то же время максимум в ГШП-канале достигается при другом наборе вероятностей. Также показана применимость модели с кубическим нелинейным шумом для линии с периодической компенсацией дисперсии. В [11] эта модель проверялась только в схеме компенсации в конце линии. Показано, что пропускная способность увеличивается до тех пор, пока нелинейный шум не достигнет 30–50 % дисперсии шума усилителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Kao K.** Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies // Proc. Institut. of Electr. Eng. 1966. **113**, Is. 17. P. 1151–1158.
2. **Shannon C.** A mathematical theory of communication // The Bell System Techn. Journ. 1948. **27**. P. 379–423.
3. **Richardson D. J.** Filling the light pipe // Science. 2010. **330**, N 6002. P. 327–328.
4. **Essiambre R., Kramer G., Winzer P. J. et al.** Capacity limits of optical fiber networks // Journ. Lightwave Technol. 2010. **28**, Is. 4. P. 662–701.
5. **Secondini M., Forestieri M.** Scope and limitations of the nonlinear Shannon limit // Journ. Lightwave Technol. 2017. **35**, Is. 4. P. 893–902.

6. **Ellis A. D., McCarthy M. E., Al Khateeb M. A. Z. et al.** Performance limits in optical communications due to fiber nonlinearity // *Adv. Opt. Photon.* 2017. **9**, Is. 3. P. 429–503.
7. **Кудряшов Б. Д.** Теория информации. С.-Пб.: Питер, 2009. 320 с.
8. **Terekhov I. S., Reznichenko A. V., Kharkov Y. A., Turitsyn S. K.** Log-log growth of channel capacity for nondispersive nonlinear optical fiber channel in intermediate power range // *Phys. Rev. E.* 2017. **95**. 062133.
9. **Tang J.** The channel capacity of a multispan DWDM system employing dispersive nonlinear optical fibers and an ideal coherent optical receiver // *Journ. Lightwave Technol.* 2002. **20**, Is. 7. P. 1095–1101.
10. **Poggiolini P., Carena A., Curri V. et al.** Analytical modeling of nonlinear propagation in uncompensated optical transmission links // *IEEE Photon. Technol. Lett.* 2011. **23**, Is. 11. P. 742–744.
11. **Konyshov V., Leonov A., Nanii O. et al.** Correlation of nonlinear noises from different spans in 100 Gb/s multi-span fiber optic lines // *Opt. Commun.* 2016. **381**. P. 352–359.
12. **Шапиро Е. Г., Шапиро Д. А.** Влияние нелинейного взаимодействия на пропускную способность оптического канала с компенсацией дисперсии // *Квантовая электроника.* 2017. **47**, № 11. С. 1049–1052.
13. **Шапиро Е. Г., Федорук М. П.** Статистика ошибок в высокоскоростной оптической линии связи с понижением эффекта керровской нелинейности // *Автометрия.* 2009. **45**, № 2. С. 115–119.
14. **Шапиро Е. Г., Федорук М. П., Штырина О. В.** Сравнительный анализ высокоскоростных волоконных линий связи с использованием амплитудно- и фазово-модулированных сигналов // *Автометрия.* 2011. **47**, № 2. С. 122–126.
15. **Agrell E., Alvarado A., Durisi G., Karlsson M.** Capacity of a nonlinear optical channel with finite memory // *Journ. Lightwave Technol.* 2014. **32**, Is. 6. P. 2862–2876.
16. **Agrawal G. P.** *Fiber-Optic Communication Systems.* N. Y.: John Wiley & Sons, 2002. 546 p.
17. **Secondini M., Forestieri E., Prati G.** Achievable information rate in nonlinear WDM fiber-optic systems with arbitrary modulation formats and dispersion maps // *Journ. Lightwave Technol.* 2013. **31**, Is. 23. P. 3839–3852.
18. **Dar R., Shtaiif M., Feder M.** New bounds on the capacity of the nonlinear fiber-optic channel // *Opt. Lett.* 2014. **39**, Is. 2. P. 398–401.
19. **Шапиро Е. Г., Шапиро Д. А.** Оценка пропускной способности линий связи с конечной нелинейной памятью // *Квантовая электроника.* 2016. **46**, № 12. С. 1117–1120.
20. **Shapiro E. G., Shapiro D. A., Turitsyn S. K.** Method for computing the optimal signal distribution and channel capacity // *Opt. Express.* 2015. **23**, N 12. P. 15119–15133.
21. **Arimoto S.** An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels // *IEEE Trans. Inf. Theory.* 1972. **18**, Is. 1. P. 14–20.

Поступила в редакцию 6 февраля 2018 г.